小山工業高等専門学校研究紀要
第 45 号（2012） 55－ 60

3次元有限要素法による
異方性材料接合体の特異応力場解析

山下 進*1，生島 興人*2, 望月 悠里*3，古口日出男*4

3D-FEM Analysis for Singular Stress Field in Anisotropic Dissimilar Material Joints

Susumu YAMASHITA, Okito OJIMA, Yuri MOCHIZUKI and Hideo KOGUCHI

Recently, bonded structure is used for many machine parts and electronic components. But, it may cause stress concentration near the corners. This leads to a decrease in strength, and reliability is lost. Therefore, it is necessary to evaluate the stress characteristics at a vicinity of vertex in bonded structures. There is stress singularity parameter to evaluate the stress characteristics. The stress state of a junction interface can be known by analyzing this singularity parameter. In this paper, stress characteristics in the junction interface of anisotropic bonded structures are analyzed by finite element method. As a result, the influence that the joint angle and ratio of Young's modulus gave to the stress characteristic is clarified.

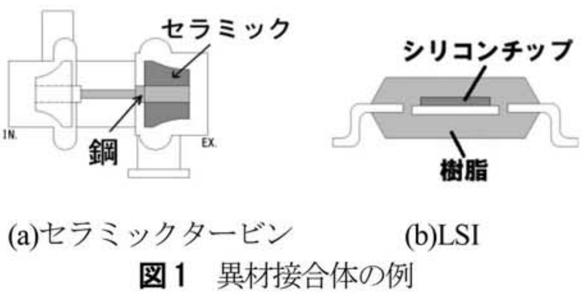
KEYWORDS：Bonded Structures, 3D-FEM, Anisotropic Material, Bonded Angles, Young's modulus

1. はじめに

近年，材料の特性を有効に利用した異材接合体が多くの機械部品や電子部品に使用されている．その使用例を**図1**に示す．

しかしながら，材料の持つ変位特性や熱特性の違いにより接合体の接合界面において，応力集中が発生し，強度低下が生じ，信頼性が大きく失われることがある．

このようなことから，接合体の接合界面における接合強度の信頼性を評価することが重要な課題となる．しかし，実験的に評価することは困難であるため，本研究では，計算力学的な手法を用いることによって評価を行うことを目的としている．具体的には，異方性材料接合体の角部近傍における特異性パラメータ，変位特性および応力特性を接合材料のヤング率の比や接合角度を変えて解析する．



(a)セラミックタービン (b)LSI

図1 異材接合体の例

*1 機械工学科(Dept. of Mechanical Engineering)，E-mail: syama@oyama-ct.ac.jp
*2 専攻科２年生(Advanced Course of Mechanical Engineering)
*3 機械工学科 2011 年度卒業生 現 東京農工大学３年生(Tokyo University of A&T)
*4 長岡技術科学大学機械系教授(Nagaoka University of Technology)

２．構成方程式

物体力がない場合，応力σ_{ij}の平衡方程式は，式(1)で表わされる．

$$\sigma_{ij,j}=0 \tag{1}$$

変位-ひずみ関係式は，次のように与えられる．

$$\varepsilon_{ij}=\frac{1}{2}(u_{i,j}+u_{j,i}) \tag{2}$$

ここで，ε_{ij}およびu_iはそれぞれひずみおよび変位成分である．

また，弾性場の構成方程式は次式で表わされる．

$$\sigma_{ij}=c_{ijkl}\varepsilon_{kl} \tag{3}$$

ここで，c_{ijkl}は弾性定数である．

３．3D-FEMによる定式化

３次元接合体の接合界面端角部の応力は，**図 2**に示すように角部を原点$(r=0)$とした球座標を用いると，式(4)のように表される[1]．

$$\sigma_{ij}\propto r^{p-1}=r^{-\lambda} \tag{4}$$

ここで，σ_{ij}は応力成分，rは角部から任意の点までの距離，pは特異性パラメータ，$\lambda(=1-p)$は特異性オーダを表わす．$0\le p\le 1$の範囲で特異性があり、pが小さいほど特異性が強くなり、pが大きいほど特異性が弱くなる。また、$p\ge 1$で特異性は消失する．

要素内の点$Q(r,\theta,\phi)$は局所座標系(α,ξ,η)と関連付けられ，以下のように与えられる．

$$r=r_0\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^{\frac{1}{p}},\qquad \rho=\frac{r}{r_0}=\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^{\frac{1}{p}}$$
$$\theta=\sum_{i=1}^{12}H_i(\xi,\eta)\theta_i,\qquad \phi=\sum_{i=1}^{12}H_i(\xi,\eta)\phi_i \tag{5}$$

ここで，r_0は球の半径，$-1\le\alpha\le1$，θ_i,ϕ_iは節点iの角度，$H_i(\xi,\eta)$は**図 3**に示すようなセレンディピティ族３次要素の内挿関数である[4]．球座標(r,θ,ϕ)と正規座標(α,ξ,η)のヤコビアンは以下のように表わすことができる．

$$[\mathbf{J}]=\begin{bmatrix}\frac{\partial r}{\partial\alpha} & \frac{\partial\theta}{\partial\alpha} & \frac{\partial\phi}{\partial\alpha}\\ \frac{\partial r}{\partial\xi} & \frac{\partial\theta}{\partial\xi} & \frac{\partial\phi}{\partial\xi}\\ \frac{\partial r}{\partial\eta} & \frac{\partial\theta}{\partial\eta} & \frac{\partial\phi}{\partial\eta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{r}{2p}\rho^{1-p} & 0 & 0\\ 0 & \sum_{i=1}^{12}H_{i,\xi}\theta_i & \sum_{i=1}^{12}H_{i,\xi}\phi_i\\ 0 & \sum_{i=1}^{12}H_{i,\eta}\theta_i & \sum_{i=1}^{12}H_{i,\eta}\phi_i\end{bmatrix} \tag{6}$$

また，変位は以下のような式になる．

$$\mathbf{u}=\rho^p\sum_{i=1}^{12}H_i\mathbf{u}_i \tag{7}$$

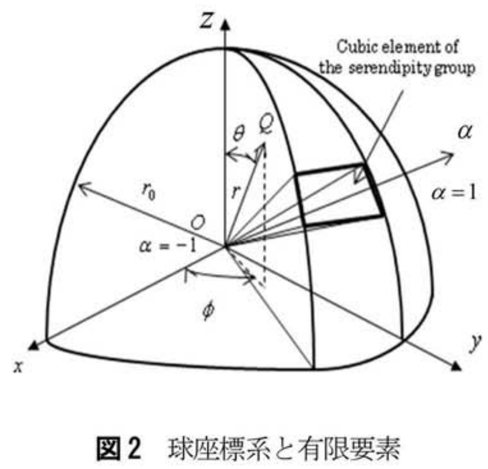


図 2　球座標系と有限要素

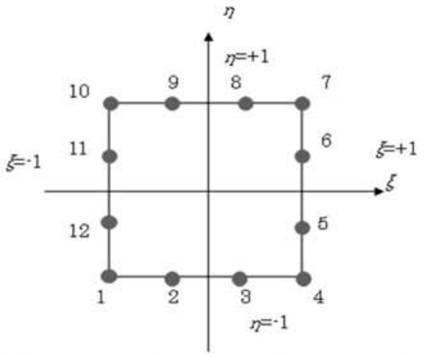


図３　セレンディピティ族の３次要素

ひずみは，節点変位を用いると，以下のような式で書くことができる．

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \sum_{i=1}^{12} [\mathbf{B}_i]\{\mathbf{u}_i\} = [\mathbf{B}]\{\mathbf{u}\} \tag{8}$$

$$[\mathbf{B}] = \frac{\rho^{p-1}}{r_0}\left(p[\mathbf{B}_a] + [\mathbf{B}_b]\right) \tag{9}$$

次に，図２の四角錐要素に仮想仕事の原理を適用すると，以下のようになる．

$$\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} r_0^2 \rho^2 \left[\delta\{\boldsymbol{\varepsilon}\}^t\{\boldsymbol{\sigma}\}\right]\sin\theta|\mathbf{J}|\,d\alpha\, d\xi\, d\eta$$
$$= r_0^2 \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\left[\delta\{\mathbf{u}\}^t\{\mathbf{H}\}^t\begin{Bmatrix}\sigma_{rr}\\ \sigma_{r\theta}\\ \sigma_{\phi r}\end{Bmatrix}\right]\sin\theta|\mathbf{J}_1|\,d\xi\, d\eta \tag{10}$$

ここで，$|\mathbf{J}_1|$は式(11)のようである．

$$[\mathbf{J}_1] = \begin{bmatrix}\dfrac{\partial\theta}{\partial\xi} & \dfrac{\partial\phi}{\partial\xi}\\ \dfrac{\partial\theta}{\partial\eta} & \dfrac{\partial\phi}{\partial\eta}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{12} H_{i,\xi}\theta_i & \sum_{i=1}^{12} H_{i,\xi}\phi_i\\ \sum_{i=1}^{12} H_{i,\eta}\theta_i & \sum_{i=1}^{12} H_{i,\eta}\phi_i\end{bmatrix} \tag{11}$$

この式に式(8)と式(9)を代入し，特異性パラメータ p について整理すると，以下のような特性方程式が得られる [2),3)]．

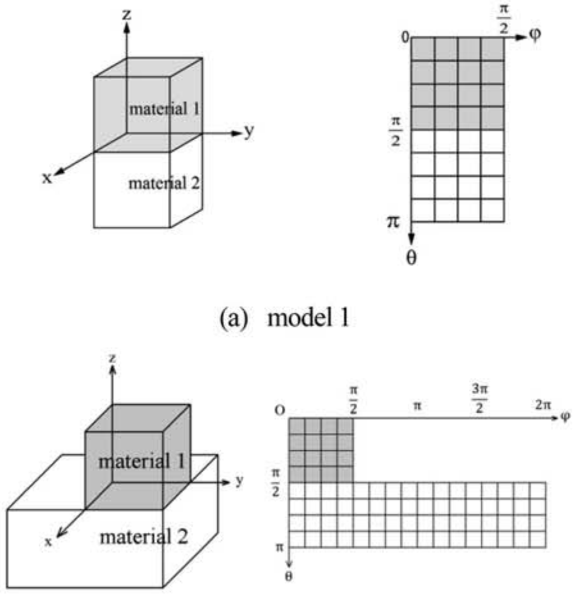
$$\left(p^2[\mathbf{A}] + p[\mathbf{B}] + [\mathbf{C}]\right)\{\mathbf{U}\} = 0 \tag{12}$$

４．数値計算例

４．１　ヤング率の比の違いによる解析 [5)]

解析モデルは，直交異方性材料と等方性材料を接合したものである．ポアソン比，熱膨張係数，温度変化は変えず，材料のヤング率(材料１は E_1，材料２は E_2)の比 E_1/E_2 を 0.001～1000 まで変化させ，その傾向を解析した．材料１を直交異方性材料，材料２を等方性材料とした．パラメータを変化させる基準として，単結晶の Mg と Cu の物性値を用いた．また異方性の各方向(x,y,z 方向)ごとに解析した．

解析モデルは，**図４**に示す２通りの接合方法を設定した。



(b) model 2

図４　解析モデル

図５は，横軸にヤング率の比，縦軸に特異性パラメータの値をとり，その分布を示したグラフである．この結果から，$E_1/E_2>100$ および $E_1/E_2<0.01$ において，特異性パラメータはほとんど変化しないことが明らかになった．ただし，Mg の x 方向と y 方向のヤング率が同じであるため，x 方向と y 方向の解析結果は同じになる．

また，各モデルについて以下のことが明らかになった．

model 1 の場合

① 材料 1 と材料 2 の形状が同じなので，$E_1/E_2=1$ を中心にほぼ左右対称である．

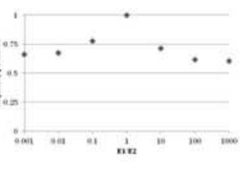
② E_1/E_2 が 1 から離れるほど，特異性が強くなる．

③ $E_1/E_2=1$ のとき特異性が生じない．これは，Mg のヤング率が各方向であまり差がないためだと考えられる．

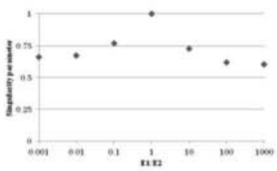
model 2 の場合

① model 1 とは違い，特異性パラメータが複数存在する．

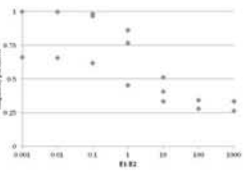
② E_1/E_2 が小さいほど特異性が小さくなる，これは，材料 2 の大きさにも関係があるためだと考えられる．



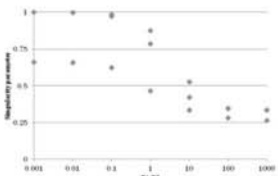
(a) model 1 x(y) 方向



(b) model 1 z 方向



(c) model 2 x(y) 方向



(d) model 2 z 方向

図 5　特異性パラメータの分布

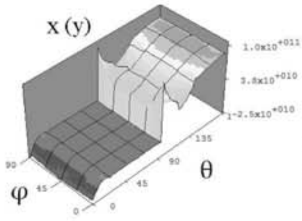
図 6 は、角部近傍における応力分布(左側)および変位分布(右側)を示した図である．なお，ヤング率の比は $E_1/E_2=100$ で計算を行った．

この解析結果から，以下のことが明らかになった．

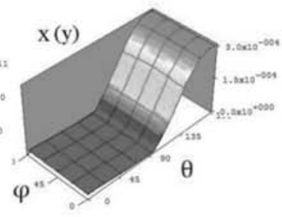
① どちらの接合方法でも，界面の角部近傍において急激な応力変化が見られた．

② ヤング率の大きい材料ほど応力，変位の変化が小さい．

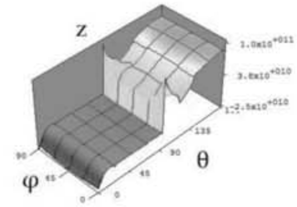
③ 材料の接合方向による違いはあまりない．これは，特異性パラメータのときと同様に，Mg のヤング率が各方向であまり差がないためだと考えられる．



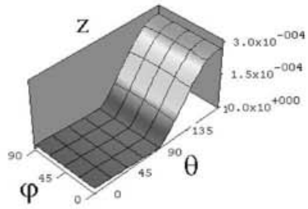
(a)model 1 x(y)　σ_{rr} (p=0.6165)



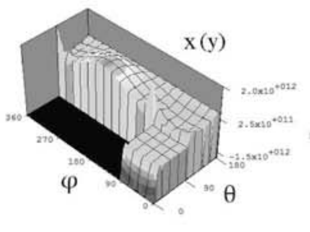
(b)model 1 x(y)　u_r (p=0.6165)



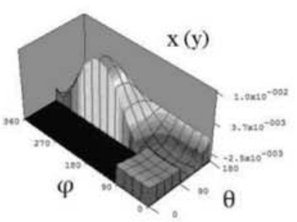
(c)model 1 z　σ_{rr} (p=0.6180)



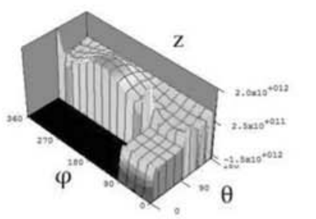
(d)model 1 z　u_r (p=0.6180)



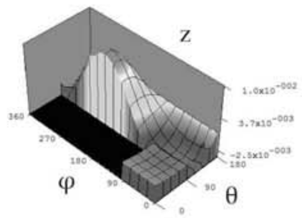
(e)model 2 x(y)　σ_{rr} (p=0.2792)



(f)model 2 x(y)　u_r (p=0.2792)



(g)model 2 z　σ_{rr} (p=0.2814)



(h)model 2 z u_r (p=0.2814)

図 6　応力分布および変位分布

４．２　接合角度の違いによる解析 [6),7)]

接合角の変化が特異性パラメータに与える影響を調べるために，**図７**に示すような解析モデルを設定した．このモデルは，material_2 に接合角 α，β で material_1 が接合されたモデルである．この接合角で接合された解析モデルを θ-φ 座標平面に展開した図が**図８**である．

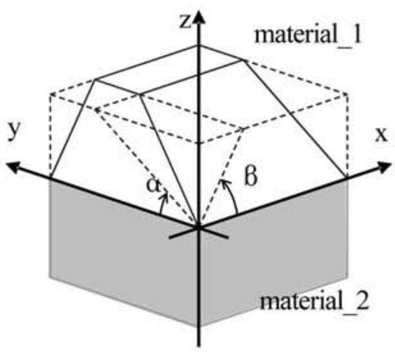
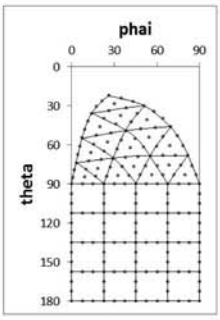
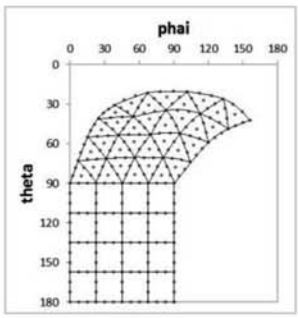


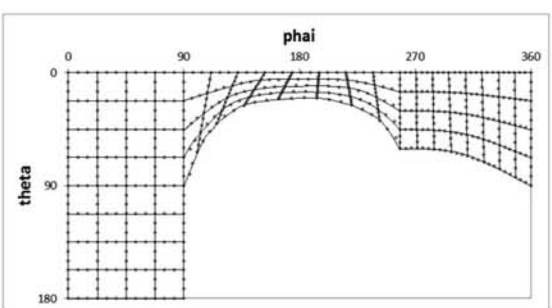
図７　解析モデル



(a) α=80°,β=70°



(b) α=70°,β=130°



(c) α=150°,β=110°

図８　有限要素分割

数値解析例として今回採り上げた材料は，材料同士のヤング率などを考慮した結果，十字に繊維が編みこまれた FRP と PE(ポリエチレン)とした．物性値は**表１**のとおりである．このとき，FRP は軸対称異方性, PE は等方性材料とみなした. また, FRP が異方性であるため, この FRP の異方性を示す向きの違いを明確に示すために, Type-X, Type-Z のように向きの違いを明記した.

表１　材料物性値

	Components of elastic matrix [GPa]				HEC* $\times 10^{-6}$ [1/K]	
PE	c_{11}	3.36	c_{33}	$=c_{11}$	α_1	140.
	c_{12}	2.84	c_{13}	$=c_{12}$	α_2	$=\alpha_1$
	c_{44}	$=(c_{11}-c_{12})/2$	c_{55}	$=c_{44}$	α_3	$=\alpha_1$
FRP	c_{11}	27.5	c_{33}	11.7	α_1	11.3
	c_{12}	6.28	c_{13}	5.68	α_2	11.3
	c_{44}	$=(c_{11}-c_{12})/2$	c_{55}	3.20	α_3	49.2

* HEC: Heat Expansion Coefficients

特異性パラメータは最大３つ求まった．**図９**に material_1 を PE，material_2 を FRP(Type-X)とし，角度 α，β を変化させたときの一番強い特異性パラメータの分布を示す．これより，特異性パラメータは角度を増加させると強くなることがわかる．また，FRP の角度を増加させたときは特異性の強さの上昇が抑制された．実際に FRP は Type-X, α=β=180°の場合，最も強い特異性は material_1 が FRP のとき p=0.53340 12058, material_1 が PE のとき p=0.32172 390418 となる．これは特異性が柔らかい PE の方に強く影響されるためではないかと考えられる．

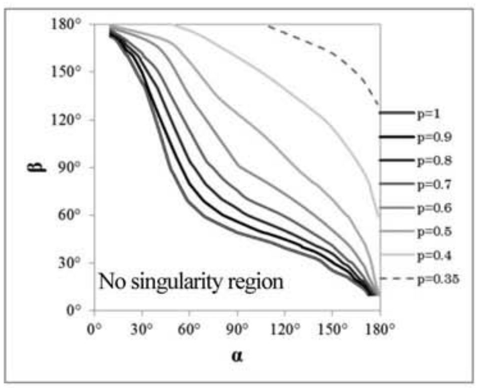
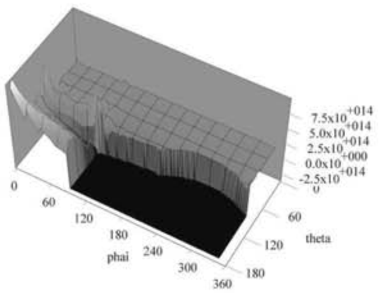
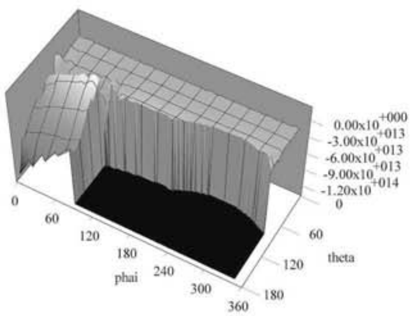


図９　特異性パラメータ

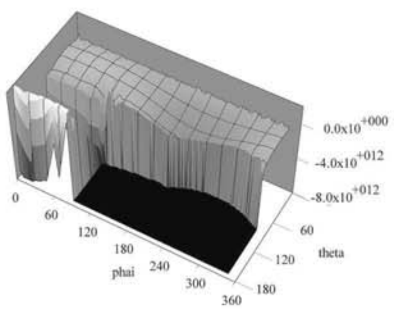
図 10 は material_1 を PE，material_2 を FRP(Type-X)，α=150°,β=170°としたときの応力特性 σ_{rr} を示している．この結果から応力は FRP の方に集中していることがわかる．また，(a)から応力は角部の境界に集中していることがわかる。変位，応力の変化の大きさは，特異性パラメータの値が変化するとそれに従って変化している．



(a)　p=0.34231 18901



(b)　p=0.38291 86670



(c)　p=0.55161 83450

図 10　解析結果(σ_{rr})

5．おわりに

(1) ヤング率の比の違いによる解析

直交異方性材料と等方性材料の接合方法、ヤング率の比を変化させ，特異性パラメータの計算を行った．さらに接合界面角部近傍の応力，変位分布を求めた．その結果，ヤング率の比，接合方法による特異性パラメータの分布および応力，変位分布の特徴を解明することができた．

(2) 接合角度の違いによる解析

異材接合において，接合角が変化したときの特異性の変化を解析した結果，FRP に接合角を持たせると特異性の強さの上昇が抑制されることが分かった．これにより同じ接合でも材料によりの特異性の状態が大きく異なる可能性があることも判明した．

なお，本研究は平成 23 年度卒業研究と平成 24 年度特別研究の内容を一部修正，加筆したものである．

参考文献

1) 結城良治：界面の力学，培風館(1993)

2) 山下　進，古口日出男：3 次元異材接合体の特異応力場の解析，小山工業高等専門学校研究紀要第 35 号 pp. 85-90 (2003)

3) 稲葉康一，山下　進，古口日出男：異材接合体の応力解析，日本機械学会関東支部第 14 期総会講演会講演論文集 pp. 311-312 (2008)

4) 川口篤史，山下　進，古口日出男：異材接合体の応力特異解析における精度向上に関する研究，日本機械学会関東支部，第 16 期総会講演会講演論文集，pp. 477-478 (2010)

5) 望月悠里，山下　進：異材接合体の特異応力場に関する研究，日本機械学会関東支部関東学生会第 51 回学生員卒業研究発表講演会講演前刷集 pp. 311-312 (2012)

6) 生島興人，山下　進：異材接合体角部近傍の応力特性，日本機械学会関東支部第 18 期総会講演会講演論文集 pp. 569-570 (2012)

7) 生島興人，山下　進：異材接合体角部近傍の応力特異性解析，日本機械学会関東支部第 20 回茨城講演会講演論文集 pp. 13-14 (2012)

【受理年月日　2012年 9月28日】