小山工業高等専門学校研究紀要
第 46 号 (2013) 111－116

RBFN 法によるカオス時系列予測の予測誤差を用いた誤差補正法について

渡辺 達男*1

About the Error Correction Method using the Prediction Error of the Chaotic Time Series Prediction by the RBFN Method.

Tatsuo WATANABE

In this paper, in Chaotic Time Series Prediction, in order to further raise the Accuracy of Prediction by the RBFN method, the method of Error Correction is proposed. The time series of the error of the predicted value and true value which were calculated also by the RBFN method is predicted by the method of Lorenz Analogues. The predicted value calculated by the RBFN method with the error predicted value is rectified. As a result, it is shown that the error of the predicted value of the RBFN method decreases. Moreover, it is shown by prediction of the weather that it can respond also to a sudden change.

KEYWORDS： chaos, chaos time series, prediction, new correction method, RBFN, Lorenz

1. はじめに

自然界の様々な災害は、現在にいたるまで事前に予測することが難しく、また一度発生すると甚大な被害が生じることが多い。

多くの情報を集めて、その情報から予測する方法は大規模なシステムで既に行われている。例えば、地震予知には多くの場所の地殻変動センサー情報を元に、今でも予測体制にある。また、天候の予測には地上、上空等の様々なデータを用い統合的に予測を行っている。

しかし、それほど多くの情報を使わなくてもある程度の予測は行える事を筆者は以前から示してきた[1-7]。自然界の多くの現象は１変数モデルに置き換えられ、カオス時系列と近似的に考えられる。カオス時系列は簡単な規則に従うのにも関わらず、予測が困難な時系列である。それにも関わらず、様々な方法での予測が試みられてきている。その結果、近未来ではある程度の精度で予測が行われるようになってきている。

古くはLorenzによって、気象の予測に対する、Lorenz の類推法[8,9]が考えられた。それによると、時系列を任意の次元に区切り、空間に埋め込む。その埋め込まれた空間上のベクトルとして、時系列が扱われる。埋め込まれた空間のベクトルはそのベクトル一つが時系列の変化のパターンを示しており、ベクトルを扱うことで、時系列パターンの類似性をもって予測を行おうとした。しかしLorenz の方法は単純すぎて、それだけでは予測精度があまり良いと言えない。

筆者はこれまで Lorenz の類推法に関していく

*1 電気電子創造工学科(Dept. of Innovative Electrical and Electronic Engineering)， E-mail: watanabe@oyama-ct.ac.jp

つかの改良を加え、予測精度の向上を考察してきた[1-7]。特に、空間次元や近傍点数に依存して予測精度が変化することを示し、最適予測のための次元数や近傍点数に関する提案をしてきた。

さらに、以前の拙稿では、Lorenz の類推法を改良する方法の一つとして、“予測誤差時系列を用いた補正法”を提案した[7]。この方法はあらかじめ真の値が知られている時系列を Lorenz の類推法で予測を行い、その時の誤差を真値から求め、誤差の時系列を取得する。その誤差時系列をさらに Lorenz の類推法で予測する。誤差にも変化のパターンがあると考えるからである。予測誤差を用いて予測値を補正する。数値実験の結果、予測精度は向上した。

この論文では、“予測誤差時系列を用いた補正法”を用いて、動径基底関数法（RBFN 法）[8,10]による予測を補正して予測精度を高める事を行う。動径基底関数法（今後 RBFN と略記する）は、Casdagli により提案された、関数補間の方法である。Lorenz 類推法が多数のデータを用いて予測するのに対して、少数のデータで高い予測精度を出す性質がある。しかし、カオス時系列の性質から、この方法でもある程度の予測後は誤差は大きくなり、予測の限界はある。しかし、ある程度の誤差データが蓄積されると、予測精度が向上することがわかる。

特に、Lorenz の類推法では数千個のデータが必要となるが、RBFN 法は数百個のデータで良い精度が得られる。また、その数百個のデータだけを用いて、誤差の予測も行えるので、あまり多くのデータを取れない自然界の予測には向いている可能性がある。

第２章は、Lorenz の類推法、RBFN と“予測誤差時系列を用いた補正法”の説明。第３章は数値実験結果。提案方法を自然界の予測に当てはめた結果を報告する。第４章は考察。第５章はまとめに当てられる。

２．Lorenz の類推法、RBFN 及びと誤差について

E. N. Lorenz は、1969 年、類推法（the method of analogues）と呼ばれる手法を提案した[8,9]。

今、1 次元時系列 $x(0), x(1), \cdots, x(t)$ を要素に持った m 次元ベクトルを考えると、$\boldsymbol{v}(t)=\{x(t-m), x(t-m+1), \cdots, x(t)\}$ に対して、そのベクトル空間上で、今わかっている最後の点のベクトルの最近傍点の次の時系列ベクトルをもって、Lorenz は予測点とした。これは今の時系列パターンと同じパターンを過去に見出し、過去のパターンが繰り返されるという仮定をもとに、その情報から予測を行うものである。

データにノイズが無い場合には非常に有効な予測手段であるが、ノイズの量が多いと、近傍点が果たして最も良い点であるかが問題となり、予測精度が悪くなる事が考えられる。しかし、最近傍点数を増やす事で、ノイズを低減させ、予測精度が向上する。複数の近傍点からどのように予測ベクトルを一つ決定するかにより、予測精度も変化する。もっとも一般的なのは複数のベクトルの加重平均を取ることである。すなわち、近傍点ベクトル $\boldsymbol{v}(k_i)$、近傍点数 N、近傍点と最後の点のベクトルとの距離 d_i とすると、予測点ベクトル $\boldsymbol{v}(T)$ は、

$$v(T) = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_i\, v(k_i + 1)}{\sum_{i=1}^{M} d_i} \qquad (1)$$

で与えられる。

動径基底関数ネットワーク法（RBFN 法）[8,10]は、変形された２層ニューラルネットワークの一種で、動径基底関数という局在化された基底関数を重ね合わせることにより、任意関数補完の方法として考えられて来た。もともと関数補間の方法であったが、M. Casdagli は RBFN 法をカオス時系列予測問題に応用した。

今、時系列 $x(0), x(1), \cdots, x(t)$ を要素に持ったベクトル $\boldsymbol{v}(t)=\{x(0), x(1), \cdots, x(t)\}$ に対して、次の式を考える。

$$x(t+1) = \sum_{i}^{M} \lambda_i \Phi(|\mathbf{v}(t) - \mathbf{c}_i|) \qquad (2)$$

ここで、λ_i は重み、$\boldsymbol{c}_i$ はセンターと呼ばれる点、Φ は基底関数である。

基底関数 Φ には幾つかのものが使われる。よく使われるものに、ガウシアン関数があり、

$$\Phi(r) = \exp(-r^2/b) \qquad (3)$$

で与えられる。

また、ベル型関数、

$$\Phi(r) = \frac{1}{1+\cosh(br)} \quad (4)$$

等もある。今回はガウシアン関数（3）の変形、

$$\Phi(r) = \exp(-r/b) \quad (5)$$

を用いて計算した。この準ガウシアン関数（5）を用いると、指数関数での発散が防げ、かつ予測精度が良い事が経験的に知られる。

RBFN 法を用いて時系列を予測する場合には、あらかじめ既に知られている時系列を用いて重みλ_iを計算する。λ_iは２層ニューラルネットの結合係数に相当するが、学習を用いて決定するのでは無くて、一般には式（2）に知られているデータ時系列を代入し、連立方程式を解くとλ_iが求められる。

今回は、過去のデータ時系列を用いて、λ_iを決定する方法を用いた。

センター$\boldsymbol{c}_i$は任意である。センターはベクトルで、一般的には時系列$\boldsymbol{v}(t)$と同じ次元でなくてはならない。センター$\boldsymbol{c}_i$に関しては筆者の拙稿[3]において、過去の時系列データを用いることで良い予測ができることがわかっている。今回は過去の時系列データをセンターに採用することにする。

次に、予測器の予測精度をさらに改良する方法として“予測誤差時系列を用いた補正法”を提案する。

“予測誤差時系列を用いた補正法”は、あらかじめ１次元時系列 x(0),x(1),…,x(T-1)に対して、任意の時間、例えばｓ（１≤ｓ≤T-1）からｐステップ予測を行う。その結果 x'(s+1),x'(s+2),…,x'(s+p)の予測値が得られる。

得られた予測値と真値ｘ (s+1),x(s+2),…,ｘ (s+p)の差分で作られる誤差ベクトル e(s)は、

$$e(s) = \{x'(s+1)-x(s+1),\cdots,x'(s+p)-x(s+p)\} \quad (6)$$

このｐ次元誤差ベクトル e(s)が張るｐ次元空間にすべての誤差ベクトルを埋め込む。

次に、これから予測しようとする既知の最後の点 x(T-1)に関してｐステップ前からの予測を行い、真値との誤差ベクトル e'(t)を求める。

$$e'(t) = \{x'(t-p)-x(t-p),\cdots,x'(t)-x(t)\} \quad (7)$$

この誤差ベクトル e'(t)に対して、誤差ベクトルが埋め込まれたｐ次元空間においての最近傍ベクトル e"(r)（１≤r≤T-1）を求める。

誤差ベクトル e"(r+1)がＴからの予測ベクトルの誤差ベクトルを表すと考え、これを予測されたベクトルｖ (T) に対して、

$$v'(T) = v(T) - e''(r+1) \quad (8)$$

なる補正を加えて、補正された予測ベクトルと考える。

この方法は、誤差の時系列があるパターンを持っていると仮定される時、大きな効果があること考えられる。

３．数値実験結果

始めに、予測は Logistic Map に対する予測、すなわち、

$$x_{n+1} = ax_n(1-x_n) \quad (9)$$

なる１次元時系列に対する予測を行った。LogisticMap は当初は生物の個体数の変動を表す式として提案された。なお、a=3.8,x_0=0.5 とした。

予測のテストとして、Tent Map も用いた。すなわち、

$$x_{n+1} = \begin{cases} ax_n & (0 \le x_n \le \frac{1}{2}) \\ a(1-x_n) & (\frac{1}{2} < x_n \le 1) \end{cases} \quad (10)$$

である。a=1.5,x_0=0.5 とした。

予測は RBFN を用いた。なお、センターは予測時系列の過去データを用い、係数λは過去データを元に、算出した。センターの次元は３とした。

図１は RBFN を用い予測しさらに誤差補正を行った結果である。実線が真値、鎖線が補正無し予測値、一点鎖線が補正有り予測値である。LogisticMap は x0 からの１００項を過渡的であるという理由で捨て、その後５００項めから RBFN で予測をさらに５００項 (x0 からだと１１００項まで) まで行い、その中で、４００項まで(x0 からだと、６００項から１０００個まで)のデータの誤差パターンから Lorenz の類推法で誤差の予測を行った。さらにその誤差予測から、RBFN での予測値を補正した。RBFN での予測値は元々 x0 から６

０項めからスタートしている。

図を見ると、真値と補正無し予測値は、ずれているがわかるが、補正有り予測値が真値に近づいているのがわかる。すなわち、RBFNにおいても誤差補正が効果を上げている。ただし、誤差補正はSteps=403 程度までで、その後は効果は定かではない。

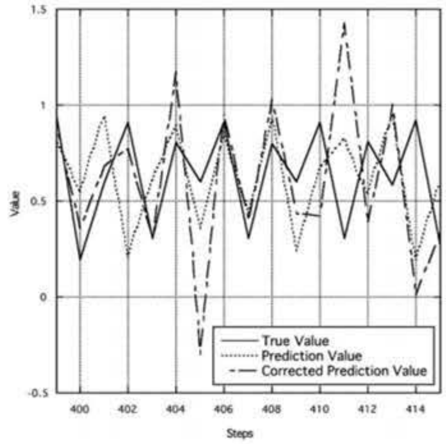

図１　補正法を用いた予測結果

図１の誤差を取り出した結果を図２に示す。実線が補正無し予測値の誤差、破線が補正有り予測値の誤差である。図を見ると、やはり、Steps=403までは補正有りで誤差が減少している。が、その後、有り無しでどちらが良いかは判然としない。むしろ、補正無しの方が良い場合が多い。

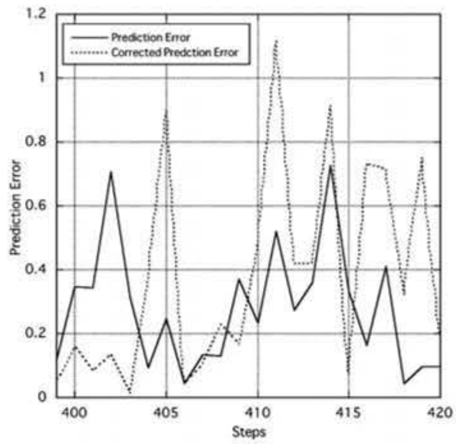

図２　補正法無しと有りの誤差

同じ方法でTent Map (a=1.5, x_0=0.5) 式（１０）で予測、補正を行った結果を図３に示す。

パラメータ a により、異なることもあるが、Stepが少ない範囲においては、補正法の誤差が少なく、RBFN においても補正が効果的であることがわかる。

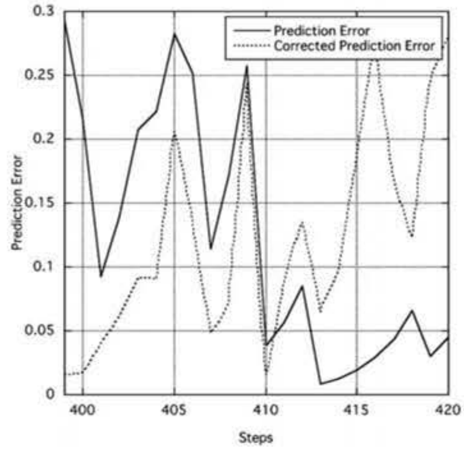

図３　Tent Map の予測誤差

次に、実際の自然界の現象、気象データの予測を行った。栃木県小山市の１９７８年1月から２００７年１２月までの月合計降水量のデータ [11] を用い、２００８年1月から２００８年１２月の月合計降水量の予測を行ってみた。結果の一例を図４に示す。予測には１６０個の予測データから誤差を求め、その誤差で予測値の補正を行った。

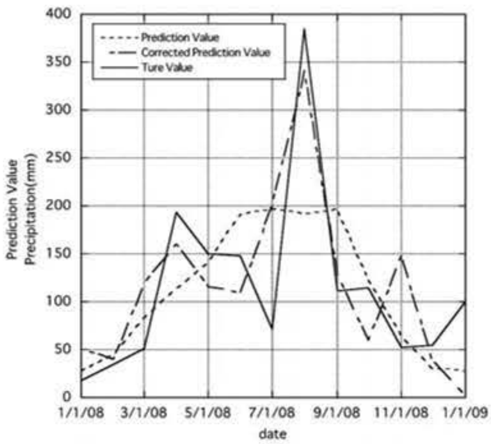

図４　小山市の降水量の予測

図を見ると、８月に降水量が異常に増加しているのがわかる。RBFN の予測はこの増加に追従していない。しかし、誤差補正を加えた結果、８月の降水量の増加を予測しているように見える。提案の誤差補正が効果を表している。

４．考察

RBFN 法は Lorenz の類推法に比べて、系の特徴を係数λに捉えているので、λを計算した時系列から離れた時系列（より未来の時系列）でも、時系列を予測できると考えられる。図１の補正無しの予測データはある程度の真値との符合があるので、それを表している。提案した補正法はさらに時系列に含まれる情報を拾い上げて、精度を上げる事を目標に考えた。

前回の拙稿[7]では、Lorenz の類推法での予測の誤差を同じ Lorenz の類推法での予測で求めたが、今回は RBFN 法での予測を Lorenz の類推法で補う形の方法であり、異なる予測器の融合であると考えられる。

今回は補正は Lorenz の類推法で行っているが、Lorenz の類推法で予測精度を上げるには、多くの時系列データを必要とする。RBFN はそれに反して、少ない時系列データで良い予測精度が出る。誤差補正を Lorenz の類推法で精度良く行うには、より多くの RBFN による予測とその真値が必要である。しかし、RBFN の利点と相反するので、適度な RBFN での予測が最良の誤差補正を行う事ができると考えられよう。

補正を加えて、必ずしも RBFN そのままより予測誤差が少なくなるとは限らない。RBFN は予測精度が良いので、単純な変化をする時系列では、誤差補正の効果があまり出ない。例えば、図４において、８月以外では誤差補正がほとんど必要がないくらい、真値に RBFN の予測結果が合っている。しかし、誤差補正のための Lorenz の類推法を用いると、Irregular なデータが近傍にある場合、そのデータの特徴を Lorenz の類推法が捉え、誤差を補正してくれる可能性がある。

時系列データの予測器には様々な方法が考えられている。それらをこの補正法を用いて、融合することにより、より予測精度を向上させることができると考えられる。例えば、ヤコビ行列推定法、ニューロネット（多層）推定法等[8]を相補的、２重、３重の誤差補正として用いれば、時系列によりより予測精度の高い方法が構築できると考えられる。

RBFN 法の問題点として、本文では触れなかったが、センターベクトルの選択や基底関数の選択の問題があり、今回は時系列そのものをセンターベクトルとして用いた。センターベクトルを効果的に選ぶ方法に関しては、まだ議論の余地がある。センターベクトルはベクトル次元が１次元では時系列から簡単に決定できる。しかし２次元以上では決定が難しい。予測効率の良いセンターベクトルを求めることは必要である。

５．まとめ

RBFN 法を用いた時系列予測法に、その誤差を Lorenz の類推法で予測し誤差補正を加える事で、より高精度な予測ができる方法を提案、立証した。

また、この方法に対して、さらに知られている多くの予測器を複合的に用いる事により、より予測精度を向上させることが期待される。

しかし、実際の自然現象は複雑であり、これらの方法でもまだまだ不足かもしれない。

自然界の予測には様々な気象観測データを元に、既存の物理理論、流体力学、気象学等を駆使し、予測を行うものもあるが、本拙稿で示すように、データのパターンから予測する方法も有効と思われる。

今後は複数予測器の融合方法による予測精度の向上に関して、さらなる検討が必要と思われる。

参考文献

1)渡辺他:小山高専紀要,Vol38,pp.101-106(2006).

2)渡辺:小山高専紀要,Vol39,pp.107-112(2007).

3)渡辺:小山高専紀要,Vol40,pp.91-94(2008).

4)渡辺:小山高専紀要,Vol41,pp.117-122(2009).

5)渡辺:小山高専紀要,Vol42,pp.103-108(2010).

6) 渡辺:小山高専紀要,Vol43,pp.105-110(2011).

7)渡辺：小山高専紀要,Vol44,pp.115-120(2011).

8) 合原一幸編：カオス時系列の基礎と応用, 産業図書(2000).

9)E.N.Lorenz:Jornal of the atomospheric science, Vol.20,p.130 (1963).

10)M.Casdagli:Physica D, **35**(1989)335.

11)気象庁 HP: http://www.jma.go.jp/jma/menu/report.html.

【受理年月日　2013年 9月30日】