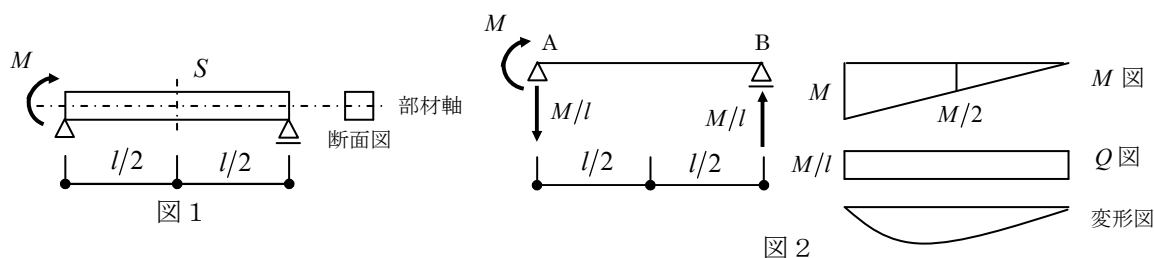


## 15. 10 部材応力

問1 図1のような曲げモーメント  $M$  を材端 A に受ける単純支持された長方形断面材に関する次の記述のうち、最も不適当なものはどれか。ただし、部材は全長にわたって等質等断面とし、部材の自重は無視するものとする。(平成1) (難易度 B)

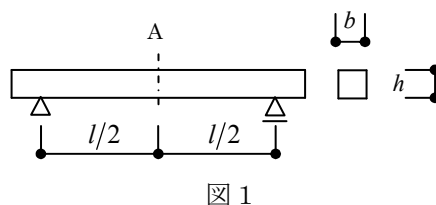


1. 断面  $S$  に働く曲げモーメントは、 $M/2$  である。
2. 断面  $S$  に働くせん断力は、零である。
3. 断面  $S$  の図心における主応力面は、部材軸に対して  $45^\circ$  傾いている。
4. B 端の回転角は、A 端の回転角に  $1/2$  である
5. たわみが最大になるのは、支持点中央から A 端に寄った点である。

(解) 図2のように反力、曲げモーメント図、せん断力図、変形図となる。曲げモーメント図が1次直線や曲線になっている場所にはせん断力は在る。しかし、一定の曲げモーメント(定数)であれば、せん断力は零となる。  $Q = dM / dx$

問2 床から等分布の荷重を受ける、図1のような単純梁が等間隔に配置されているとき、A 点における撓みを現在の  $1/2$  に減らす方法として、誤っているものはどれか。ただし、梁の自重は無視するものとする。(昭和 54) (難易度 C)

1. スパン( $l$ )を、 $1/\sqrt{2}$  にする。
2. 梁幅( $b$ )を、2 倍にする。
3. 梁せい( $h$ )を、 $\sqrt[3]{2}$  倍にする。
4. 梁の材料に、ヤング係数が 2 倍のものを使う。
5. 梁の相互間隔を、 $1/2$  にする。



(解) 床荷重だから、等分布荷重と考えられる。そのときの中央 A 点の撓みは、 $\delta_A = \frac{5wl^4}{384EI}$  で、断面

2 次モーメントは  $I = bh^3 / 12$  である。(仮想仕事法で解くと良い)

1. スパン( $L$ )を、 $L = l/\sqrt{2}$  にすると、 $\delta_A = \frac{5wL^4}{384EI} = \frac{5wl^4}{384EI} \times \frac{1}{4}$
2. 梁幅( $b$ )を、2 倍( $B = 2b$ )にすると、 $I = \frac{Bh^3}{12} = \frac{bh^3}{12} \times 2$  となり、撓みは半分になる。
3. 梁せい( $h$ )を、 $\sqrt[3]{2}$  倍にすると、 $I = \frac{bH^3}{12} = \frac{bh^3}{12} \times 2$  となり、撓みは半分になる。
4. 梁の材料に、ヤング係数が 2 倍( $E' = 2E$ )のものを使うと、 $\delta_A = \frac{5wl^4}{384E'I} = \frac{5wl^4}{384EI} \times \frac{1}{2}$  となる。
5. 梁の相互間隔を、 $1/2$  にすると、梁の支持力が 2 倍になるから、撓みは半分になる。

問3 図のような単純梁に集中荷重  $P$  が作用している。このとき、梁断面に生じる最大応力度を求めよ。但し梁は図(b)のように2材が重ねられていて、互いの接触面は滑らかな面で摩擦は無いものとしてよい。(類似) (難易度 C)

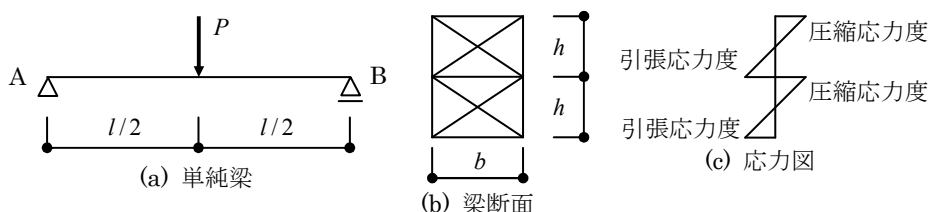


図 1

(解) 最大曲げモーメントは梁中央で  $M = Pl/4$  である。1 本の部材の断面係数は  $Z = bh^2/6$  で接触面に摩擦が無いから曲げ応力度は図(c)のようになる。つまり、2 本の部材で曲げモーメントに抵抗するから、1 本の部材が抵抗する曲げモーメントは  $M/2 = Pl/8$  となる。よって最大応力度は圧縮側と引張側の二箇所に生じる。最大応力度は

$$\sigma_c = \sigma_t = \frac{M}{2} \cdot \frac{1}{Z} = \frac{Pl}{8} \cdot \frac{1}{Z} = \frac{Pl}{8} \times \frac{6}{bh^2} = \frac{3Pl}{4bh^2}$$

問4 図1のような長方形断面材の A 点及び B 点に荷重  $P$  が作用している場合、線分 A-B に垂直な断面 S に生じる「引張応力度の最大値」と「圧縮応力の最大値」を求めよ。(平成 14) (難易度 B)

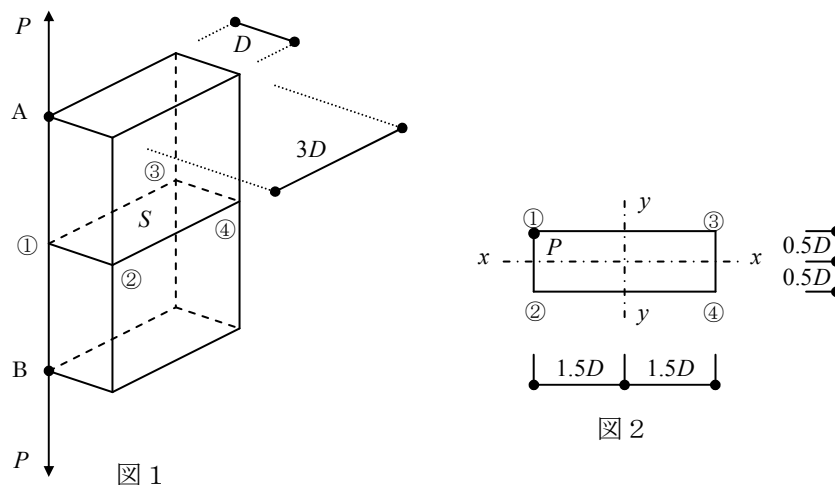


図 1

図 2

(解) 図1、2のように断面 S の隅部に応力度の最大値や最小値が生じるから、番号を図1に対応して付ける。荷重  $P$  による図心を通る  $x$ 、 $y$  軸に関する曲げモーメントは、 $M_x = P \times (0.5D)$ 、 $M_y = P \times (1.5D)$  である。また、その軸に関する断面係数は、 $Z_x = 3D \times D^2/6$ 、 $Z_y = D \times (3D)^2/6$  である。曲げと軸力が作用する部材の応力度は次式 ((4-30) 式) で表される。

$$\sigma = \pm \frac{P}{bd} \pm \frac{M_x}{Z_x} \pm \frac{M_y}{Z_y} \quad (1)$$

$$\text{各点の引張応力度は共に、} \sigma = + \frac{P}{D \times 3D} = + \frac{P}{3D^2} \text{ である。} \quad (2)$$

①：  $P$  による曲げ応力度は  $\sigma_b = +\frac{M_x}{Z_x} + \frac{M_y}{Z_y} = +\frac{PD}{2} \cdot \frac{2}{D^3} + \frac{3PD}{2} \cdot \frac{2}{3D^2} = +\frac{2P}{D^2}$  である。

②：  $P$  による曲げ応力度は  $\sigma_b = -\frac{M_x}{Z_x} + \frac{M_y}{Z_y} = -\frac{PD}{2} \cdot \frac{2}{D^3} + \frac{3PD}{2} \cdot \frac{2}{3D^2} = 0$  である。

③：  $P$  による曲げ応力度は  $\sigma_b = +\frac{M_x}{Z_x} - \frac{M_y}{Z_y} = +\frac{PD}{2} \cdot \frac{2}{D^3} - \frac{3PD}{2} \cdot \frac{2}{3D^2} = 0$  である。

④：  $P$  による曲げ応力度は  $\sigma_b = -\frac{M_x}{Z_x} - \frac{M_y}{Z_y} = -\frac{PD}{2} \cdot \frac{2}{D^3} - \frac{3PD}{2} \cdot \frac{2}{3D^2} = -\frac{2P}{D^2}$  である。

それぞれの圧縮応力度に(2)式を加えればよい。

$$\sigma_1 = +\frac{P}{3D^2} + \frac{2P}{D^2} = +\frac{7P}{3D^2}, \quad \sigma_2 = +\frac{P}{3D^2} + 0 = +\frac{P}{3D^2}$$

$$\sigma_3 = +\frac{P}{3D^2} + 0 = +\frac{P}{3D^2}, \quad \sigma_4 = +\frac{P}{3D^2} - \frac{2P}{D^2} = -\frac{5P}{3D^2}$$

問5 図1のような矩形断面をもつ部材に荷重12kNを加えた場合、a-a断面のA、B、C点における、せん断応力度の大きさを求めよ。ただし、矩形断面は、等質等断面で、底部は完全固定されているものとし、応力度の単位は  $N/cm^2$  とする。(平成8)(難易度B)

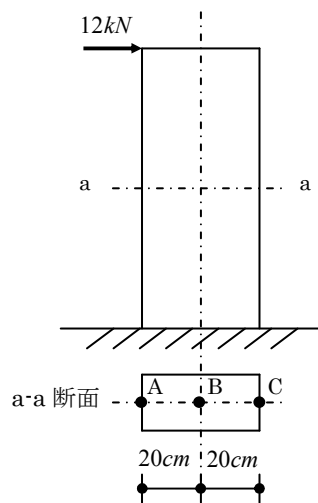


図1

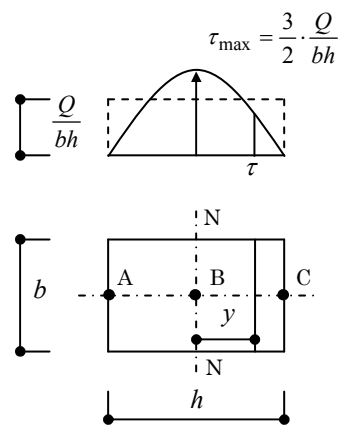


図2

(解) 矩形断面のせん断応力度分布は、 $\tau = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{bh} \left\{ 1 - \left( \frac{2y}{h} \right)^2 \right\}$  で表される (4章参照)。ここで

$Q$ : せん断力、 $y$ : 中立面 N-N からの距離。A、C 点のせん断応力度は、上式に  $y = h/2$  を代入して、

$\tau_A = \tau_C = 0$  である。B 点のせん断応力度は、上式に  $y = 0$  を代入して、 $\tau = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{bh}$  が得られる。

図2のように、矩形断面において、せん断応力度が断面に一様に分布している場合は  $\tau = Q/bh$  であるが、実際のせん断応力度の分布は梁の上下端でゼロ、最大は1.5倍と覚えておくと良い。

問6 図1のような断面を持つ鉄筋コンクリート構造の柱の曲げモーメント  $M$  と軸力  $N$  が作用した場合、この柱の歪度分布が図2であるときの軸力  $N$  値に最も近い値は次のうちどれか。ただし条件はイ～トのとおりである。(平成14)(難易度AA)

イ、軸力は柱の中心に作用する

ロ、主筋(4-D25)の断面積の和  $a: 2028\text{mm}^2$

ハ、主筋の降伏応力度  $\sigma_y: 345\text{N/mm}^2$

ニ、コンクリートの圧縮強度  $\sigma_c: 30\text{N/mm}^2$

ホ、コンクリート及び主筋の「応力度—ひずみ度」の関係は、図3とする。

ヘ、コンクリートの終局ひずみ度  $\varepsilon_u$  は、主筋の降伏ひずみ度  $\varepsilon_y$  の2倍とする。

ト、コンクリートは圧縮力のみを、主筋は圧縮力及び引張力を負担する。

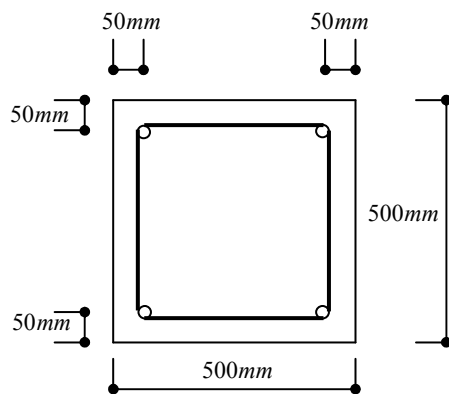


図1

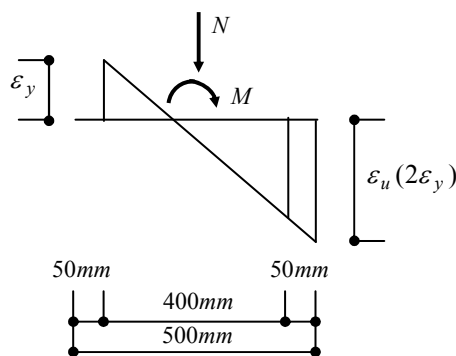


図2

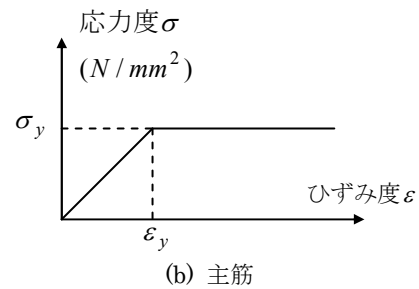
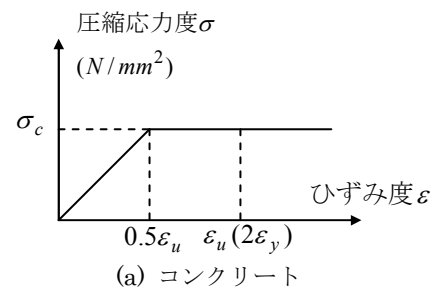


図3

(解) 図Aは図2を写したひずみ度分布である。よって、ひずみの中立軸は図AのX点であることは自明となる。それに、応力の中立軸も同様に図BのX点にある。図3(a)から、コンクリートはひずみ度が  $0.5\varepsilon_u = \varepsilon_y$  に達すると圧縮応力度  $\sigma_c$  となる。このとき、図BのY点であり、それ以降はひずみが増しても圧縮応力は  $\sigma_c$  で一定の値である。

①：鉄筋の引張力、 $\sigma_t = 345\text{N/mm}^2 \times 1014\text{mm}^2 = 348.83\text{kN}$

②：鉄筋の圧縮力、 $\sigma_c = 345\text{N/mm}^2 \times 1014\text{mm}^2 = 348.83\text{kN}$

③：三角形のコンクリートの応力度の部分の圧縮力は、

$$\sigma_c = 30\text{N/mm}^2 \times 150\text{mm} \times 500\text{mm} \times (1/2) = 1125\text{kN}$$

④：長方形のコンクリートの応力度の部分の圧縮力は

$$\sigma_c = 30\text{N/mm}^2 \times 150\text{mm} \times 500\text{mm} = 2250\text{kN}$$

$$\Sigma Y = 348.83\text{kN} - N - 348.83\text{kN} - 1125\text{kN} - 2250\text{kN} = 0 \text{ から } N = -3375\text{kN} \text{ (圧縮) となる。}$$

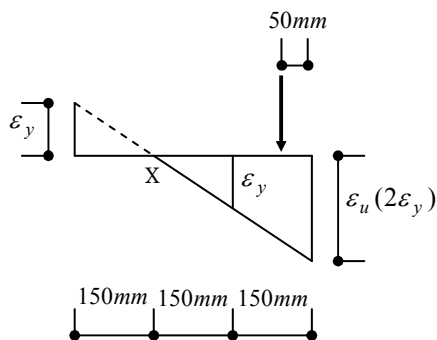


図 A ひずみ度分布

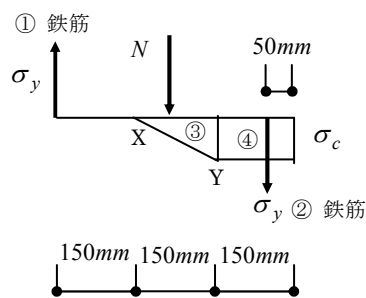


図 B 応力度分布

問7 図1のような水平力 $P$ を受ける鉄筋コンクリートラーメン架構において、全長にわたり図2のような断面の梁の場合、梁の引張鉄筋の降伏が圧縮コンクリートの破壊より先行して生じた。このときのA点における終局曲げモーメント $M_u$ の値を求めよ。ただし、条件はイ～ニのとおりとする。(平成16) (難易度 A)

- イ、鉄筋の材料強度 $\sigma_y$  :  $350\text{N/mm}^2$   
 ロ、コンクリートの圧縮強度 $F_c$  :  $24\text{N/mm}^2$   
 ハ、主筋(D25) 1本当りの断面積 :  $500\text{mm}^2$   
 ニ、梁の自重は無視するものとする。

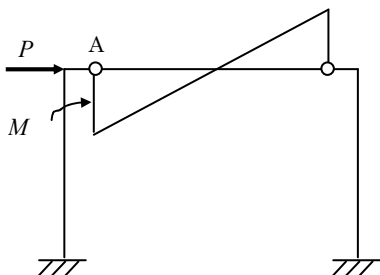


図 1

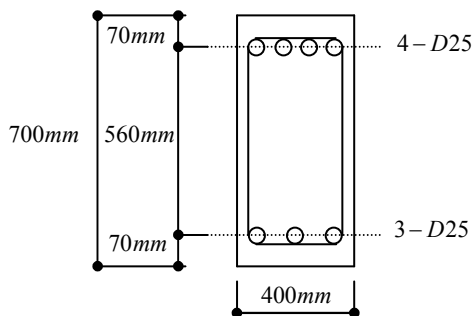


図 2

(解) 梁の引張鉄筋の降伏が圧縮コンクリートの破壊より先行して生じた場合の終局曲げモーメント $M_u$ は

$$M_u = 0.9 \times a_t \times \sigma_y \times d = 0.9 \times 3 \times 500\text{mm}^2 \times 350\text{N/mm}^2 \times 630\text{mm} = 297675000\text{Nmm} = 297.675\text{kN} \cdot \text{m}$$

$d$  : 引張側鉄筋の中心位置から圧縮側の縁までの距離

$a_t$  : 引張側鉄筋の総断面積

問8 図1のような荷重を受ける鉄骨構造による門形ラーメンにおいて、曲げモーメント及び柱脚の反力が図2のように求められている。曲げと軸方向力との組み合わせにより、柱の断面 A-A に生じる圧縮応力度の最大値を求めよ。(平成 15) (難易度 A)

- (条件) イ 断面 A-A は、はりのフランジの下端であり、柱脚からの高さ  $2.5m$  の位置にある。  
 ロ 柱は、断面積  $6.0 \times 10^3 mm^2$ 、断面係数は  $5.0 \times 10^5 mm^3$  とする。  
 ハ 柱脚は、ベースプレート位置において、ピン支持とする。  
 ニ 柱及び梁の影響は、無視するものとする。

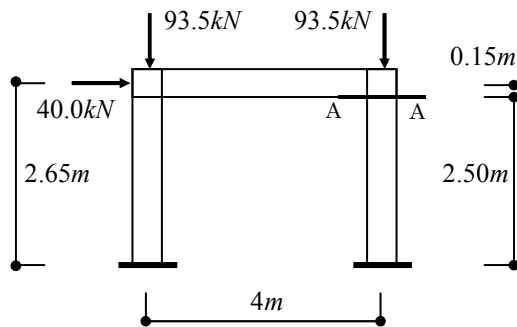


図 1

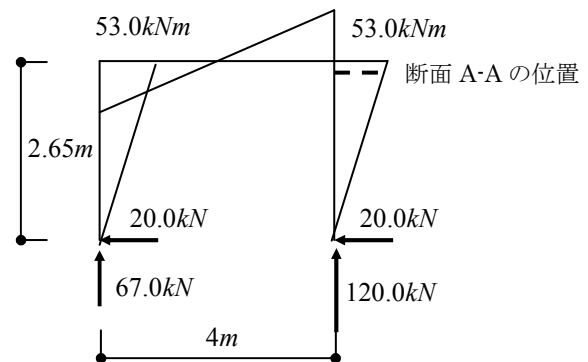


図 2

(解) 曲げと軸力を受ける鉄骨柱の応力度を求める式は  $\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{Z}$  である。

ただし、 $A$  : 部材の断面積、 $Z$  : 部材の断面係数、 $N$  : 部材の軸方向力、 $M$  : 部材に生じる曲げモーメントとする。A-A 断面の軸方向力は柱に中間荷重がない場合は反力に等しいから

$\Sigma M = 40.0kN \times 2.65m + 93.5kN \times 4m - V_B \times 4m = 0$  より、 $V_B = 120.0kN$  となる。

$N = -120kN = -120 \times 10^3 N$  である。同様に A-A 断面に作用する曲げモーメントは、水平力  $20.0kN$  と距離  $2.50m$  との積  $M = 20 \times 10^3 N \times 2.5 \times 10^3 = 50 \times 10^6 Nmm$  である。

したがって、 $\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{Z} = -\frac{120 \times 10^3}{6 \times 10^3} \pm \frac{50 \times 10^6}{5 \times 10^5} = -20 \pm 100 = (+80) \text{ or } (-120)$  である。

よって  $\sigma_c = -120 N/mm^2$  である。