

平成 29 年度専攻科入学者学力選抜検査

問 題

複合工学専攻

(数 学)

[注意事項]

- (1) 解答はすべて解答用紙に記入すること。
- (2) 解答における途中計算なども採点の対象となるので、解答用紙の該当する欄に記入すること。
- (3) 解答用紙の注意事項もよく読み、解答すること。

数 学 (1/2)

[1] 関数 $y = f(x)$ は $f(x) = x^4 + ax^3 + bx$ と表される x の4次関数で、 $x = 2$ に対応する点における接線が x 軸に平行であり、かつ、グラフの変曲点のうち、その1つの x 座標が2であるという。このとき、次の問いに答えよ。

1. a, b の値をそれぞれ求めよ。

2. 曲線 $y = f(x)$ について、 $x = 1$ に対応する点における接線の方程式を求めよ。

3. 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = 16$ で囲まれる図形の面積を求めよ。

[2] 関数 $f(x, y) = 2x + y$ について、次の問いに答えよ。

1. 積分 $\int_0^2 \int_{x^2}^{2x} (2x + y) dy dx$ について、積分順序を交換した式 $\int_{\text{①}}^{\text{②}} \int_{\text{③}}^{\text{④}} (2x + y) dx dy$ の各空欄 ① から ④ に入る値または式をそれぞれ答えよ。

2. $D = \left\{ (x, y) \mid 0 \leq \frac{2x + y}{2} \leq 1, 0 \leq \frac{x - 2y}{2} \leq 1 \right\}$ のとき、 $u = \frac{2x + y}{2}, v = \frac{x - 2y}{2}$ と変数変換することで、 $\iint_D (2x + y) dx dy$ を計算せよ。

[3] ベクトル、行列に関する次の問いに答えよ。

1. 3つのベクトル $\vec{a} = (2, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, -2, 1)$, $\vec{c} = (4, t, 1)$ が線形従属になるように、 t の値を定めよ。

2. 行列 $\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ で表される線形変換を f とするとき、直線 $y = 2x - 1$ の f による像を求めよ。

3. 対称行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ を対角化する直交行列 T を求めて、 A を対角化せよ。

[4] 微分方程式に関する次の問いに答えよ。

1. $y'' + y' - 6y = 0$ の一般解を求めよ。

2. $y'' + y' - 6y = e^x$ の一般解を求めよ。