

## 周波数推定器の開発とアルゴリズムの改良

○石山 亮\*、久保 和良\*\*

\*小山工業高等専門学校電子システム工学専攻 \*\*小山工業高等専門学校電子制御工学科

## Development of Frequency Estimator and Improvement of its Algorithm

○Ryo ISHIYAMA\* and Kazuyoshi KUBO\*\*

\*Postgraduate course of Electronic System Engineering, Oyama National College of Technology

\*\*Department of Electronic Control Engineering, Oyama National College of Technology

**Abstract:** A frequency-estimator, which includes DSP hardware and the Prony's method software to estimate the sine wave frequency, is developed. Then its estimation error is evaluated. In order to reduce the estimation error, a new algorithm is proposed with improving the Binary method, and then evaluated. By the algorithm, the estimation error is shown to be reduced about 1/10-1/100.

**Keywords:** Prony's method, Binary method, sine wave, frequency estimator

## 1. 緒言

入力された正弦波の周波数を Prony 法によって代数的に計算して表示する装置を開発し、推定誤差の評価を行った。また Binary 法による正弦波周波数推定アルゴリズムの改良を行い、計算機上で推定誤差の評価を行った。

## 2. 周波数推定器の開発

2.1 Prony 法<sup>13)</sup>

周波数  $f$  の正弦波を標本化周波数  $f_s$  で標本化すると、得られる系列は標本化密度  $k=f_s/(2f)$  を用いて次式になる。

$$x(n) = A \cos(2\pi f n / f_s + \theta) + d \quad (1)$$

$$= A \cos(n\pi/k + \theta) + d \quad (2)$$

Prony 法によれば、4 点の標本から次の計算によって周波数推定値  $f_e$  を得ることができる。

$$f_e = \frac{f_s}{2\pi} \arg \left[ r + j\sqrt{1-r^2} \right] \quad (3)$$

$$\text{where } r = \frac{a-1}{2}, \quad a = \frac{x(0)-x(3)}{x(1)-x(2)} \quad (4)$$

## 2.2 周波数推定器

DSP<sup>4)</sup>評価キット<sup>5)</sup>に 32kbyte の ROM、256kbyte の RAM 及び表示回路を拡張して、スタンドアロン動作をする周波数推定器(Fig.1)を開発した。正弦波を本器に与え、周波数をリアルタイムで推定させたところ、推定値に 10% 程度のばらつきがみられた。

## 2.3 推定誤差の検討

周波数推定値の相対誤差を 100 回の試行平均によって測定した。Fig.2 に標本化密度に対する相対誤差を、Fig.3 に入力振幅に対する相対誤差を示した。

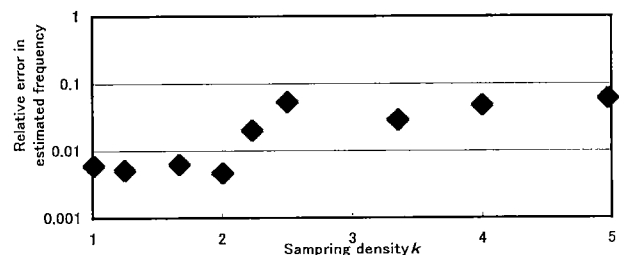
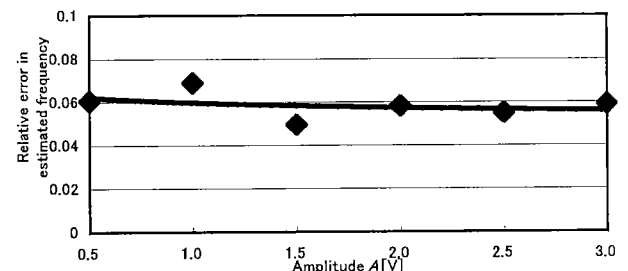
Fig.2 から、荒い標本化によって推定誤差を減らせることが判った。本器では正弦波位相に対する標本化位置がランダム

になるため、細かい標本化による推定誤差が一定になり、これが先の表示値のばらつきの原因であると思われる。

また Fig.3 から、入力振幅の大小によって推定誤差がほとんど変化しないことが判った。このことから、推定値のばらつきの原因は量子化の粗さではなく、正弦波の歪みによるものと考えられる。



Fig.1 Developed frequency-estimator

Fig.2 Relative error in estimated frequency against sampling density with  $A=0.5[V]$  (Prony's method)Fig.3 Relative error in estimated frequency against signal amplitude with  $k=5$  (Prony's method)

### 3. 改良アルゴリズム

#### 3.1 Binary 法<sup>2)3)</sup>

(4)式の  $r$  は、標準化密度を用いると次式で表現できる。

$$r = \cos(\pi/k) \quad (5)$$

Binary 法では(5)式の正負が  $k=2$  を境に反転する性質を利用して、複数回の標準化と(5)式の正負判定を行いながら次式の 2 進数を逐次決定し、最終的に  $k=2$  の標準化周波数  $f_s=4f$  に到達した時の 2 進数から推定周波数  $f_e$  を求める。

$$B = 0.b_1b_2b_3\dots b_p(2) \quad (6)$$

標準化周波数の初期値を  $f_c$  とすれば次式が成り立つ。

$$f_e = f_c \cdot B / 4 \quad (7)$$

#### 3.2 Binary 法の推定誤差の検討<sup>9)</sup>

一様雑音を重畳した正弦波に対する周波数推定値の相対誤差を 100 回の試行平均によって計算機上でシミュレートした。正弦波と雑音の振幅比を雑音比率  $n_r$  とし、Fig.4 に雑音比率に対する相対誤差を、Fig.5 に雑音に対する  $B$  の最終値を示した。

Fig.4 から、雑音の増加に応じて周波数推定誤差が 2 段階に増加し、2 段階に移行する雑音量が標準化密度の初期値  $k_c$  に依存していることが判る。2 段階の増加の理由は、文献<sup>9)</sup>に述べた。

また Fig.5 から、2 段階に移行する雑音量において  $B$  の最終値は振動を開始することが判った。

#### 3.3 Binary 法の改良アルゴリズム

異なる時刻で 2 種類の  $B$  を求め、それらの差の絶対値  $B_\Delta$  が 0.0001 を下回るまで  $f_e$  を下げて再度 Binary 法による周波数推定を行うことにする。重畳雑音が異なる時刻で独立と仮定すれば、2 種類の  $B$  には異なる値が現れるはずで、 $B_\Delta$  が大きいということは信号の不確定成分による変動量が大いことを示す。従って、Fig.5 に現れる  $B$  の最終値の振動開始を  $B_\Delta$  の値によって検出でき、この値を一定以下に押さえることによって雑音に強い周波数推定が行えると期待される。

#### 3.4 Binary 法改良アルゴリズムの推定誤差の検討

一様雑音の重畳した正弦波に対する周波数推定の相対誤差を 100 回の試行平均によって計算機上でシミュレートした。

Fig.6 に雑音比率に対する相対誤差を示した。

この結果から、提案した改良アルゴリズムによれば、重畳雑音が存在する場合においても周波数推定誤差を約 1~2 桁のオーダーで改善できることが判明した。

推定誤差のグラフで、部分的な誤差増加が見られるのは、2 種類の  $B$  が同じ方向に揺らいだ場合には、再推定が行われないためと考えられる。この点は、さらに多くの  $B$  をもとに推定を行えば改善できる。

### 4. 結言

Prony 法による周波数推定器を開発し、推定誤差の検討を行ったところ、推定誤差の点で必ずしも実用に耐えるとはい

えないことが判った。そこで Binary 法を用いて改良アルゴリズムを提案し、数値シミュレーションによって周波数推定誤差を約 1~2 桁のオーダーで改善できることを示した。

#### 参考文献

- 1) 井研治, 野呂雄一, 服部昭三: Prony 法の周波数推定アルゴリズムに及ぼす雑音の影響, 日本音響学会誌, **42**, 11, 853/859(1986)
- 2) 井研治, 野呂雄一, 服部昭三: 2 進演算法による正弦波の周波数推定, 電子通信学会論文誌, **J69**, A9, 1094/1102(1986)
- 3) 灘谷演, 久保和良: 正弦波周波数推定法の評価, 第 39 回計測自動制御学会学術講演会予稿集, 109D-2(2000)
- 4) 日本 TI: TMS320C3x DSP ユーザーズ・マニュアル, (1997)
- 5) 日本 TI: TMS320C3x DSK ユーザーズ・ガイド, (1997)
- 6) 石山亮, 久保和良: 周波数推定法による推定誤差の検討, 小山工業高等専門学校研究紀要, 32(to be published), (2001)

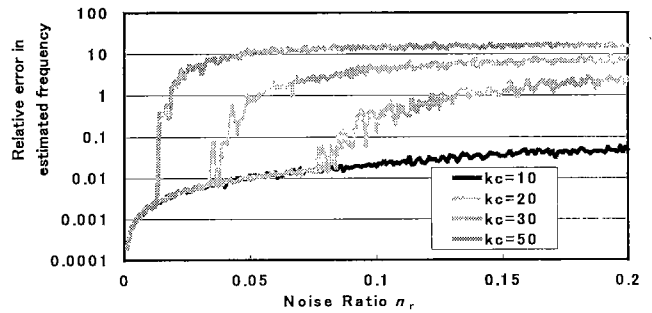


Fig.4 Relative error in estimated frequency against noise ratio (Binary method)

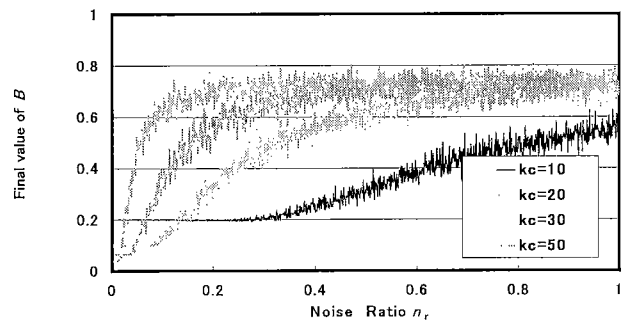


Fig.5 Final values of  $B$  against noise ratio (Binary method)

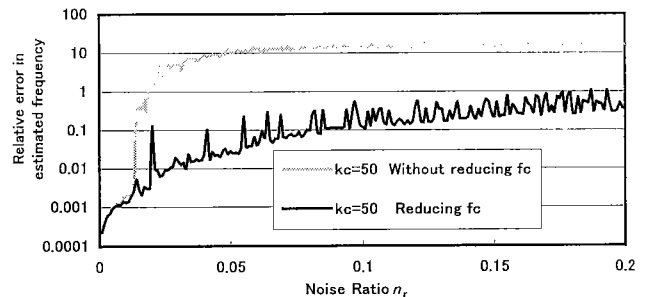


Fig.6 Relative error in estimated frequency against sampling density (Improved Binary method)