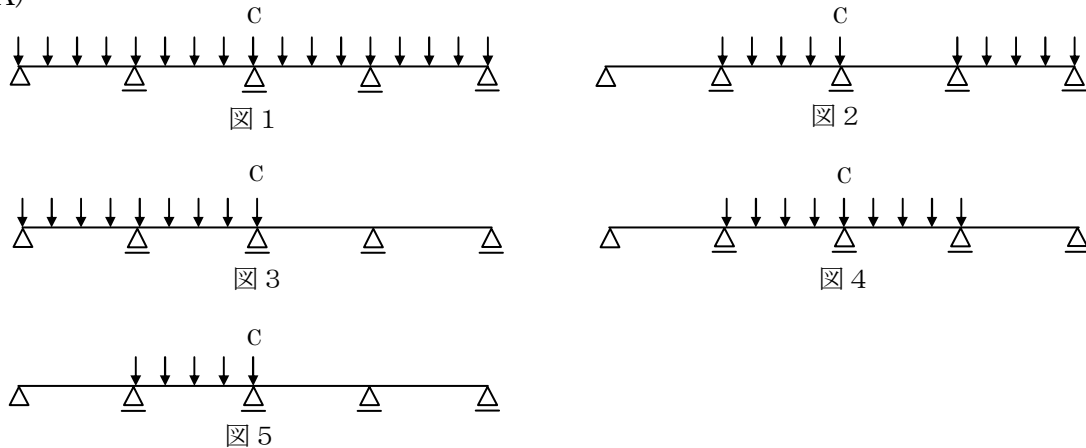


問 16 図のような連続梁に等分布荷重 w が作用するとき、C 点の曲げモーメントで最も大きい値を持つ連続梁を求めよ。支点間は等間隔で、梁断面の性質はすべて同一とする。(昭和 57)

(難易度 A)



(解) 与えられた問題は図 6 と図 7 の組み合わせで構成されている。分かり易くするため、図 8、図 9 に対称形を示しておく。また、明らかに $M_1 < M_2$ である。

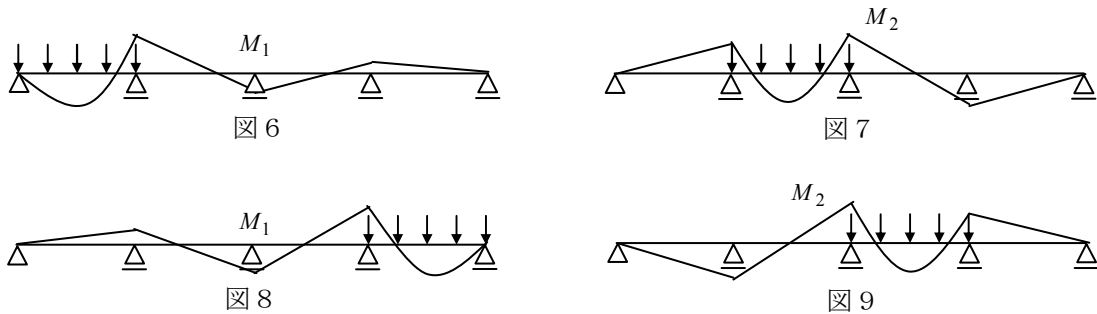


図 1 の C 点の曲げモーメントは図 6、7、8、9 を加えた値である。 $M = 2M_2 - 2M_1$

図 2 の C 点の曲げモーメントは図 7、8 を加えた値である。 $M = M_2 - M_1$

図 3 の C 点の曲げモーメントは図 6、7 を加えた値である。 $M = M_2 - M_1$

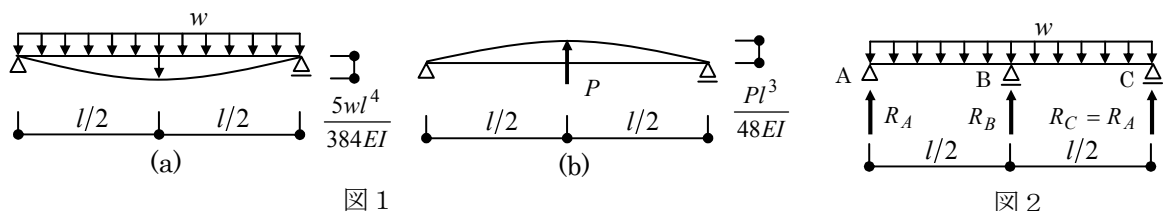
図 4 の C 点の曲げモーメントは図 7、9 を加えた値である。 $M = 2M_2$

図 5 の C 点の曲げモーメントは図 7 の値である。 $M = M_2$

よって、図 4 の連続梁の曲げモーメントが最大となる。

問 17 図 1 に単純梁に作用する等分布荷重 w 及び集中荷重 P を受ける場合の梁の中央の鉛直変位が、図 1 の(a)及び(b)のように与えられている。図 1 の梁と同一断面、同一材質からなる図 2 の A 点の鉛直反力 R_A と B 点の鉛直反力 R_B の大きさの比を求めよ。ただし、梁の自重は無視するものとする。

E : ヤング係数、 I : 断面 2 次モーメント (平成 6) (難易度 A)



(解) B 点はローラー支持なので上下に変位しない。よって、図 2 (a)、(b) から $R_B = P$ と変換して、

$\frac{5wl^4}{384} = \frac{R_B \cdot l^3}{48EI}$ を解くと、 $R_B = 5wl/8$ となる。図 2 より、鉛直方向の力の釣り合いから、

$\Sigma Y = -wl + R_A + R_B + R_C = 0$ である。そして構造物は対称形だから両端の反力は、 $R_C = R_A$ となり、 $R_A = 3wl/16$ を得る。よって $R_A : R_B = 3wl/16 : 5wl/8 = 3:10$

問 18 図 1 のような荷重を受ける梁において、A 点に曲げモーメントが生じないようにするための P と wl の比を求めよ。(平成 12) (難易度 C)

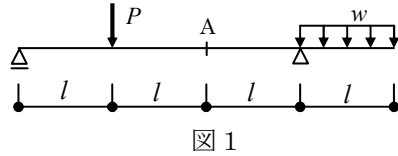


図 1

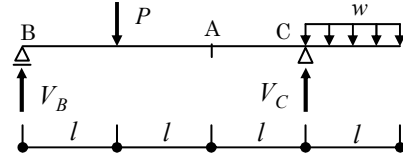


図 2

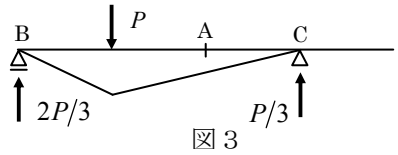


図 3

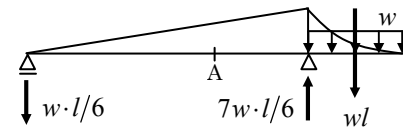


図 4

(解) 図 2 から B 点の反力を求める。C 点の曲げモーメントの釣り合いから

$\Sigma M_C = V_B \times 3l - P \times 2l + wl \times l/2 = 0$ である。から $V_B = (4P - wl)/6$ である。A 点の曲げモーメントは零であるから、 $M_A = V_B \times 2l - P \times l = (4P - wl)/6 \times 2l - P \times l = 0$ となり、 $P = wl$ である。よって、 $P : wl = 1:1$

(別解) 図 3 から B 点と C 点の鉛直反力を求めると、 $\Sigma M_B = P \times l - V_C \times 3l = 0$ から、 $V_C = P/3$ 、 $V_B = 2P/3$ となり、図 4 から B 点と C 点の鉛直反力を求めると、 $\Sigma M_C = -V_B \times 3l + wl \times l/2 = 0$ から、 $V_B = wl/6$ 、 $V_C = 7wl/6$ が得られる。図 3 から A 点の曲げモーメントは、 $M_A = Pl/3$ 図 4 から A 点の曲げモーメントは、 $M_A = wl^2/3$ 、A 点の曲げモーメントはゼロであるから、 $Pl/3 = wl^2/3$ 、 $P = wl$ となる。よって、 $P : wl = 1:1$ を得る。

問 19 図 1 のような片持梁に荷重 P 、 Q が加わり、図 1 のようなモーメント図が描けた。この場合の P 、 Q の値を求めよ。(昭和 54) (難易度 C)

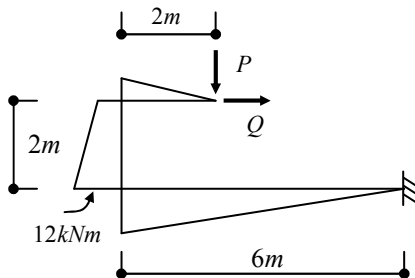


図 1

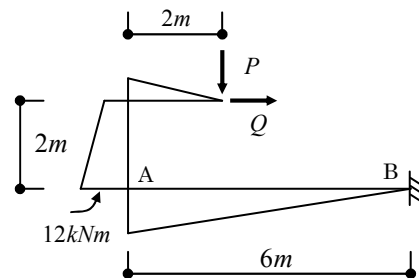
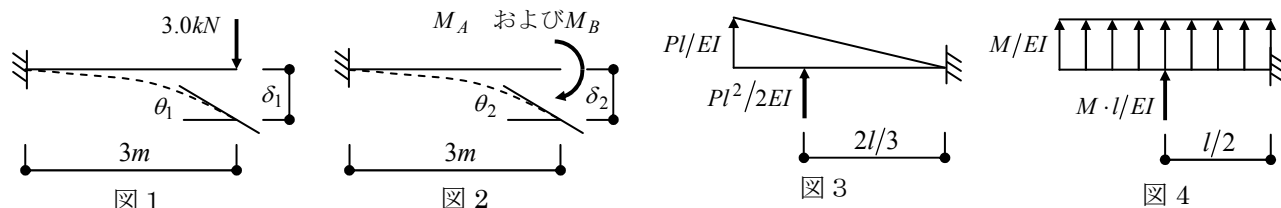


図 2

(解) 曲げモーメントが判明しているのは、図 2 から A 点と B 点である。それぞれの曲げモーメントを求めると、 $M_A = P \times 2m + Q \times 2m = 12kNm$ 、 $M_B = -P \times 4m + Q \times 2m = 0$ となる。よって、 $Q = 2P$ となり、第一式に代入すると、 $P = 2kN$ 、 $Q = 4kN$ となる。

問 20 図 1 のような片持梁の先端に 3.0kN の集中荷重が作用し、撓み δ_1 と撓み角 θ_1 が生じている。図 2 のような片持梁の先端に「モーメント M_A を作用させたときに生じる撓み δ_2 」及び「モーメント M_B を作用させたときに生じる撓み角 θ_2 が、図 1 の撓み δ_1 及び撓み角 θ_1 とそれぞれ一致するときのモーメント M_A 及び M_B を求めよ。ただし、それぞれの梁は等質等断面の弾性部材とし、モーメントは右回りを「+」とする。(平成 16) (難易度 B)



(解) 図 3、図 4 のように仮想荷重と仮架構を定めてモールの定理を使って梁端の撓み δ_1 と撓み角 θ_1 を求める。そうすると

$$\delta_1 = M_1 = Pl^2/2EI \times 2l/3 = Pl^3/3EI = 3\text{kN} \times (3\text{m})^3 (1/3EI) = 27\text{kN} \cdot \text{m}^3/EI$$

$$\theta_1 = Q_1 = Pl^2/2EI = 3\text{kN} \times (3\text{m})^2 (1/2EI) = 13.5\text{kN} \cdot \text{m}^2/EI \text{ となり}$$

図 4 で外力が M_A の場合の材端の撓み δ_2 と外力が M_B の場合の材端の撓み角 θ_2 は

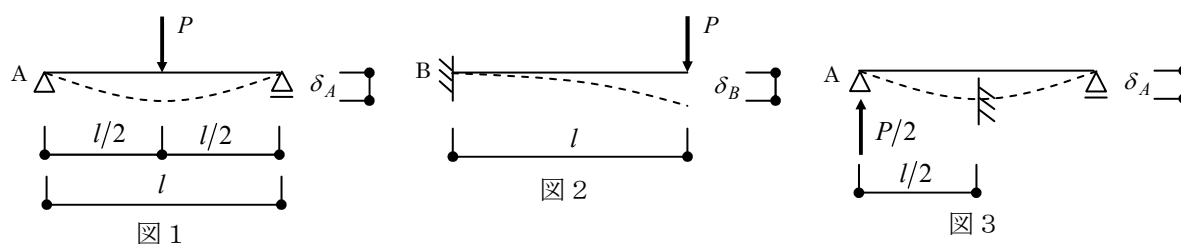
$$\delta_2 = M_2 = M_A l/EI \times l/2 = M_A (3\text{m})^2/2EI = M_A 4.5\text{m}^2/EI$$

$$\theta_2 = Q_2 = M_B l/EI = M_B \cdot 3\text{m}/EI$$

となる。 $\delta_1 = \delta_2$ 、 $\theta_1 = \theta_2$ だから、 $27\text{kNm}^3/EI = 4.5\text{m}^2 \cdot M_A/EI$ 、 $13.5\text{kNm}^2/EI = 3\text{m} \cdot M_B/EI$

よって、 $M_A = 6\text{kNm}$ 、 $M_B = 4.5\text{kNm}$ となる。

問 21 図 1、図 2 のような荷重 P を受ける梁 A 及び B の荷重点に生じる弾性撓みをそれぞれ、 δ_A (中央)、 δ_B (先端) としたとき、それらの比 $\delta_A : \delta_B$ を求めよ。ただし、梁 A 及び B は等質等断面の弾性部材とする。(平成 17) (難易度 B)



(解) 本節の問 6 の解説を参照すればよい。図 2 の撓み δ_B はモールの定理を使えば簡単に解くことができる。

$$\delta_B = \frac{Pl^2}{2EI} \times \frac{2l}{3} = \frac{Pl^3}{3EI}$$

図 1 の撓み δ_A は図 3 のように梁中央の回転角は零であるから、中央に固定端を設定し、梁長 $l/2$ の片持ち梁の先端に荷重 $P/2$ が作用したときの値となる。

$$\delta_A = \frac{PL^2}{3EI} = \frac{P/2 \times (l/2)^3}{3EI} = \frac{Pl^3}{48EI}$$

よって、 $\delta_A : \delta_B = Pl^3/48EI : Pl^3/3EI = 1:16$

問 22 図 1 のような荷重を受ける骨組の A 点に、曲げモーメントが生じない場合の荷重 P と荷重 Q との比を求めよ。(平成 17) (難易度 D)

(解) 荷重 Q は A 点に対して右回りの曲げモーメント $M_Q = +2Q \cdot l$ 、荷重 P は A 点に対して左回りの曲げモーメント $M_P = -P \cdot l$ を生じさせている。

これらの総和が零となるから、 $2Q \cdot l - P \cdot l = 0$ となり $P = 2Q$ である。よって、 $P:Q = 2:1$ となる。

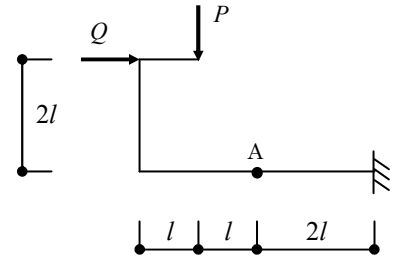


図 1

問 23 図 1 のような等質等断面の片持梁に全長にわたって等分布荷重 w が作用している場合、A 点の鉛直反力 R を求めよ。ただし、梁の自重を無視し曲げ剛性が EI の片持梁の先端の撓みは、先端に集中荷重 P が作用している場合は $Pl^3/3EI$ 、等分布荷重 w が作用している場合は $wl^4/8EI$ である。

(平成 19) (難易度 B)

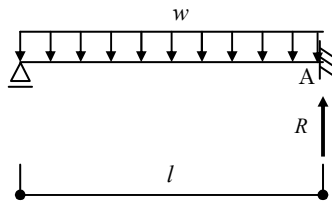


図 1

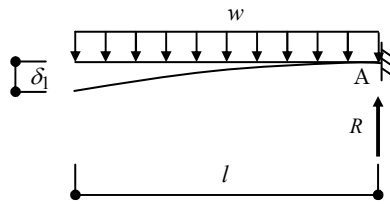


図 2

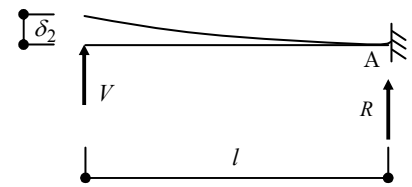


図 3

(解) 題意から、 $\delta_1 = wl^4/8EI$ (仮想仕事法)、 $\delta_2 = Vl^3/3EI$ (モールの定理) で先端はローラーにより y 方向が拘束されているから、 $\delta_1 = \delta_2$ である。よって、 $V = 3wl/8$ となる。 Y 方向の釣り合いから、 $\Sigma Y = V + R - wl = 0$ で、 $R = 5wl/8$ となる。