

○ 3 ヒンジラーメン

(1) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

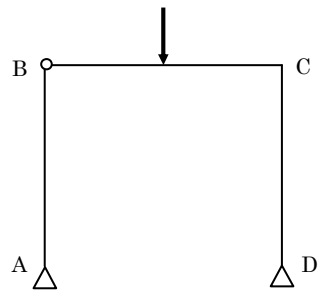


図 1

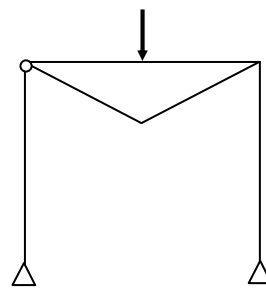


図 2

(解) A 点と B 点を結んだ直線はあたかもトラスと同様になる。あるいは A-B 方向のローラー支持にも置換できる。

(2) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

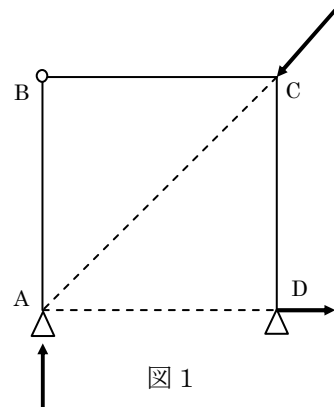


図 1

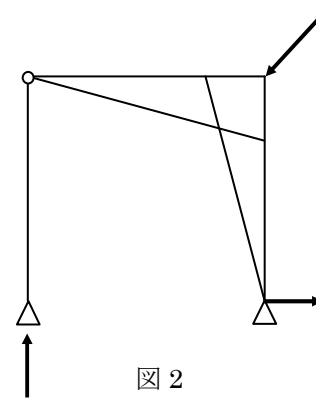


図 2

(解) A 点と B 点を結んだ直線はあたかもトラスと同様になる。あるいは A-B 方向のローラー支持にも置換できる。このローラーと外力の作用線が交わった A 点に D 点から作用線を引けば D 点の反力の作用線となる。

(3) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

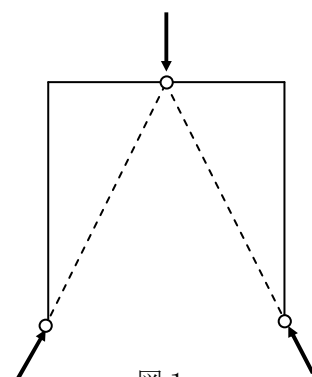


図 1

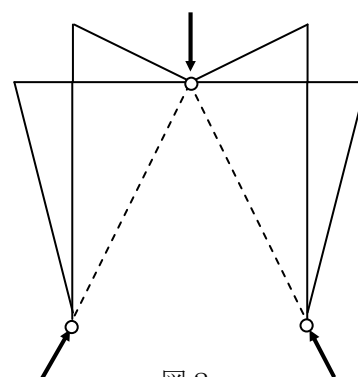


図 2

(4) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

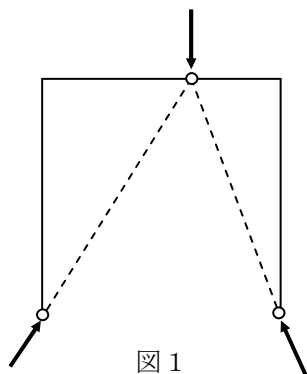


図1

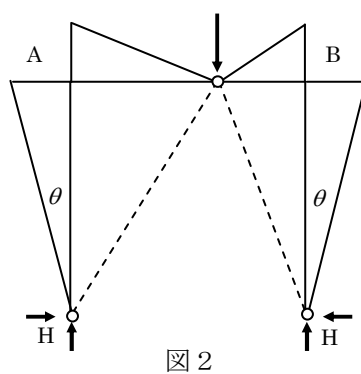


図2

(解) 図2のように水平反力が等しいから、柱の曲げモーメントの増分比は等しい。よってA点とB点の曲げモーメントは等しい。

(5) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

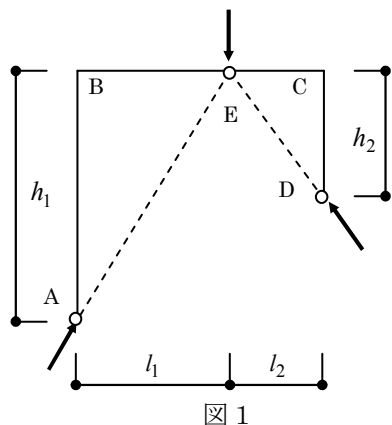


図1

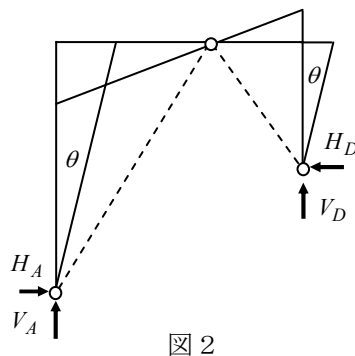


図2

(解) 図2のように水平反力 H_A と H_D の絶対値が等しいから、柱の曲げモーメントの増分比は等しい。よってA点とD点の部材角 θ は等しい。

(6) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

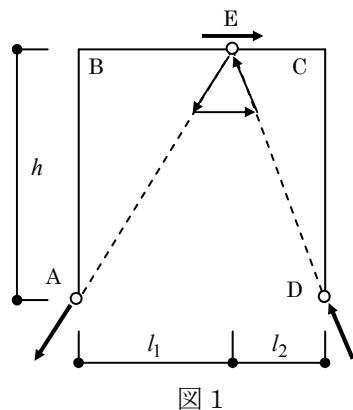


図1

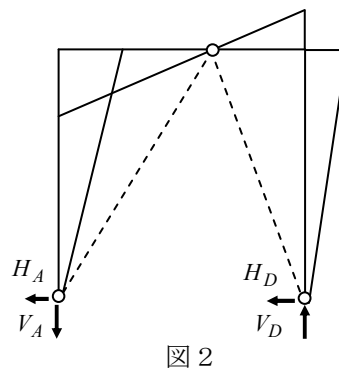


図2

(解) 左半分の架構で、E点の曲げモーメントを求めると $\Sigma M_E = H_A h - V_A l_1 - 0$ 、 $H_A h = V_A l_1$

右半分の架構で、E 点の曲げモーメントを求めると $\Sigma M_E = H_D h - V_D l_2 = 0$ 、 $H_D h = V_D l_2$

ここで、 V_A と V_D は絶対値が等しいから、 $H_A h : H_D h = l_1 : l_2$ となり、柱頭の曲げモーメントは、

$$M_C = \frac{l_2}{l_1} M_B \text{ となる。}$$

(7) 図 1 の 3 ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

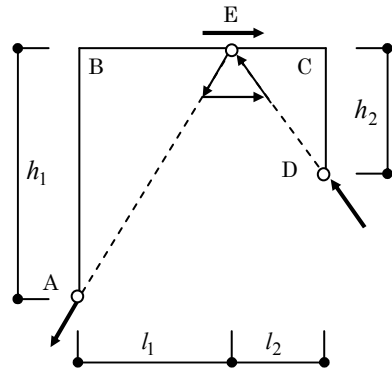


図 1

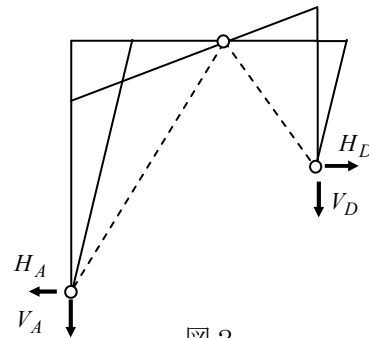


図 2

(解) 左半分の架構で、E 点の曲げモーメントを求めると $\Sigma M_E = H_A h_1 - V_A l_1 = 0$ であるから

$H_A h_1 = V_A l_1$ となる。右半分の架構で、E 点の曲げモーメントを求めると $\Sigma M_E = H_D h_2 - V_D l_2 = 0$

であるから、 $H_D h_2 = V_D l_2$ となる。ここで、 V_A と V_D は絶対値が等しいから、 $M_B : M_D = l_1 : l_2$ あ

るいは $M_D = \frac{l_2}{l_1} M_B$ となる

。

(8) 図 1 の 3 ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

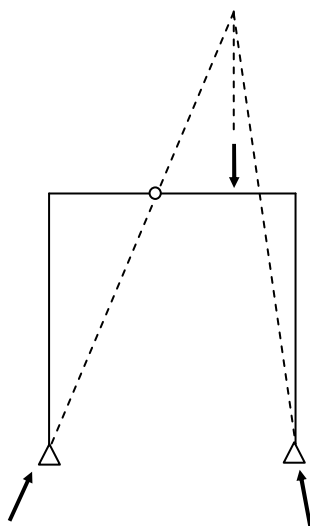


図 1

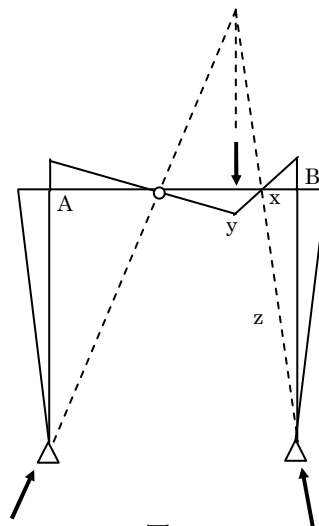


図 2

(解) まず反力を求める。右柱側の曲げモーメントから描く。B 点の M は任意の大きさと良い。重要な点は梁 A・B と右側の反力線 z の交点に交わるように x - y 線を引く。 y 点は外力線の延長上にあり、ここでピンに向かって線分を延ばす。

(9) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

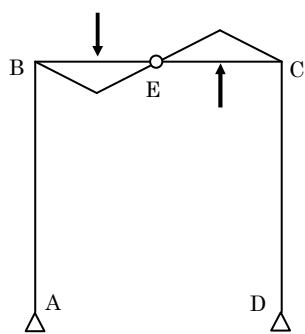


図 1

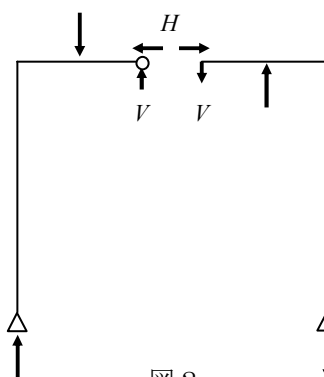


図 2

(解) A 点と D 点の水平反力は零である。逆対称ラーメンだから E 点の応力は垂直だけに働き、向きは逆になる。なぜなら図2の E 点で水平方向の力 H があるとすれば図のように、相反作用から互いに外向きの力か内向きの力になる。これらは対称形の場合の現象であり、逆対称の条件に反する。逆対称の条件を満たすには応力 H が零の場合だけである。

(10) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

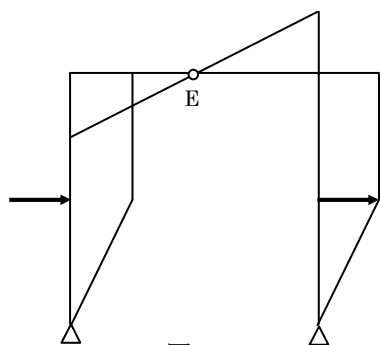


図 1

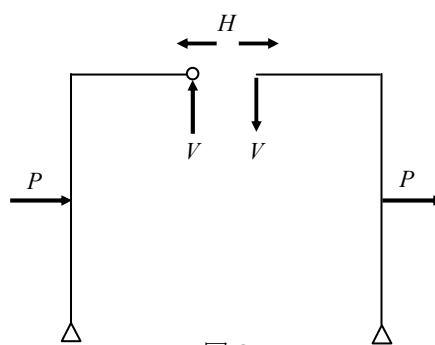


図 2

(解) 逆対称ラーメンだから E 点の応力は垂直だけに働き、向きは逆になる。なぜなら図2の E 点で水平方向の力 H があるとすれば図のように、相手方が相反作用から互いに外向きの力か内向きの力になる。これらは対称形の場合の現象であり、逆対称の条件に反する。逆対称の条件を満たすには応力 H が零の場合だけである。

(11) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

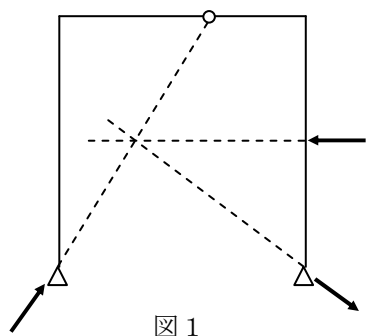


図1

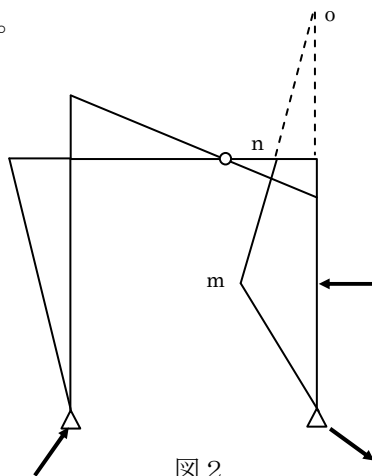


図2

(解) 左側の柱から曲げモーメントを描いて行く。左柱の反力と右柱の延長線が交わる点 o を求めることが重要なことである。 $o \cdot n \cdot m$ 線は容易に理解できるだろう。

(12) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

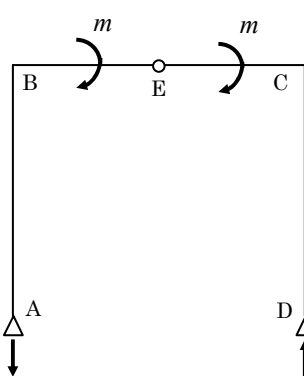


図1

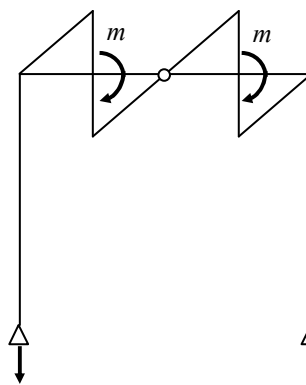


図2

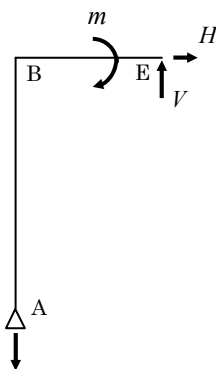


図3

(解) 反力が分かれば曲げモーメントは容易に描ける。図3のように A・B・E 材を自由体にとって、 x 方向の釣り合い式から検討しても H は零であることが分かる。

(13) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

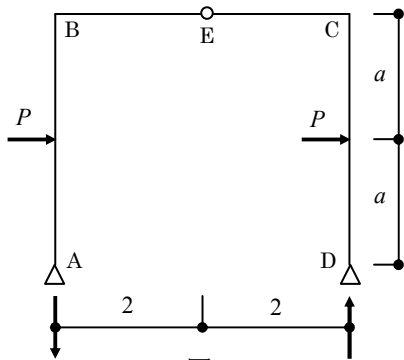


図1

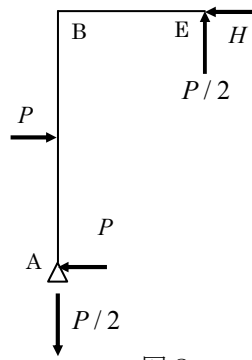


図2

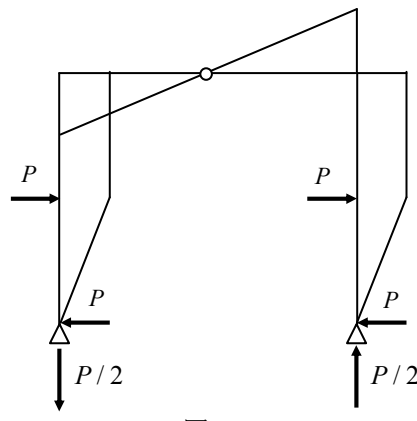


図3

(解) 反力が分かれば曲げモーメントは容易に描ける。図2のように A・B・E 材を自由体にとって、

x 方向の釣り合い式から検討しても H は零であることが分かる。

(14) 図 1 の 3 ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

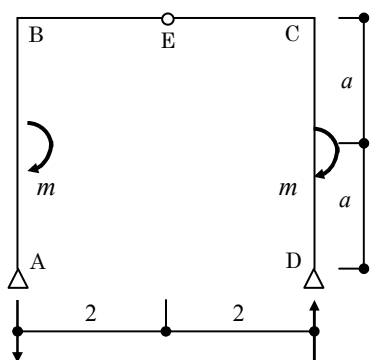


図 1

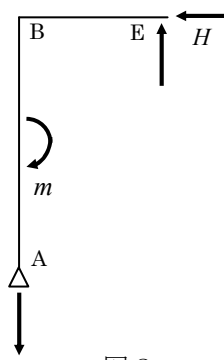


図 2

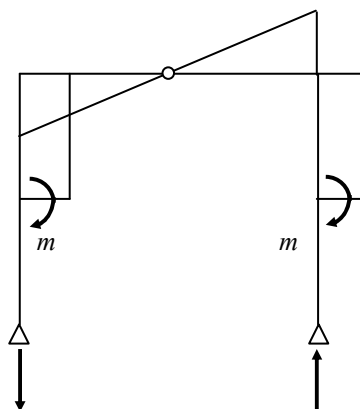


図 3

(解) 反力が分かれば曲げモーメントは容易に描けるし、逆対称ラーメンである。よって、図 2 のように A-B-E 材を自由体にとって、 x 方向の釣り合い式から検討しても H は零であることが分かる。

(15) 図 1 の 3 ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

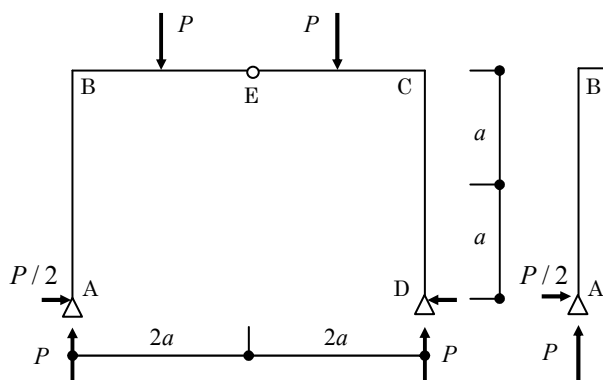


図 1

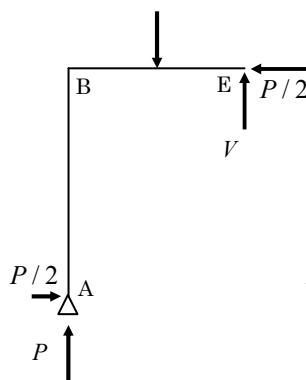


図 2

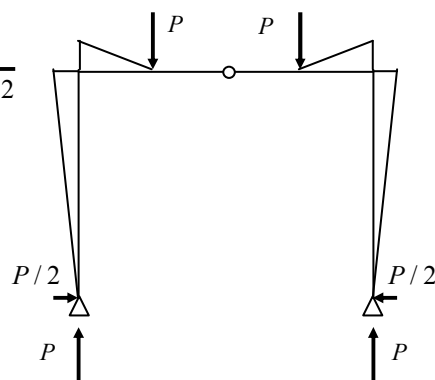
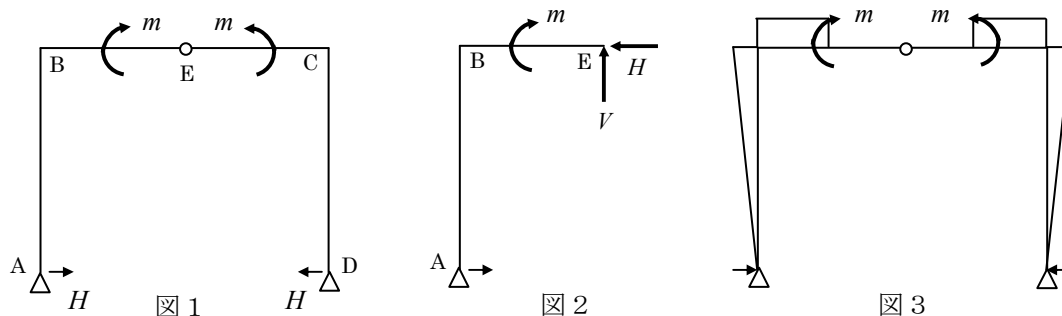


図 3

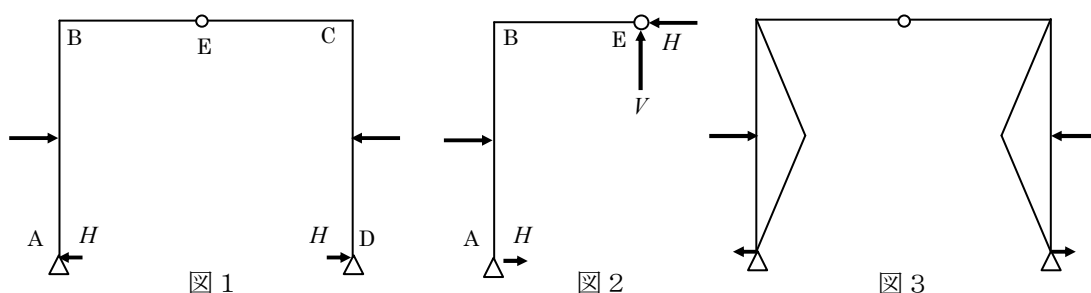
(解) 対称ラーメンだから E 点の応力は水平だけに働き、向きは逆になる。なぜなら図 2 の E 点で鉛直方向の力 V があるとすれば図のように、相手方が相反作用から互いに上向きの力か下向きの力になる。これらは逆対称形の場合の現象であり、対称の条件に反する。対称の条件を満たすには応力 V が零の場合だけである。

(16) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



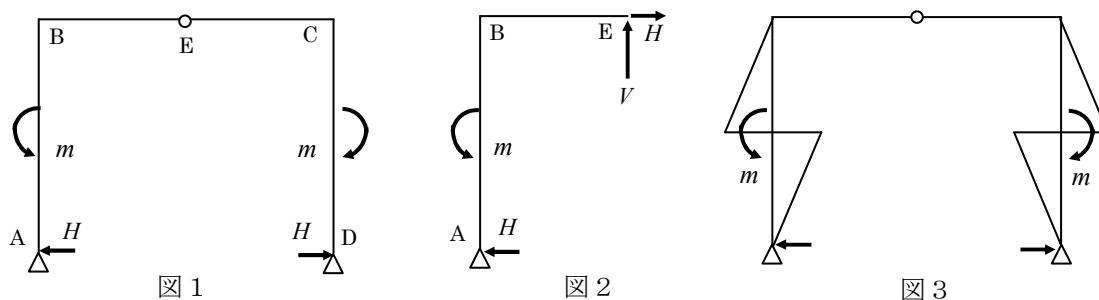
(解) 対称ラーメンだから E 点の応力は水平だけに働き、向きは逆になる。なぜなら図2の E 点で鉛直方向の力 V があるとすれば図のように、相手方は相反作用から互いに上向きの力か下向きの力になる。これらは逆対称形の場合の現象であり、対称の条件に反する。対称の条件を満たすには応力 V が零の場合だけである。

(17) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



(解) 対称ラーメンだから E 点の応力は水平だけに働き、向きは逆になる。なぜなら図2の E 点で鉛直方向の力 V があるとすれば図のように、相手方は相反作用から互いに上向きの力か下向きの力になる。これらは逆対称形の場合の現象であり、対称の条件に反する。対称の条件を満たすには応力 V が零の場合だけである。

(18) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



(解) 対称ラーメンだから E 点の応力は水平だけに働き、向きは逆になる。なぜなら図2の E 点で鉛直方向の力 V があるとすれば図のように、相手方は相反作用から互いに上向きの力か下向きの

力になる。これらは逆対称形の場合の現象であり、対称の条件に反する。対称の条件を満たすには応力 V が零の場合だけである。

(19) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

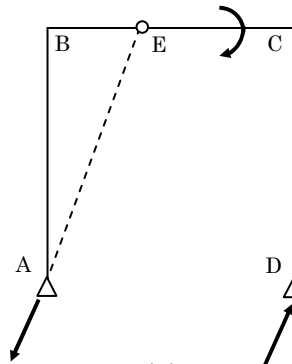


図1

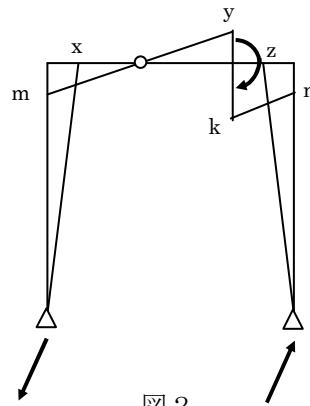


図2

(解) 3ヒンジラーメンであるから、荷重がかかっていない側のピンとピンを結んだ線上に反力の作用線がくる。他方の反力は向きが逆で作用線は平行となる。ゆえに柱の曲げモーメントの増加率は等しい。 M 図はA点側から描くとy点までは描ける。柱の曲げモーメントの増加率は等しいからx点と同じ大きさの M 図をz点とする。n点から $m-y$ に平行にk点を見つける。

(20) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

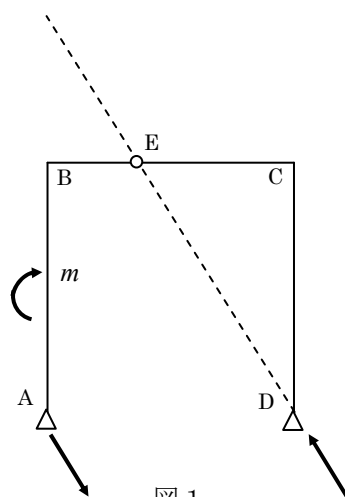


図1

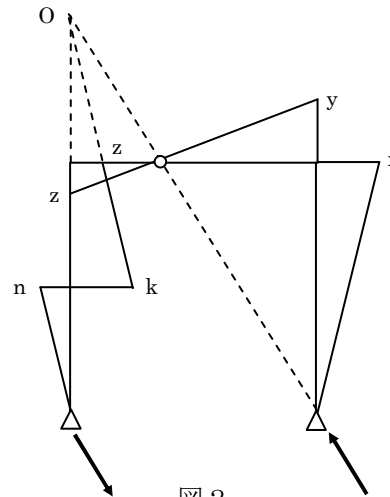


図2

(解) 曲げモーメントをD点から描いてみる。x点は適当に描き、y点からピンを交差してz点が出る。左柱と右反力の延長線の交点をoとする。oからz点を通って、外力 m のところに到達する。A点から $o-k$ に平行にA-nを描けばできあがり。

(21) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

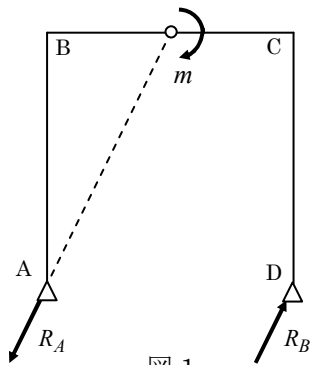


図 1

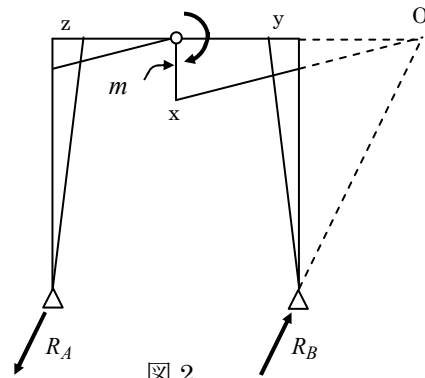


図 2

(解) D 点から M 図を描くと x 点までは比較的簡単に描ける。反力の絶対値が等しいから A 点の曲げモーメントの増加率は D 点と等しい。よって z の大きさは y の大きさと等しく取れば良い。

(22) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

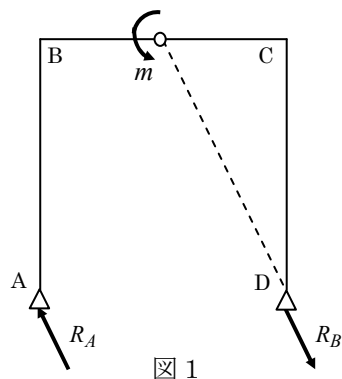


図 1

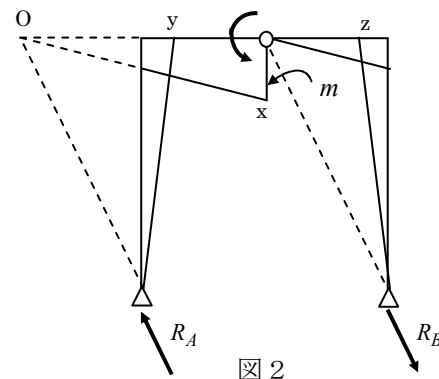


図 2

(解) A 点から M 図を描くと x 点までは比較的簡単に描ける。反力の絶対値が等しいから A 点の曲げモーメントの増加率は D 点と等しい。よって z の大きさは y の大きさと等しく取れば良い。

(23) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

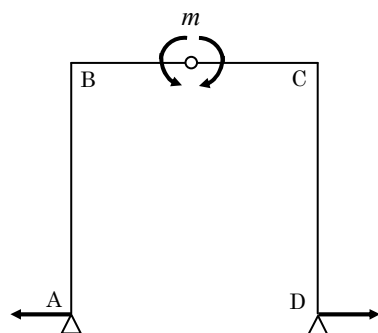


図 1

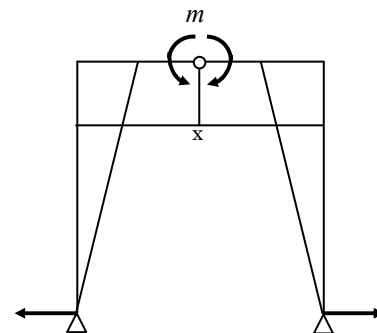
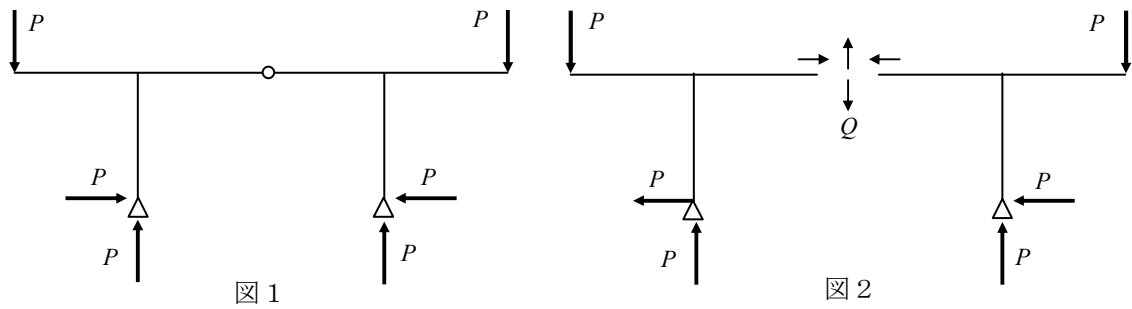


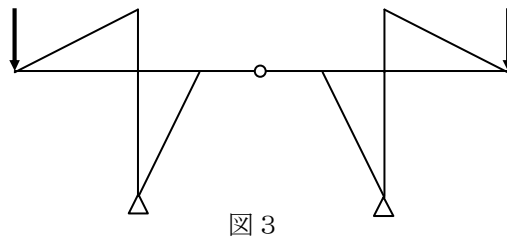
図 2

(解) D 点から M 図を描くと x 点までは比較的簡単に描ける。反力の絶対値が等しいから A 点の曲げモーメントの増加率は D 点と等しい。よって z の大きさは y の大きさと等しく取れば良い。

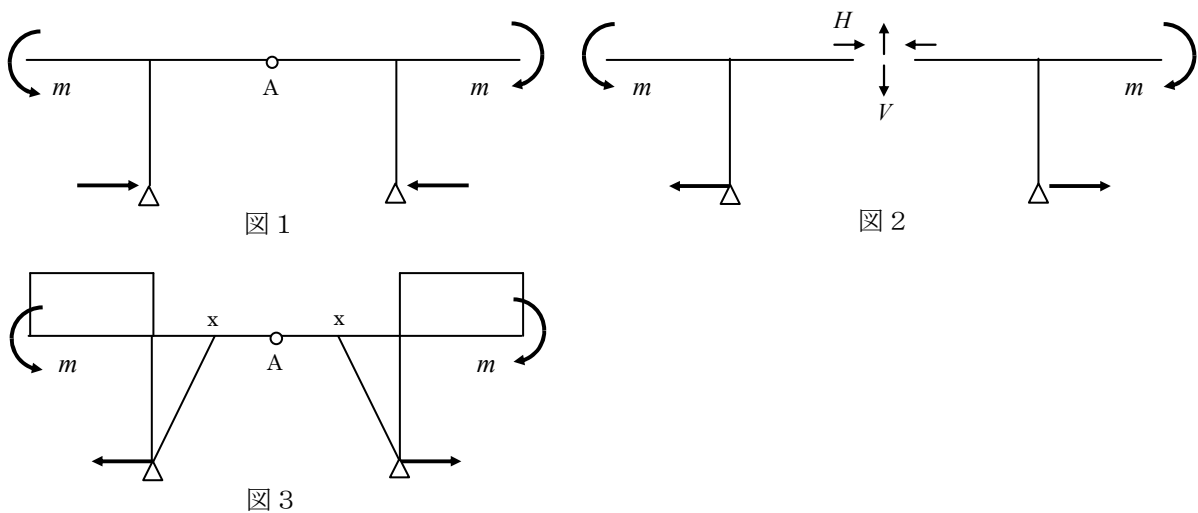
(24) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



(解) 正対称だから中央ピンのところの垂直応力 Q は零でなければならない。

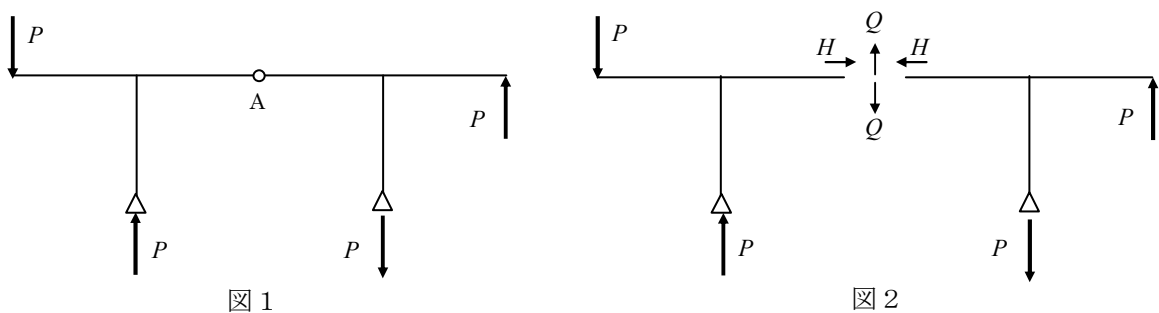


(25) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



(解) 正対称だから中央ピンのところの垂直応力 V は零でなければならない。A点で内部応力の V は零であるから A-x 間に曲げモーメントは生じない。

(26) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



(解) 逆対称ラーメンだから中央ピンのところの水平内部応力は零でなければならない。

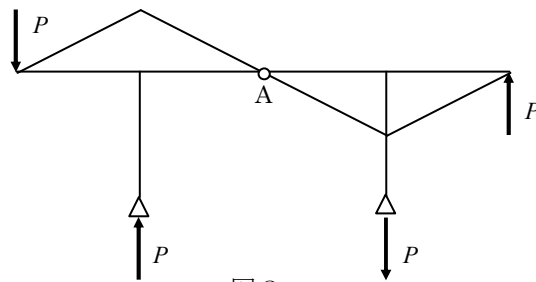


図 3

(27) 図 1 の 3 ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

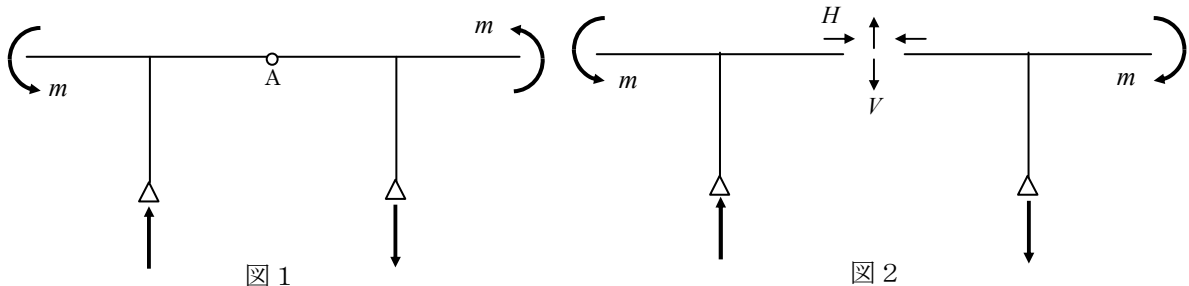


図 1

図 2

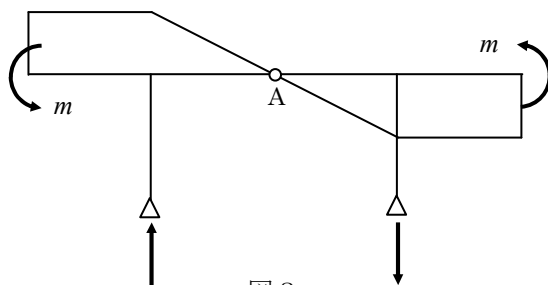


図 3

(解) 逆正対称だから中央ピンのところの水平応力は零でなければならない。

(28) 図 1 の 3 ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

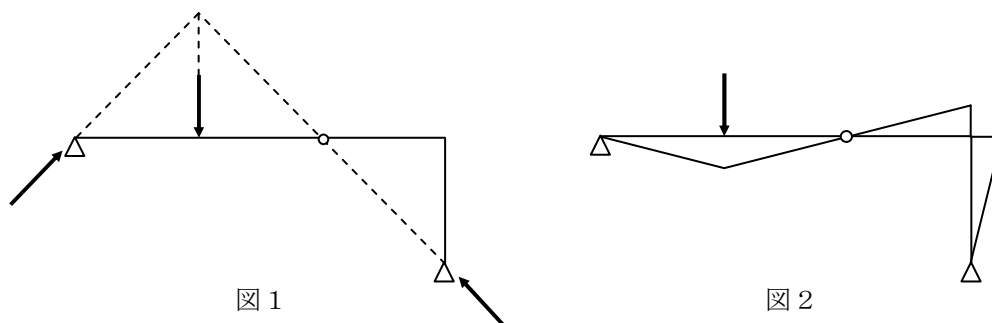


図 1

図 2

(解) やさしい問題だ。水平反力の方向は逆だけど絶対値は等しい。ただし、鉛直反力の値は異なる。

(29) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

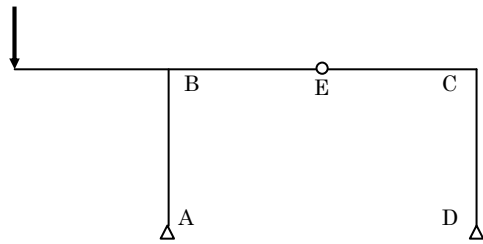


図1

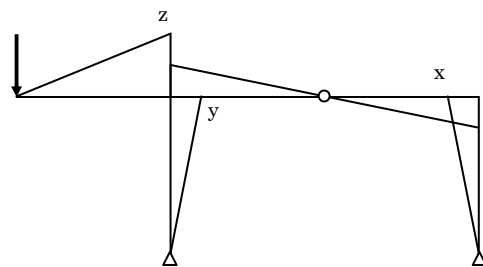


図3

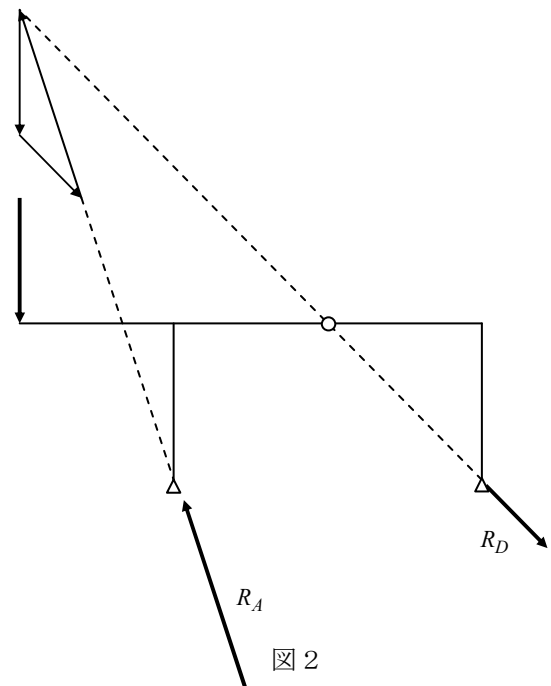


図2

(解) 鉛直方向だけの外力であるから、反力 R_A と R_D の水平応力は向きが逆で絶対値は等しい。ゆえに曲げモーメント x と y は等しいので曲げモーメント z は x と y を加えた値である。

(30) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

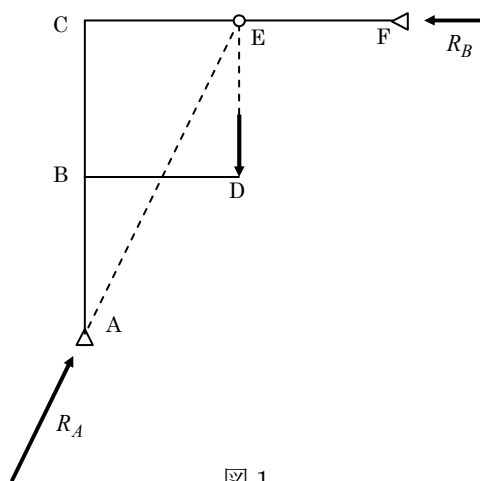


図1

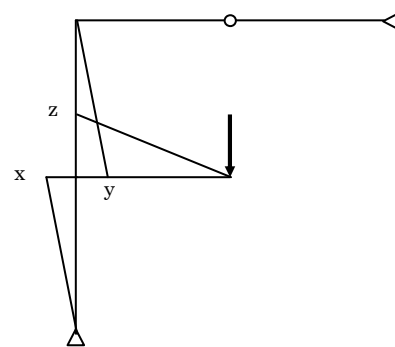
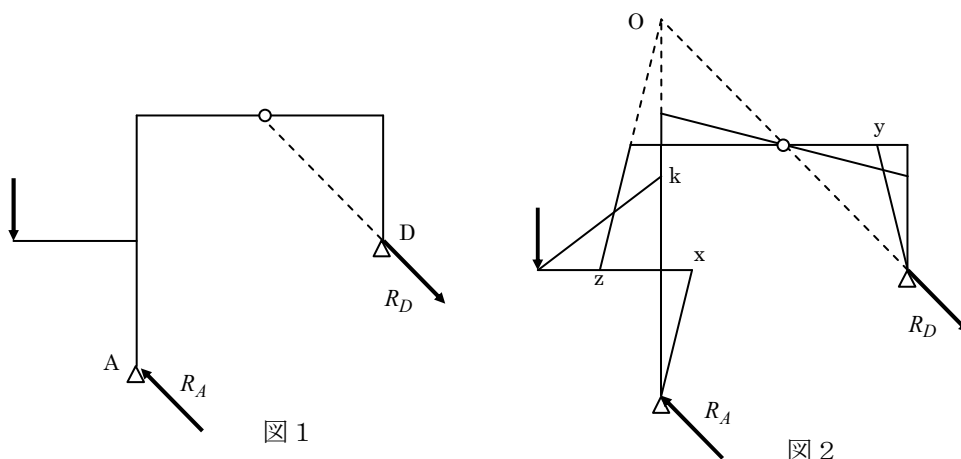


図2

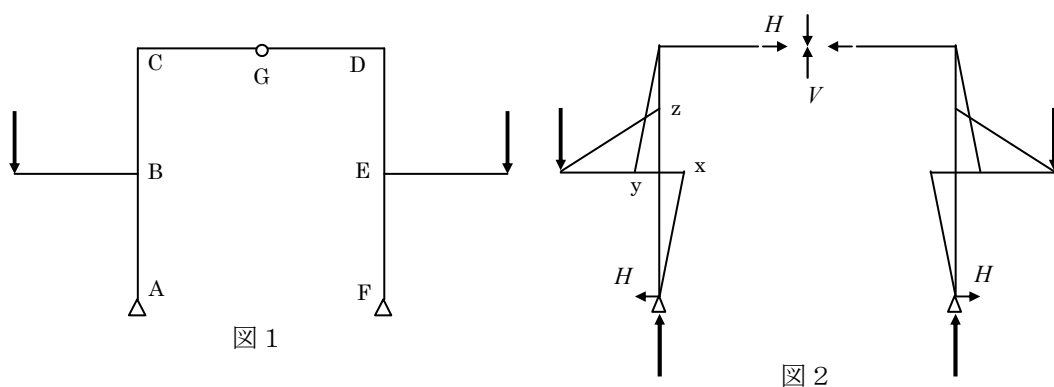
(解) 図1から反力 R_A と R_B の水平反力は向きが逆で絶対値は等しい。ゆえに曲げモーメントで x と y は等しく、 z は x と y を加えた値である。

(31) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



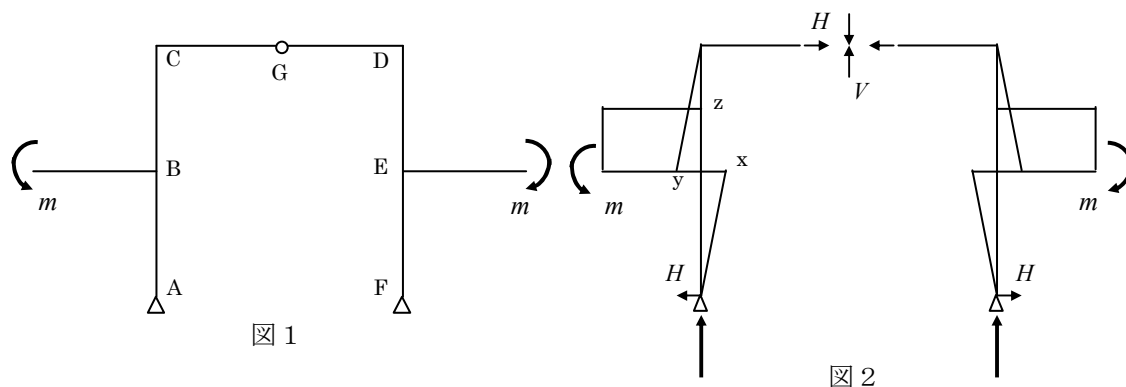
(解) 図1から反力 R_A と R_D の水平反力は向きが逆で絶対値は等しい。ゆえに曲げモーメントで x と y は等しく、 z は x と y を加えた値であり k は x と z を加えた値である。

(32) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



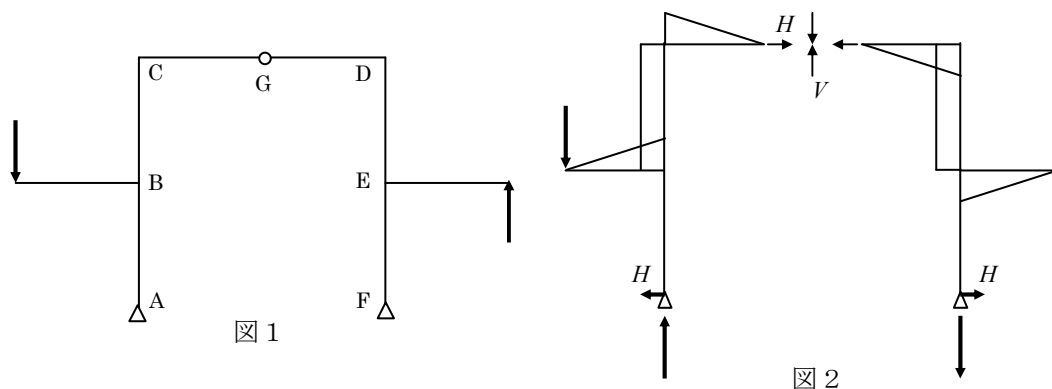
(解) 対称ラーメンであるから G 点の鉛直方向の内部応力は零である。曲げモーメント x と y を加えた値が z である。

(33) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



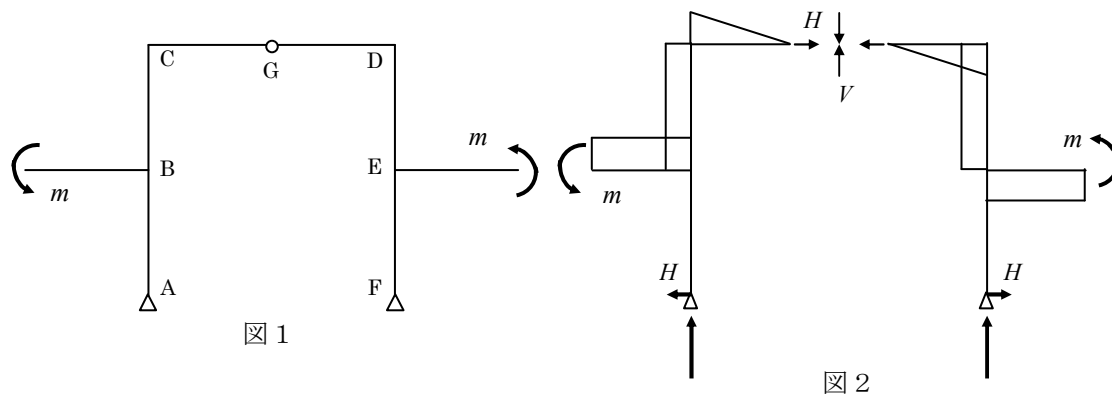
(解) 対称ラーメンであるから G 点の鉛直方向の内部応力は零である。曲げモーメント x と y を加えた値が z である。

(34) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



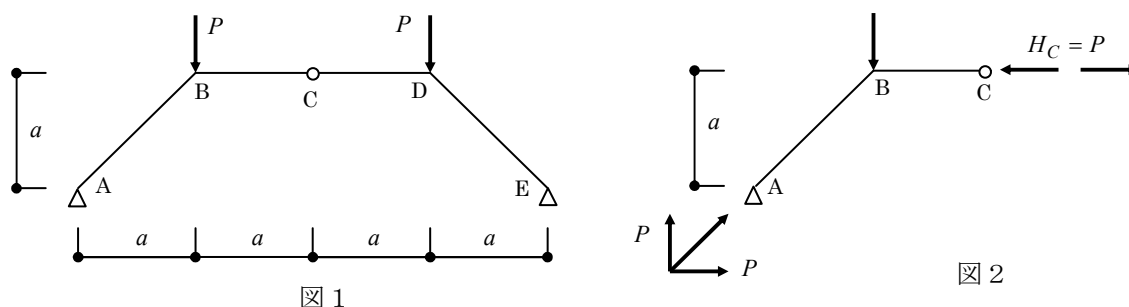
(解) 逆対称ラーメンであるから G 点の水平方向の内部応力 H は零である。その結果、支持点の反力 H は零であるから両柱の下部には曲げモーメントは生じない。

(35) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



(解) 逆対称ラーメンであるから G 点の水平方向の内部応力 H は零である。その結果、支持点の反力 H は零であるから両柱の下部には曲げモーメントは生じない。

(36) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



(解) この骨組みは、対称であるから、C 点の切断した場合には水平応力は存在するが、鉛直応力は零（存在しない）である。逆対称の場合は、鉛直応力は存在するが、水平応力は零（存在しない）である。この考えはよくでてくる、重要なことである。よって、A 点の反力、外力 P と水平応力 H_C は一点に交わるから、軸方向力だけが存在するから、この骨組みには曲げモーメントは無い。

(37) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

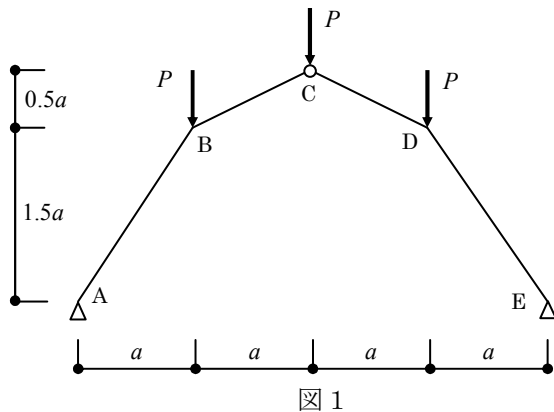


図1

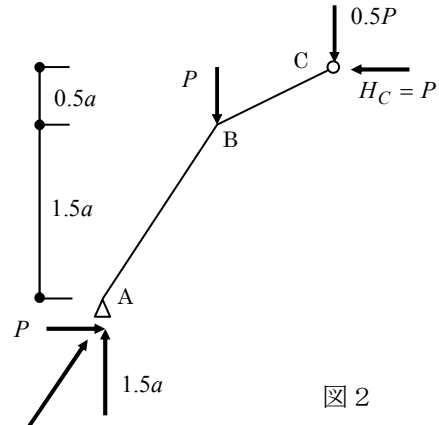


図2

(解) 前の問題と同様にこの骨組みは対称であるから、
C点の応力は水平応力 $H_C = P$ だけである。

この応力と、外力の $0.5P$ の合力の作用線は図3のように、
B-Cに一致する。よって B-C 材には軸方向力だけが生じる
から、曲げモーメントは無い。

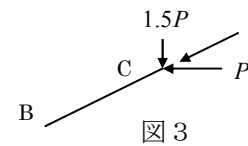


図3

同様に、図4から A 点の反力の合力の作用線と A-B 材の
方向は一致する。よって A-B 材には軸方向力だけが生じる
から、曲げモーメントは無い。

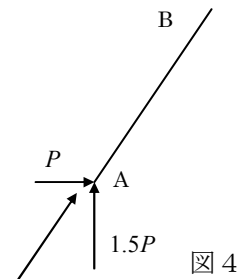


図4

(38) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

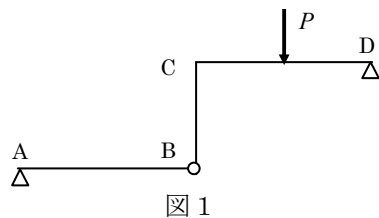


図1

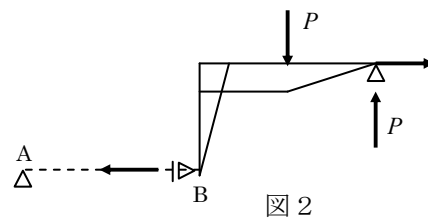


図2

(解) 3ピン架構の特徴で、荷重の無い A-B 側と荷重のある B-C-D 側に分かれている。A-B 側の
ピン A とピン B を直線で結んだ線上に、図2のようなローラーに置き換えることができる。これ
により A-B 材に曲げモーメントが生じない。

(39) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

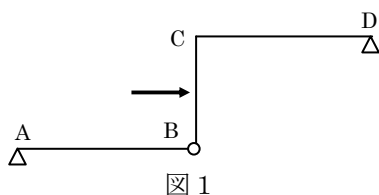


図1

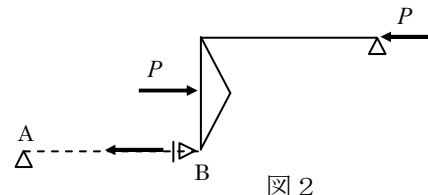
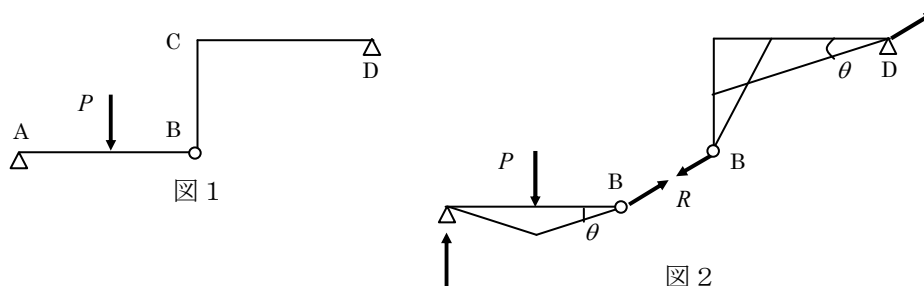


図2

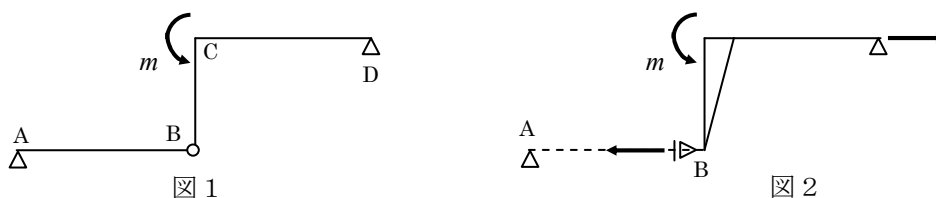
(解) 前問と同様、ローラーに置き換えが分かればよい。

(40) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



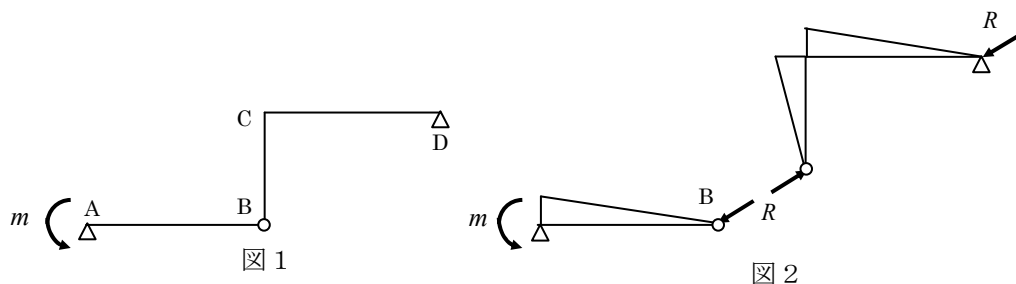
(解) 前問と同様に、荷重の無い B-C-D 材の B 点と D 点を直線で結んだ方向にローラーを置くが、この意味は、B-D 方向に反力があるということである。A-B 材の B 点の反力 R と、B-C-D 材の D 点の反力 R は大きさと向きが等しく同一線上にある。よって、曲げモーメントの増分が等しいから、角度 θ が等しくなる。

(41) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。

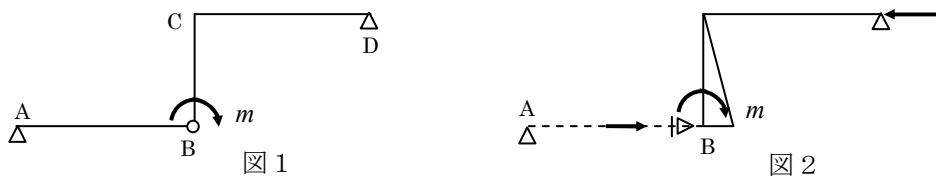


(解) 既に説明済みだが、架構に曲げモーメントが外力として作用している場合、ピン (D) の反力の方向はローラーの方向と同一となる。またその大きさは、絶対値が等しく、向きは反対である。

(42) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



(43) 図1の3ヒンジラーメンの曲げモーメントを描け。



(44) 図1の3ヒンジラーメンの反力を求めよ。

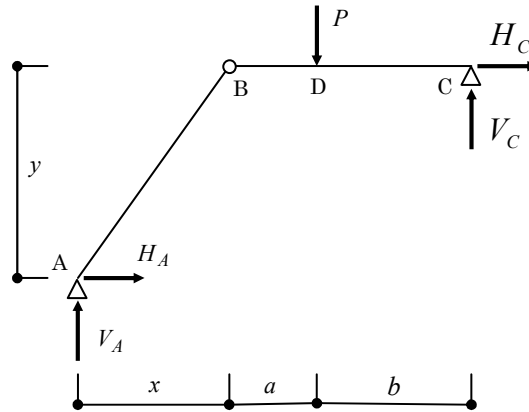


図 1

(解)

$$X \text{ 方向の釣り合いから、} \Sigma X = H_A + H_C = 0 \quad (1)$$

$$Y \text{ 方向の釣り合いから、} \Sigma Y = V_A + V_C - P = 0 \quad (2)$$

B 点の曲げモーメントはゼロであるから左側構造体の釣り合いは、

$$\Sigma M_B = V_A \times x - H_A \times y = 0 \quad (3)$$

で右側構造体の B 点の釣り合いは、

$$\Sigma M_B = P \times a - V_C \times (a + b) = 0 \quad (4)$$

だから、 $V_C = \frac{Pa}{a+b}$ となる。

よって、 $V_A = \frac{Pb}{a+b}$ である。(3)式から、 $H_A = \frac{Pb}{a+b} \cdot \frac{x}{y}$ 、(1)式から、 $H_C = -\frac{Pb}{a+b} \cdot \frac{x}{y}$

検証すると、左柱の x 、 y の値にかかわらず、A、C 点の鉛直反力は B・D・C 材を持つ単純梁の反力と同じである。そして D 点が B・C 材の中央にあれば、A、C 点の鉛直反力は常に $V_A = V_C = P/2$ となる。長さ y に比べて x の値が小さければ H_A はゼロに近づき、逆に長さ y に比べて x の値が大きければ H_A は無限に近づく。