

15. 2 トラス

問1 図に示すトラスで A、B 材が引張応力か圧縮応力か判定せよ。(平成1) (難易度 B)

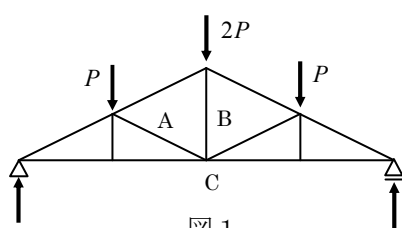


図 1

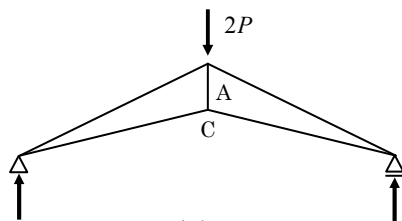


図 4

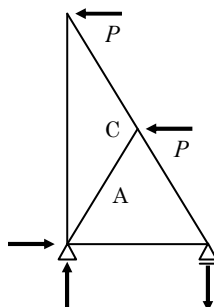


図 2

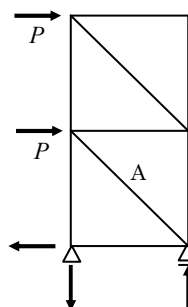


図 3

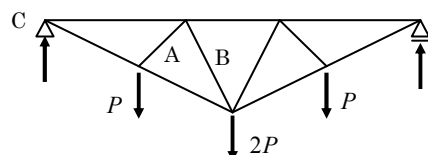


図 5

(解) 図1：図6のように切断し X 点の曲げモーメントの釣り合いを考えると外力、 P は時計回りに回転を起こすから A 材の N は反時計回りの応力であるから A 材は圧縮応力である。図7から C 点の y 方向の釣り合いを考えると N_A は圧縮応力であるからその分力は下向きである。よって B 材の応力は上向きで引張応力となる。

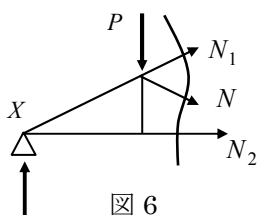


図 6

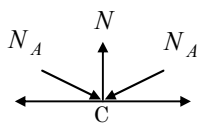


図 7

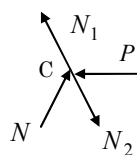


図 8

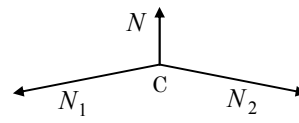


図 9

図2：図8で N_1 と N_2 は何れも引張応力であるが、 N_2 の方大きいから、2 材を比べると y 方向の力は下向きになる。ゆえに A 材は上向きの応力となり、 N は圧縮応力である。

図3：明らかに圧縮応力となる。

図4：図9で N_1 は引張応力であり y 方向の成分は下向き、C 点の釣り合いから N は上向きで引張応力である。

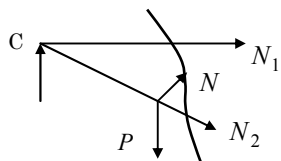


図 10

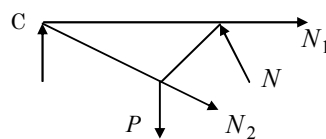
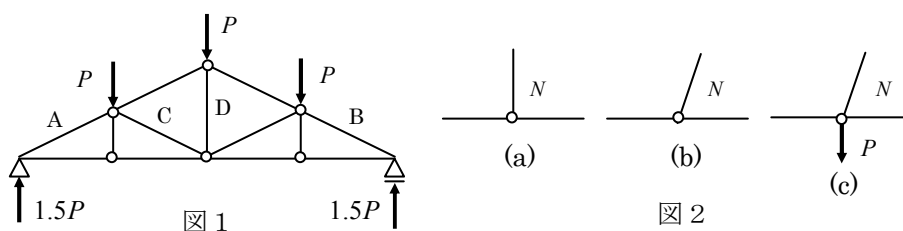


図 11

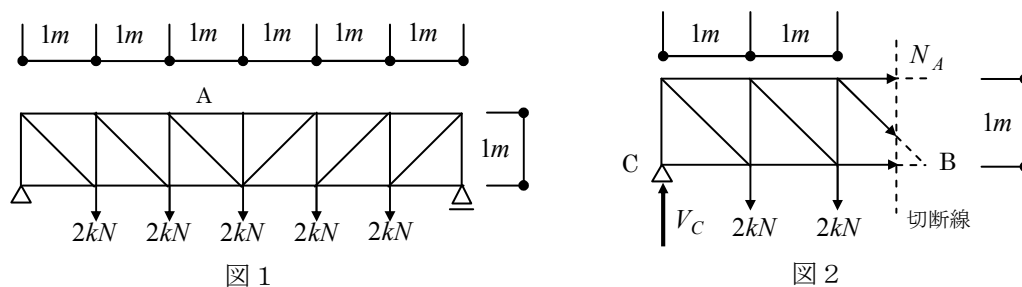
図5：図10のような自由体を取り C 点に関する曲げモーメントの釣り合いを考えると、外力 P は時計回りに回転を起こすから、残りの A 材の N は反時計回りの応力でなければならない。よって A 材は引張応力である。図11のように自由体を取り C 点に関する曲げモーメントの釣り合いを考えると、外力 P は時計回りに回転を起こすから、残った B 材の N は反時計回りの応力でなければならない。よって B 材は圧縮応力である。

問2 図1のような荷重を受けるトラスにおいて、部材A～Dに生じる応力について、引張りか圧縮かを判定せよ。(平成5)(難易度C)



(解) 図1のような外力が作用すれば、全ての上弦材、下弦材はそれぞれ、圧縮材と引張り材になる。よって、A材は圧縮材となる。図2(a)のように、2材が直線である節点にN材が連なっているときは、その部材Nの応力は零である。勿論、N材が斜になっていても応力は零である。ただし、図2(c)のように節点に外力が作用している場合はN材の応力は零にならない。C材とD材に関しては問1を参考にせよ。

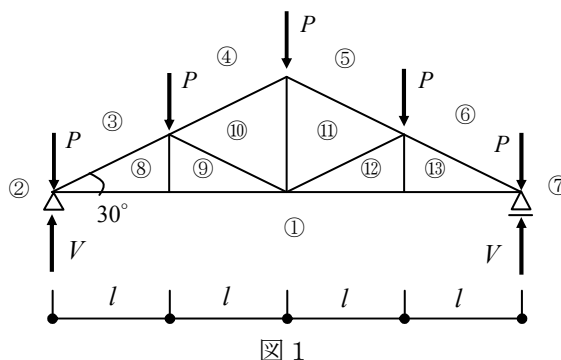
問3 図1のような荷重を受ける平行弦トラスの上弦材Aに生じる軸方向圧縮力を求めよ。(平成2)(難易度C)



(解) 図1から、骨組みも荷重も対称であるから、C点の鉛直反力は、 $V_C = 5kN$ である。図2のような自由体を考える。B点の曲げモーメントの釣り合いから、 $\Sigma M_B = 5kN \times 3m - 2kN \times 2m - 2kN \times 1m + N_A \times 1m = 0$ から、 $N_A = -9kN$ (圧縮) である。

問4 図1のようなトラスに節点荷重Pが作用したときの部材応力を図式解法で解いた結果が図2である。その部材応力の値に関する次の記述のうち、誤っているのは、どれか。ただし、図1のVは荷重に対する反力である。(昭和52)(難易度C)

1. 部材3-8は圧縮材で、その値は $3P$ である。
2. 部材8-1は引張り材で、その値は $1.5\sqrt{3}P$ である。
3. 部材8-9は応力0である。
4. 部材9-10は引張り材で、その値は P である。
5. 部材10-11は引張り材で、その値は P である。



(解) トラスのクレモナの図解法は、3章に詳しく解説してあるから参考にする。ここでは、その解法を凝縮して説明する。図2はクレモナ図であるが、各部材の応力の大きさは、部材2-3の長さを、応力Pとして比例配分すればよい。問題は応力が引張りか、圧縮かの判定となる。それは、図3

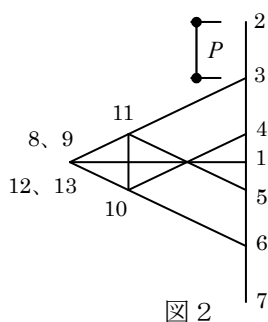


図 2

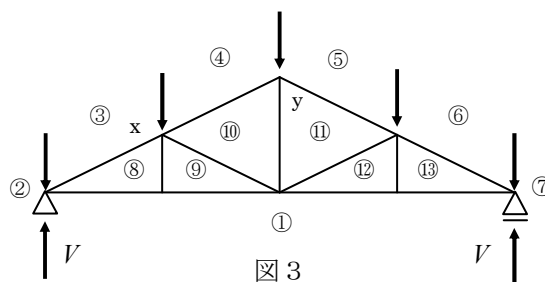


図 3

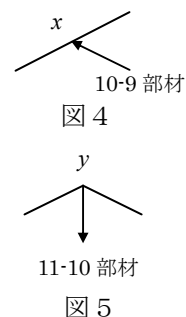


図 4



図 5

の x 節点を考えてみる。 x 節点を取り囲む領域は外力と部材を含めて、右回転に 3-4-10-9-8 と決める。そうすると、 x 節点では 9-10 部材は、10-9 部材 となる。で、図 2 に戻り、10-9 の番号を探すと、左上方に上がっている。よって、10-9 部材は、図 4 から x 点方向に向かっていることになる。同様に、 y 節点では 10-11 部材は、11-10 部材 となる。で、図 2 に戻り、11-10 の番号を探すと、下方に下がっている。よって、11-10 部材は、図 5 から y 点方向から、外に向かっていることになる。そして、節点を基点にして外に向かう応力は引張材、内に向かう応力は圧縮材という取り決めがあるから、10-9 材は圧縮材で応力の大きさは P である。

問 5 図 1 のような荷重を受けるトラスの上弦材 A-B に生じる軸方向圧縮力を求めよ。ただし、 $1kN = 0.102tf$ とする。(平成 10) (難易度 C)

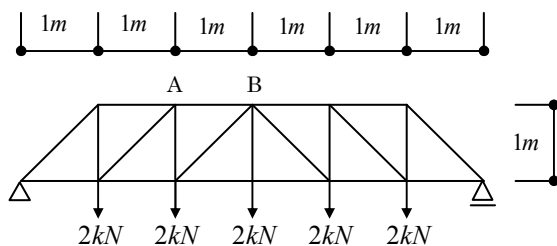


図 1

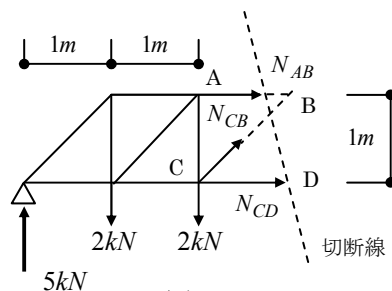


図 2

(解) 反力は図 2 に示すように容易に分かる。図 2 を切断法で解くとき不必要な未知応力 N_{CB} 、 N_{CD} の交点 C について曲げモーメントのつり合い式を作ればよい。

$\Sigma M_C = 5kN \times 2m - 2kN \times 1m + N_{AB} \times 1m = 0$ 、 $N_{AB} = -8kN$ で圧縮材である。もし、 N_{CB} 材の値を求めよと問われたら、平行弦トラスの特徴をいかして次のように解く。図 2 で Y 方向の応力のつり合い式から、 $\Sigma Y = 5kN - 2kN - 2kN + N_{CB} \sin 45 = 0$ 、 $N_{CB} = -\sqrt{2}kN$ の圧縮である。

問 6 図 1 のような荷重を受けるトラスの下弦材 A-B に生じる軸方向引張力を求めよ。(平成 7) (難易度 C)

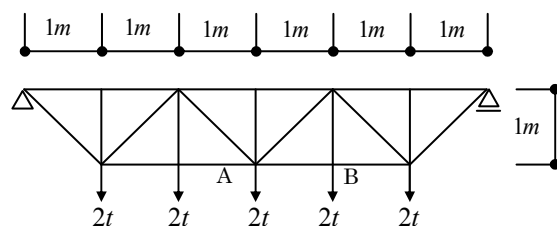


図 1

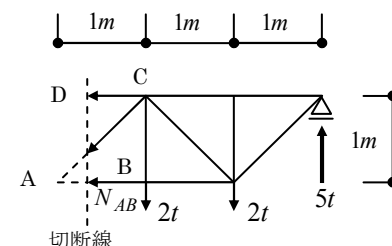


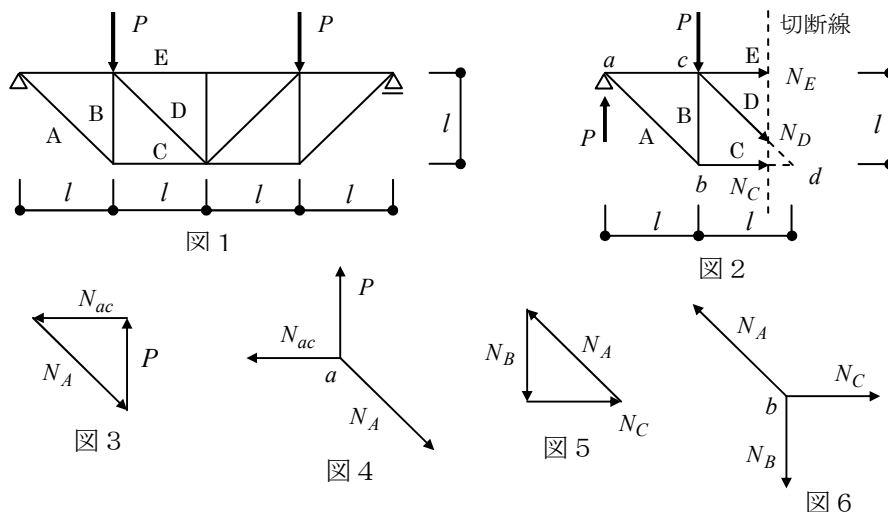
図 2

(解) 反力は図 2 に示すように容易に分かる。図 2 を切断法で解く。右側の自由体の方が若干、計算

が少ないので採用する。必要でない未知応力 N_{AC} 、 N_{CD} の交点 C について曲げモーメントのつり合い式を作ればよい。 $\Sigma M_C = 2t \times 1m - 5t \times 2m + N_{AB} \times 1m = 0$ 、 $N_{AB} = +8kN$ で引張材である。

もし、 N_{AC} 材の値を求めよと問われたら、平行弦トラスの特徴をいかして次のように解く。図2で Y 方向の応力のつり合い式から、 $\Sigma Y = 5t - 2t - 2t - N_{AC} \sin 45 = 0$ 、 $N_{AC} = +\sqrt{2}t$ の引張である。

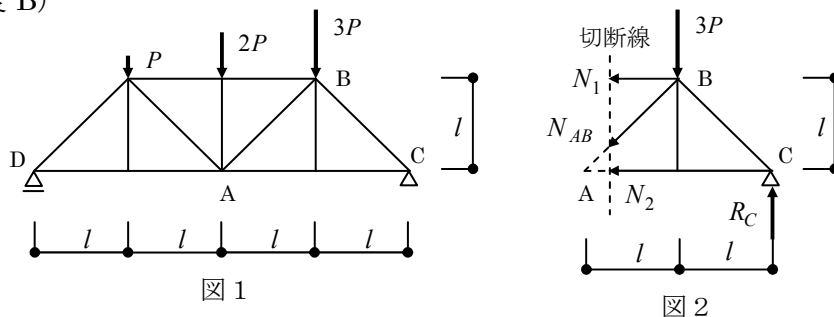
問7 図1のような荷重を受けるトラスにおいて、部材 A～E に生じる軸力を求めよ。ただし、「+」は引張軸力を、「-」は圧縮軸力を表すものとする。(平成8)(難易度 C)



(解) 図3の示力図で、図4のような a 点の釣り合いから、 $N_A = +\sqrt{2}P$ である。図5の示力図で、図6のような b 点の釣り合いから、 $N_B = -P$ である。図5の b 点の釣り合いから、 $N_C = +P$ である。これらの正負の決め方は、図3で a 点についての示力図である。この応力と同方向の向きで、図4のように、 a 点を始点として描けばよい。図6も同様である。図2のような、自由体を設定し d 点について曲げモーメントのつり合い式を作ればよい。 $\Sigma M_d = P \times 2l - P \times l + N_E \times l = 0$ から、 $N_E = -P$ で N_{dc} は、平行弦トラスの特徴を利用して、 $\Sigma Y = P - P - N_{dc} \sin 45^\circ = 0$ から、 $N_{dc} = 0$ である。

問8 図1のような荷重を受けるトラスにおいて、部材 A・B に生じる軸方向力を求めよ。ただし、荷重は、図に示す矢印の向きを「正」とし、軸方向力は引張力を「+」、圧縮力「-」とする。

(平成14)(難易度 B)



(解) C 点の反力は、 $M_D = P \times l + 2P \times 2l + 3P \times 3l - R_C \times 4l = 0$ から、 $R_C = 3.5l$ である。 N_{AB} は、図2のような自由体を考え、平行弦トラスの特徴を利用して、 $\Sigma Y = 3P - 3.5P + N_{AB} \sin 45^\circ = 0$ から、 $N_{AB} = P/\sqrt{2}$ である。

問 9 図 1 のような荷重を受けるトラスにおいて、上弦材 A-B に生じる軸方向力を求めよ。ただし、軸方向力は引張力を「+」、圧縮力「-」とする。(平成 12) (難易度 C)

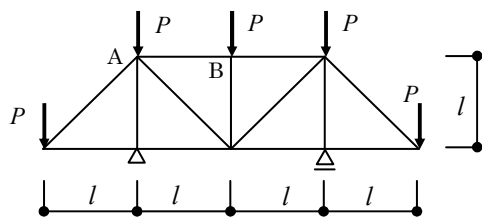


図 1

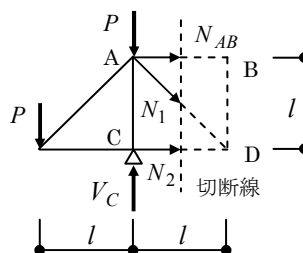


図 2

(解) 骨組みも荷重も対称であるから、C 点の鉛直反力は、 $V_C = 2.5P$ である。 N_{AB} は、D 点の曲げモーメントのつり合いを利用して、 $\sum M_D = -P \times 2l - P \times l + 2.5P \times l + N_{AB} \times l = 0$ から、 $N_{AB} = P/2$ (引張力) となる。もし、 N_1 を求めたければ図 2 のような自由体を考え、平行弦トラスの特徴を利用して、 $\sum Y = -P - P + 2.5P - N_1 \sin 45^\circ = 0$ から、 $N_1 = P/\sqrt{2}$ (引張力) である。

問 10 図 1 は、外力と反力がつり合っている状態の静定トラスの一部分を示すものである。上弦材 A に生じる軸方向力の絶対値の大きさを求めよ。(平成 4) (難易度 C)

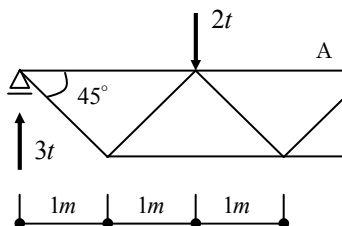


図 1

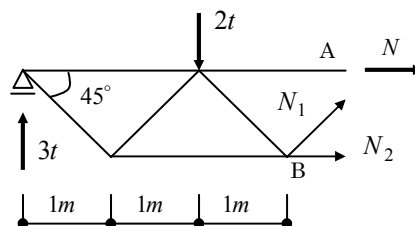


図 2

(解) 図 2 のように、切断法で解くと必要でない未知応力 N_1 、 N_2 の交点 B について曲げモーメントのつり合い式を作ればよい。 $\sum M_B = 3t \times 3m - 2t \times 1m + N \times 1m = 0$ 、 $N = -7t$ で圧縮材である。もし、 N_1 の値を求めよと問われたら、平行弦トラスの特徴をいかして次のように解く。図 2 で Y 方向の応力のつり合い式から $\sum Y = 3t - 2t + N_1 \sin 45^\circ = 0$ 、 $N_1 = -\sqrt{2}t$ の圧縮である。

問 11 図のような節点荷重 P を受けるトラスにおいて、部材 A に生じる軸力を求めよ。ただし、「+」は引張軸力を、「-」は圧縮軸力を表すものとする。(平成 9) (難易度 C)

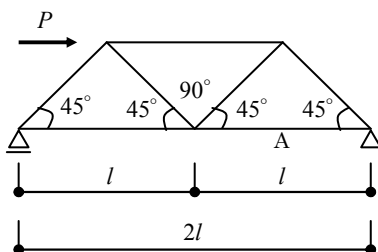


図 1

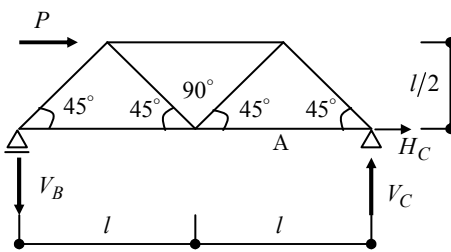


図 2

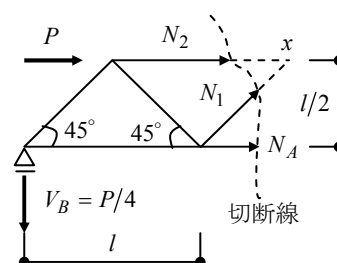


図 3

(解) 水平反力は、 $\sum X = P + H_C = 0$ から、 $H_C = -P$ である。鉛直反力は、C 点の曲げモーメントの釣り合いから、 $\sum M_C = P \times l/2 - V_B \times 2l = 0$ から、 $V_B = P/4$ である。図 3 から切断法により N_A を求める。 x 点の曲げモーメントの釣り合いから、 $\sum M_x = -(P/4) \times 1.5l - N_A \times l/2 = 0$ から

$N_A = -3P/4$ (圧縮) となる。 N_1 は、平行弦トラスの特徴を利用して、 $\Sigma Y = -P/4 + N_1 \sin 45^\circ = 0$ から、 $N_1 = \sqrt{2}P/4$ である。

問 12 図 1 のような荷重 P を受けるトラスにおいて、下弦材 A-B に生じる軸方向力を求めよ。ただし、荷重 P は、図に示す矢印の向きを「正」とし、軸方向力は、引張力を「+」、圧縮力を「-」とする。
(平成 13) (難易度 C)

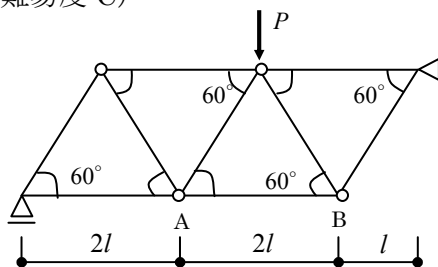


図 1

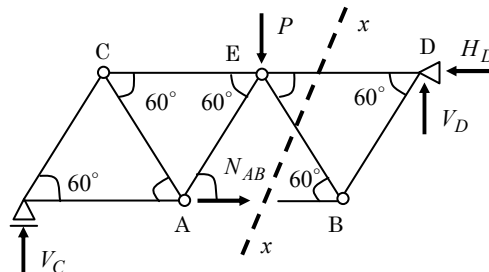


図 2

(解) 図 2 から、D 点に関する曲げモーメントの釣り合いより、 $\Sigma M_D = V_C \times 5l - P \times 2l = 0$ となり、 $V_C = 2P/5$ であるから、 $V_D = 3P/5$ となる。当然、 $H_D = 0$ である。x-x で切断して、E 点での曲げモーメントの釣り合いを求めると、 $\Sigma M_E = \frac{2P}{5} \times 3l - N_{AB} \times \sqrt{3}l = 0$ であるから、 $N_{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{5}P$

問 13 図 1 のような荷重を受けるトラスの下弦材 A-B に生じる軸方向力を求めよ。(平成 11)
(難易度 C)

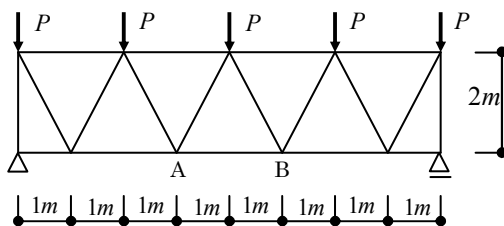


図 1

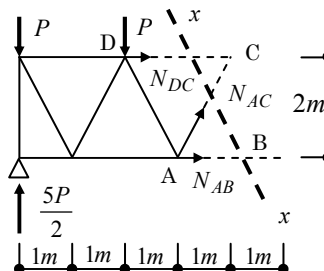


図 2

(解) 図 2 のように反力は $5P/2$ であり、x-x 線で切断して切断法により解く。C 点に関する曲げモーメントの釣り合いを求めると、未知応力の N_{DC} 、 N_{AC} が消去され、求めようとする N_{AB} だけが残る。
 $\Sigma M_C = -P \times 4m - P \times 2m + (5P/2) \times 4m - N_{AB} \times 2m = 0$
よって、 $N_{AB} = 2P$ で引張応力である。

問 14 図 1 のような荷重を受けるトラスの A 材に生じる軸方向力を求めよ。(類似) (難易度 B)

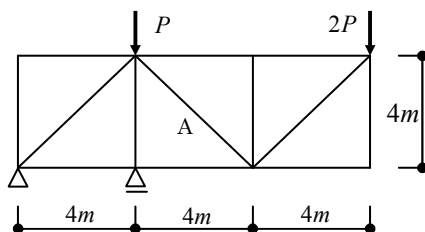


図 1

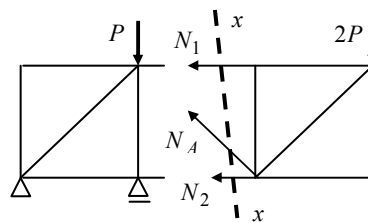


図 2

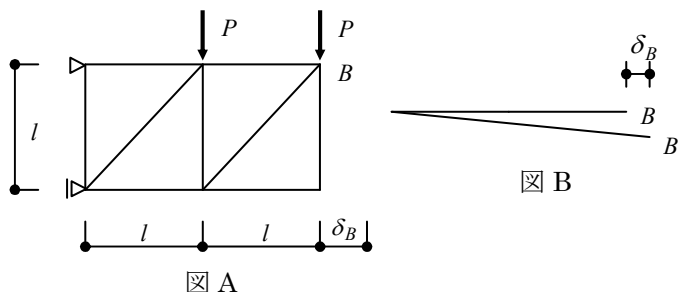
(解) 図 2 のように x-x 線で切断して、右側の架構を切断法により解く。平行弦トラスであるから鉛

直方向の釣り合いにより求める。

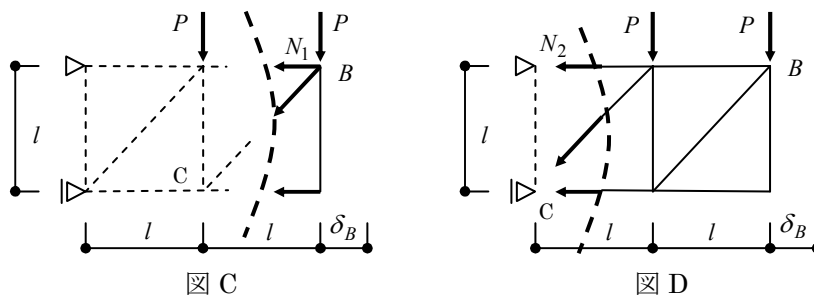
$$\Sigma Y = -2P + N_A \sin 45^\circ = -2P + N_A / \sqrt{2} = 0, \quad N_A = 2\sqrt{2}P \text{ で引張り力}$$

問 15 図 A のような荷重を受けるトラスにおいて、荷重によって生じる B 点の水平方向（横方向）の変位 δ_B を求めよ。ただし、それぞれの部材は等質等断面とし、断面積を A 、ヤング係数を E とする。

（平成 16）（難易度 A）



（解）図 B に示すように構造力学のように線形力学においては、部材が回転しながら伸びても原材がそれに平行に伸びた値が伸び量とする。よって、この問題の場合二個の上弦材の伸び量を加えた値が求めようとする δ_B である。



切断法で二個の上弦材の応力を求める。図 C で右側の架構を自由体を選び C 点に関する曲げモーメントの釣り合いを求めると

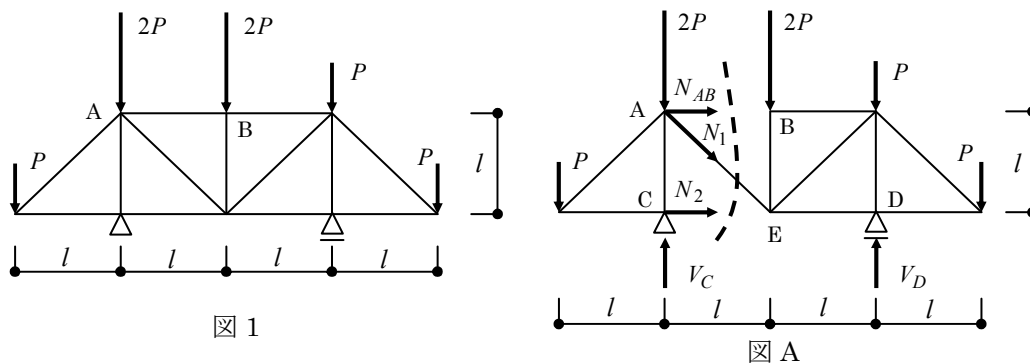
$$\Sigma M_C = -N_1 \times l + P \times l = 0 \text{ から } N_1 = +P$$

図 D で右側の架構を自由体を選び C 点に関する曲げモーメントの釣り合いを求めると

$$\Sigma M_C = -N_2 \times l + P \times l + P \times 2l = 0 \text{ から } N_2 = +3P$$

直線材の力と変形の関係式は $\delta = Pl/EA$ である。ゆえに $\delta_1 = Pl/EA$ 、 $\delta_2 = 3Pl/EA$ であるから、 $\delta_B = \delta_1 + \delta_2 = 4Pl/EA$ となる。

問 16 図 1 のような荷重を受けるトラスにおいて、上弦材 A-B に生じる軸方向力を求めよ。ただし、軸方向力は、引張力を「+」、圧縮力を「-」とする。（平成 17）（難易度 B）



(解) 図 A から、水平方向の外力が無いから、反力は鉛直方向だけとなる。架構全体を自由体として考えて釣り合い式を求めると

$$\Sigma Y = V_C + V_D - P - 2P - 2P - P - P = 0$$

$$\Sigma M_C = -P \times l + 2P \times l + P \times 2l + P \times 3l - V_D \times 2l = 0$$

よって、 $V_C = 4P$ 、 $V_D = 3P$

点線で切断した左側を自由体にとり、切断法で求める。E 点に対する曲げモーメントの釣り合いを求めると、 $\Sigma M_E = +V_C \times l + N_{AB} \times l - P \times 2l - 2P \times l = 0$ となり、 $N_{AB} = 0$ である。反力を求める場合、図 B、C、D のように考えれば容易に求められる。図から $V_C = 2P + 2P + 0 = 4P$ 、 $V_D = 2P + 0 + P = 3P$

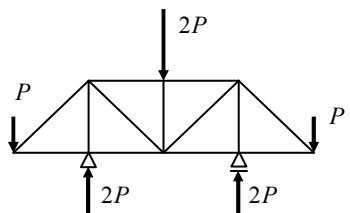


図 B

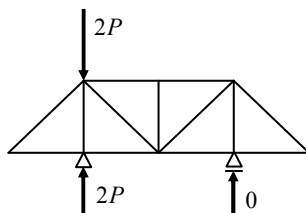


図 C

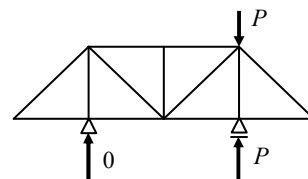


図 D

問 17 図 1 のような荷重を受けるトラスにおいて、部材 A-B に生じる軸方向力を求めよ。ただし、軸方向力は引張力を「+」、圧縮力を「-」とする。(平成 18) (難易度 C)

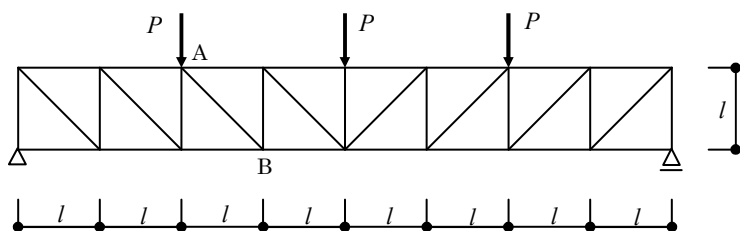


図 1

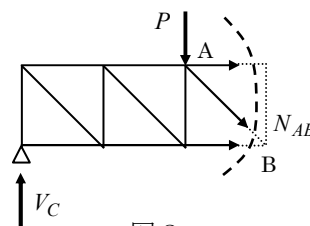


図 2

(解) まず、反力 V_C を求める。トラスは対称系であるから、 $V_C = 3P/2$ となる。図 2 のように切断する。平行弦トラスであるから、図 2 を自由体と考えると Y 方向の釣り合いにより

$$\Sigma Y = V_C - P - N_{AB} \sin \theta = 0 \text{ で } \sin \theta = 1/\sqrt{2} \text{ だから、} N_{AB} = +\sqrt{2}P/2 \text{ が得られる。}$$

問 18 図 1 のような荷重を受けるトラスにおいて、部材 A-B に生じる軸方向力を求めよ。ただし、引張力を「+」、圧縮力を「-」とする。(平成 19) (難易度 B)

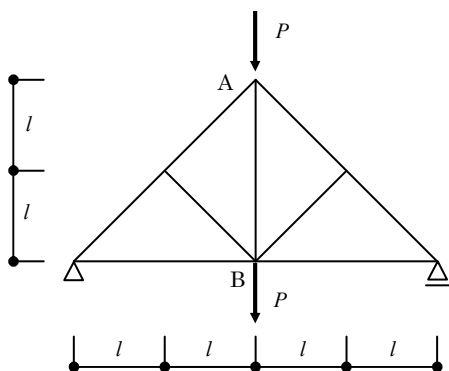


図 1

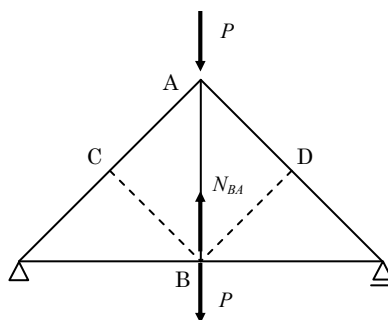


図 2

(解) 図 2 で、トラスの性質より、 $N_{BC} = 0$ 、 $N_{BD} = 0$ となる。よって、B 点の y 方向の釣り合いから

$\Sigma Y = N_{BA} - P = 0$ となり、 $N_{BA} = P$ を得る。

問 19 図 1 のトラスで N_1 、 N_2 の応力を求める場合、節点 A の釣り合い式から、

$\Sigma X = N_1 \cos 30^\circ + N_2 = 0$ 、 $\Sigma Y = N_1 \sin 30^\circ + 2P = 0$ で、 $N_1 = -4P$ 、 $N_2 = +2\sqrt{3}P$ とする。切断法で N_1 と N_2 を求めると、図 1 の B 点の曲げモーメントの釣り合いから、 $\Sigma M_B = N_1 \times 2m + 2P \times 4m = 0$ から、 $N_1 = -2P$ 。図 2 で C 点の曲げモーメントの釣り合いから、 $\Sigma M_C = 2P \times 4m - N_2 \times 4/\sqrt{3}m = 0$ から、 $N_2 = +2\sqrt{3}P$ 。

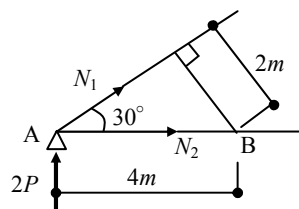


図 1

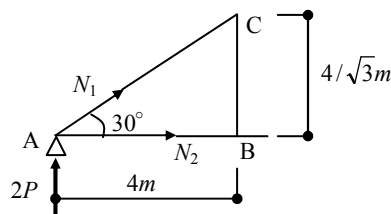


図 2

◎ ここで、ちょっとイップク。以下に表示したトラスでウェブ材が圧縮応力か引張応力かを検証する。太い実線を圧縮応力、太い点線を引張応力、細い実線は応力が零として表す。また、トラスの形態や外力のかかり具合からして、上弦材は圧縮で下弦材は引張応力である。この項では、ウェブ材の検証が目的であるから、外縁の材については表記しない。また、外力はすべて P とする。

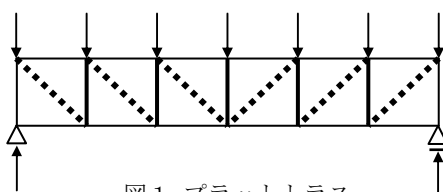


図 1 プラットトラス

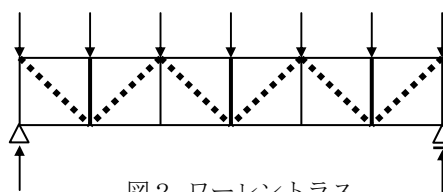


図 2 ワーレントラス

(検証 1) 図 1、2 に共通する傾向として、支持点の直近ウェブ斜材が外側に向く場合は、ウェブ材の斜材は引張りで鉛直材は圧縮材となっている。

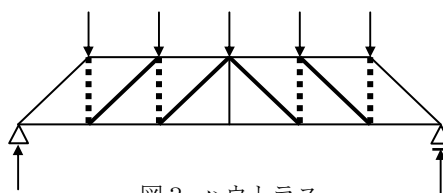


図 3 ハウトラス

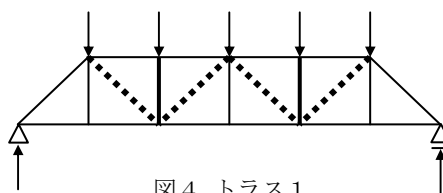


図 4 トラス 1

(検証 2) 図 3 の傾向は、ウェブ斜材が内側に向く場合は、斜材は圧縮材で鉛直材は引張材となっている。図 4 の傾向は、支持点の直近ウェブ斜材が外側に向いている場合は、斜材が引張材で、鉛直材は圧縮材となっている。

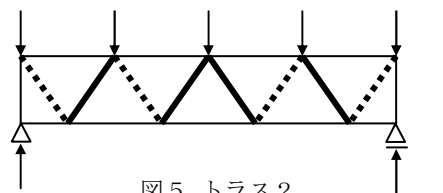


図 5 トラス 2

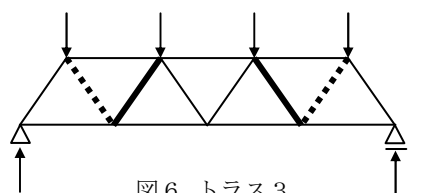


図 6 トラス 3

(検証 3) 図 5 は、支持点の直近ウェブ斜材が外側に向く場合は、ウェブ材の斜材は引張材で、以下交互に圧縮材と引張材となる。ただし、偶数スパンであるから中央から左右に対称となる。図 6 も、

図 5 と同様初期は外向きであるから、引張材で、後は中央から対称になる。

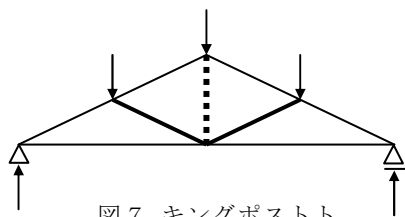


図 7 キングポストト

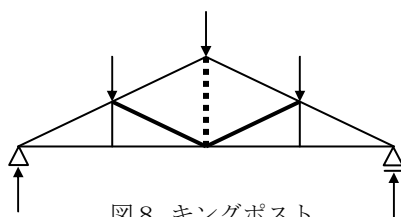


図 8 キングポスト

(検証 4) 図 7、8 は三角形トラスであり、基本的には斜材が圧縮材、鉛直材が引張材となる。

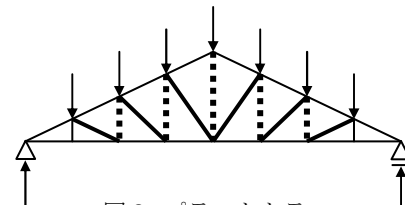


図 9 プラットトラス

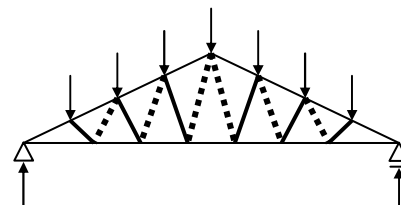


図 10 ワーレントラス

(検証 5) 図 9 は、図 7、8 と全く同様で斜材が圧縮材、鉛直材が引っ張り材となる。図 10 の場合は、基本的には図 9 と同じ考え方である。圧縮材と引張材が交互に生じ、対称トラスであるから中央から対称の応力となる。

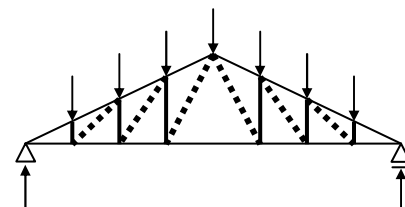


図 11 ハウトラス

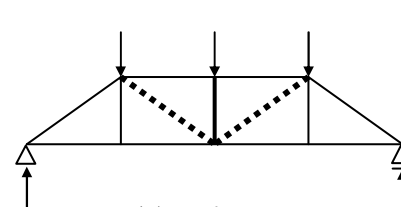


図 12 トラス 5

(検証 6) 図 11 は図 9、10 と同じ考え方である。三角形トラスは基本的に斜材が圧縮材、鉛直材が引張材になるが、図 9、10、11 を見ると逆の現象が現れている。

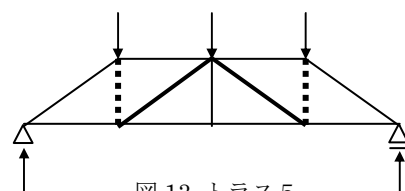


図 13 トラス 5

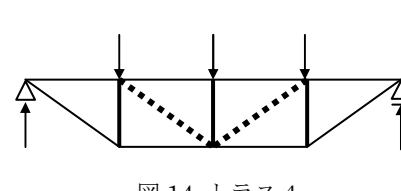


図 14 トラス 4

(検証 7) 図 12、13、14、15、16 は平行弦トラスの一種と考えればよい。

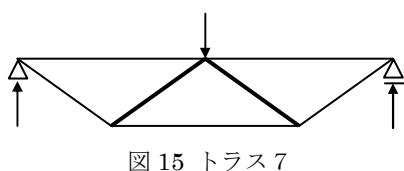


図 15 トラス 7

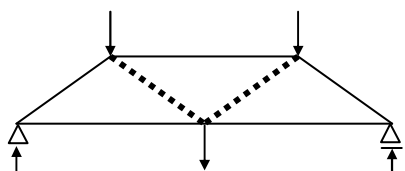


図 16 トラス 6

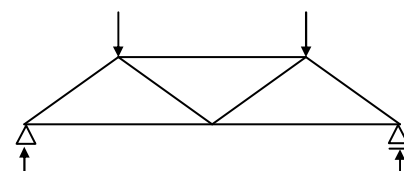


図 17 トラス 7

(検証 9) 図 17 は図 16 と同じトラスであるが外力が 1 個少ないから、よく考えること。