小山工業高等専門学校研究紀要
第 47 号(2014)　87- 92

Voronoi 分割法によるカオス時系列予測の誤差補正法について

渡辺　達男*1

About the Error Correction Method of the Chaotic Time Series Prediction by a Voronoi Tesselation.

Tatsuo WATANABE

In this paper, Prediction which uses Voronoi Tesselation which can predict Chaotic Time Series Prediction was performed. Furthermore, the new method of "the Correction Method using a Prediction Error of Time Series" was proposed. It is shown that Predictive Accuracy is improved by this Method. It is shown by using a Modified Method in the Middle of Prediction that an Improvement of Predictive Accuracy can be performed even from the Middle.

KEYWORDS： chaos time series, prediction, new correction method, Lorenz, Voronoi Tesselation

1. はじめに

ここ数年の間に、ゲリラ豪雨等の自然界の災害が多々発生している。それに対する人命、財産等の被害は甚大である。地球的規模で起こっている異常気象は、様々な場所で被害をもたらしている。これらの災害を未然に予測することは非常に重要である。

自然界の予測以外に、未来を予測することは、我々に多くの恩恵を与えると考えられる。信号の予測、経済の予測等、予測とその精度が高ければ、非常に良い事になる。

予測には多くの情報を集めて、その情報から予測する方法、情報のパターンを読み取り、パターンから予測する方法等、様々な方法が考えられている。どの方法も膨大なデータと予測の為の計算が必要である。

多くの情報を集めて、その情報から予測する方法は大規模なシステムで既に行われている。例えば、地震予知には多くの場所の地殻変動センサー情報を元に、今でも予測体制にある。また、天候の予測には地上、上空等の様々なデータを用い統合的に予測を行っている。

しかし、多くのデータは単純な１次元時系列データ化することが出来て、その過去のデータのパターンを考慮すれば、ある程度の予測が可能であることを筆者は以前から示してきた[1-8]。自然界の多くの現象は１変数モデルに置き換えられ、カオス時系列と近似的に考えられる。カオス時系列は簡単な規則に従うのにも関わらず、予測が困難な時系列である。それにも関わらず、様々な方法での予測が試みられてきている。その結果、近未来ではある程度の精度で予測が行われるようになってきている[9]。

古くはLorenzによって、気象の予測に対する、

*1 電気電子創造工学科(Dept. of Innovative Electrical and Electronic Engineering), E-mail: watanabe@oyama-ct.ac.jp

Lorenzの類推法[9,10]が考えられた。それによると、時系列を任意の次元に区切り、空間に埋め込む。その埋め込まれた空間上のベクトルとして、時系列が扱われる。埋め込まれた空間のベクトルはそのベクトル１つが時系列の変化のパターンを示しており、ベクトルを扱うことで、時系列パターンの類似性をもって予測を行おうとした。しかしLorenzの方法は単純すぎて、それだけでは予測精度があまり良いと言えない。

筆者はこれまでLorenzの類推法に関していくつかの改良を加え、予測精度の向上を考察してきた[1-8]。特に、空間次元や近傍点数に依存して予測精度が変化することを示し、最適予測のための次元数や近傍点数に関する提案をしてきた。

また、Lorenzの類推法を改良する方法の一つとして、"予測誤差時系列を用いた補正法"を提案した[7]。この方法はあらかじめ真の値が知られている時系列をLorenzの類推法で予測を行い、その時の誤差を真値から求め、誤差の時系列を取得する。その誤差時系列をさらにLorenzの類推法で予測する。誤差にも変化のパターンがあると考えるからである。予測誤差を用いて予測値を補正する。数値実験の結果、予測精度は向上した。

さらには、RBFN法を用いた予測に対しても、"予測誤差時系列を用いた補正法"を用い、予測精度を高める事を示した[8]。

この論文では、"予測誤差時系列を用いた補正法"を用いて、Voronoi分割[9]による予測での予測精度を高める事を行う。Voronoi分割（Voronoi tesselation）は時系列データを再構成されたアトラクタ上の各点に対して三角分割を行う。各三角形の頂点の二等分線をつなぐ事により、各頂点を中心とした小領域に分ける。この分割をVoronoi分割と言う。予測は現在の点が次の点に移るのに対して、現在の点が回りのVoronoi領域をどれだけ切り取るか面積比で加重予測を行う。Lorenzの類推法に比較して、加重が優れており、少ないデータ数で、良い予測をする。今回は、Voronoi分割にさらに誤差補正を加えて、予測誤差が減少することを示す。

第２章は、Lorenzの類推法、Voronoi分割と"予測誤差時系列を用いた補正法"の説明。第３章は数値実験結果を示す。特に補正法を用いた結果を示す。第４章は考察。第５章はまとめに当てられる。

２．Lorenzの類推法、Voronoi分割及び、誤差について

E.N.Lorenzは、1969年、類推法（the method of analogues）と呼ばれる手法を提案した[9,10]。

今、１次元時系列 x(0),x(1),…,x(t) を要素に持った m 次元ベクトルを考えると、v(t)={x(t−m),x(t−m+1),…,x(t)}に対して、そのベクトル空間上で、今わかっている最後の点のベクトルの最近傍点の次の時系列ベクトルをもって、Lorenzは予測点とした。これは今の時系列パターンと同じパターンを過去に見出し、過去のパターンが繰り返されるという仮定をもとに、その情報から予測を行うものである。

データにノイズが無い場合には非常に有効な予測手段であるが、ノイズの量が多いと、近傍点が果たして最も良い点であるかが問題となり、予測精度が悪くなる事が考えられる。しかし、最近傍点数を増やす事で、ノイズを低減させ、予測精度が向上する。複数の近傍点からどのように予測ベクトルを一つ決定するかにより、予測精度も変化する。もっとも一般的なのは複数のベクトルの加重平均を取ることである。すなわち、近傍点ベクトル $v(k_i)$、近傍点数 N、近傍点と最後の点のベクトルとの距離に比例する量 d_i とすると、予測点ベクトル v(T)は、

$$v(T) = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_i\, v(k_i + 1)}{\sum_{i=1}^{M} d_i} \qquad (1)$$

で与えられる。

Voronoi 分割は、測定された時系列データを再構成されたアトラクタ上の各点に対して、三角分割を行う。さらに各辺の近接点に対して垂直二等分線を描き、各頂点を中心とした小領域 T_i に分割する。すなわち、タイル張りにする。領域内の点を v(i)として、次元 m とすると、

$$T_i = \{\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{R}^m : |\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}(i)| < |\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}(j)|,\ j = 1, \cdots, N, j \neq i\} \qquad (2)$$

今、写像Φ、

$$\boldsymbol{v}(t+1) = \Phi(\boldsymbol{v}(t)) \qquad (3)$$

の存在を仮定する。Φの形として、

$$\boldsymbol{v}(T+1)=\Phi\big(v(T)\big)= \sum_{i\in N(v(T))}\lambda_i(\boldsymbol{v}(T))\boldsymbol{v}(i+1) \quad (4)$$

とする。ここでλ_iは新しい点が作る Voronoi 分割が、既にある Voronoi 分割から切り取る面積を表す。すなわち、

$$\lambda_i\big(\boldsymbol{v}(T)\big)=\frac{\mu_m(T_i(\boldsymbol{v}(T))}{\sum_{i\in N(v(T))}\mu_m(T_j(\boldsymbol{v}(T))} \quad (5)$$

但し、μ_m:R_m上のルベーグ測度、$T_i(\boldsymbol{v}(T))$:$\boldsymbol{v}(T)$を中心とする新しい Voronoi 集合とそれ以前の i 番目のタイルとの共通部分、$N(\boldsymbol{v}(T))$:$\boldsymbol{v}(T)$を中心とする新しい Voronoi 領域と重なるタイルの添字集合である。

データ $\boldsymbol{v}(T)$は Voronoi 分割された領域の母点(generator)と呼ばれる。

この関数Φを用いて、予測を行う。

次に、予測器の予測精度をさらに改良する方法として"予測誤差時系列を用いた補正法"を提案する。

"予測誤差時系列を用いた補正法"は、あらかじめ1次元時系列 $x(0),x(1),\ldots,x(T\text{-}1)$に対して、任意の時間、例えば s ($1\leq s\leq T\text{-}1$)から p ステップ予測を行う。その結果 $x'(s+1),x'(s+2),\ldots,x'(s+p)$の予測値が得られる。

得られた予測値と真値 $x(s+1),x(s+2),\ldots,x(s+p)$の差分で作られる誤差ベクトル $e(s)$は、

$$e(s)=\{x'(s+1)-x(s+1),\cdots,x'(s+p)-x(s+p)\} \quad (6)$$

この p 次元誤差ベクトル $e(s)$が張る p 次元空間にすべての誤差ベクトルを埋め込む。

次に、これから予測しようとする既知の最後の点 $x(T\text{-}1)$に関して p ステップ前からの予測を行い、真値との誤差ベクトル $e'(t)$を求める。

$$e'(t)=\{x'(t-p)-x(t-p),\cdots,x'(t)-x(t)\} \quad (7)$$

この誤差ベクトル $e'(t)$に対して、誤差ベクトルが埋め込まれた p 次元空間においての最近傍ベクトル $e''(r)$ ($1\leq r\leq T\text{-}1$)を求める。

誤差ベクトル $e''(r+1)$が T からの予測ベクトルの誤差ベクトルを表すと考え、これを予測されたベクトル $\boldsymbol{v}$ (T) に対して、

$$v'(T)=v(T)-e''(r+1) \quad (8)$$

なる補正を加えて、補正された予測ベクトルと考える。

この方法は、誤差の時系列があるパターンを持っていると仮定される時、大きな効果があること考えられる。

3．数値実験結果

今回、予測を行うにあたり、本来なら Voronoi 分割は２次元で行うのであるが、二等分線に対する煩雑さや、効果を見る事を重視するため、１次元での分割を行い計算した。

始めに、予測は Logistic Map に対する予測、すなわち、

$$x_{n+1}=ax_n(1-x_n) \quad (9)$$

なる１次元時系列に対する予測を行った。LogisticMap は当初は生物の個体数の変動を表す式として提案された。なお、a=3.8,x_0=0.5 とした。

予測のテストとして、Tent Map も用いた。すなわち、

$$x_{n+1}=\begin{cases} ax_n & (0\leq x_n\leq \frac{1}{2}) \\ a(1-x_n) & (\frac{1}{2}<x_n\leq 1)\end{cases} \quad (10)$$

である。a=1.5,x_0=0.5 とした。

予測は Voronoi 分割を用いた。なお、分割した面積比を元に、Lorenz 類推法の多近傍点を用いる重み付け予測を行った。

まず、通常の Lorenz 類推法と Voroni 分割を用いた予測との比較を行った。

図１は、Lorenz 類推法と Voronoi 分割を用いた予測との比較のグラフである。図では、Logistic Map の最初の 100 項を無視し、その後 100 項を１次元空間にマップし、200 項目から予測を開始した結果である。図を見ると、Voronoi 分割を用いた方法では 12step 程度まで予測できているが、Lorenz 類推法では7step 程度で予測が出来なくなっていることがわかる。

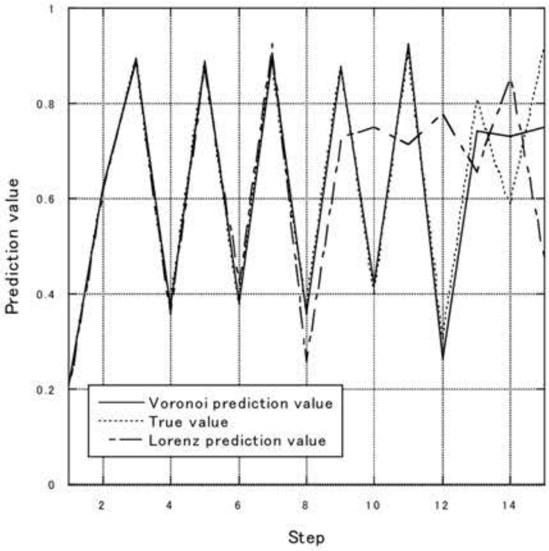

図１　Voronoi 分割と Lorenz 類推法の比較

これにより、Voronoi 分割が予測に有効に働いていることがわかる。

次に、"予測誤差時系列を用いた補正法" を用いて、Voronoi 分割に対して、予測精度を上げた結果を図２に示す

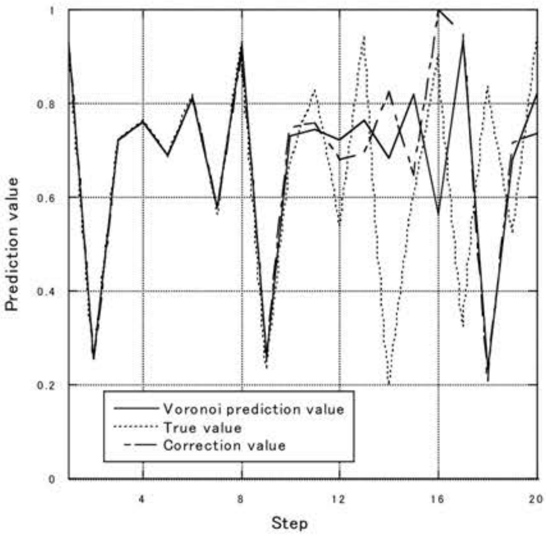

図２　Voronoi 分割を補正法で補正した結果

図２を見ると、9step まではどちらの予測も変わらなく、真値に追従しているが、10step で誤差が生じる。よく見ると、補正法の結果が Voronoi 分割法に比較して、真値に近い事が分かる。しかし13step からは、補正法は破綻し、予測精度が悪くなる。少なくとも、Voronoi 分割を単独で用いるより数 step は予測精度が良くなっているのがわかる。

次に、Voronoi 分割を用いて予測中に予測が悪くなった所から、補正法を試みた結果を図３に示す。図３は 10step ほど Voronoi 分割のみを用いて予測し、その後、補正法を用いた結果である。

図を見ると、1step から 2step までは予測が明らかに改善している。が、その後はまた破綻していく。この結果から、予測途中で Voronoi 分割がうまく行かなくなっても、補正法を用いる事により、予測精度が改善することがわかる。

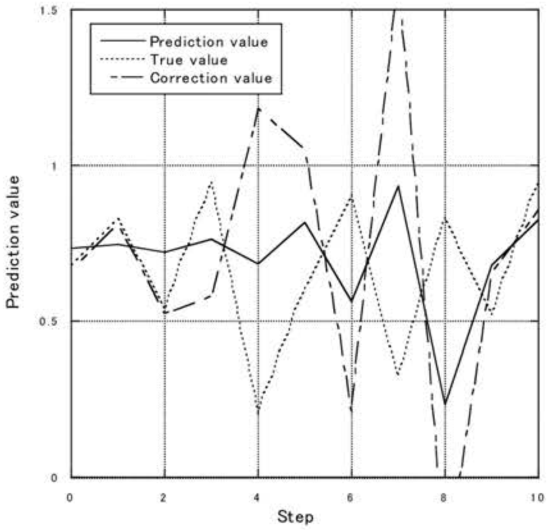

図３　Voronoi 分割を用いた途中からの補正法による、修正予測

以上見てきたように、提案した補正法は Voronoi 分割にも適用できる。

次に、Tent map での Voronoi 分割と補正法を加えた結果を図４に示す。なお、Tent map の場合、Voronoi 分割予測は非常に良くあう。100 項目までをデータとして、その後 200 項目から予測した。予測開始から約 70step まではほとんど誤差がゼロであり、Tent map のような単純な構造の写像には、Voronoi 分割は非常に予測精度が良い事が分かる。図４は、予測が悪くなり始めた、80step から 95step までの結果を示している。

図から分かる事は、補正法があまり機能していない。補正法を用いない方が、予測精度は良いこ

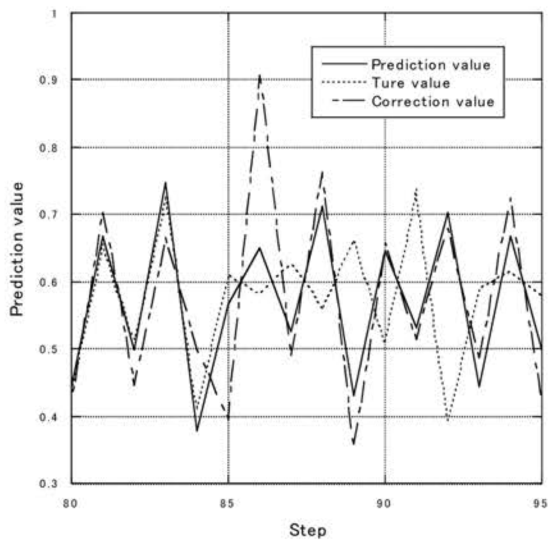

図４　Voronoi 分割と誤差補正法を用いた、Tent map の予測

とが見て取れる。

原因としては、Voronoi 分割による予測が、非常に精度が良く、その中から得られる誤差データの絶対値が非常に小さいので、補正を加える効果が少なく、むしろもともとの予測を壊してしまうになるのであろう。

４．考察

Voronoi 分割による予測はLorenz 類推法を用いたものの中で、予測精度が非常に良い事が示された。さらに、拙稿で提案した補正法を用いると、予測精度が良くなる事が示された。

ただし、誤差データ自体は沢山あっても、あまりにも誤差データの絶対値が少ないと、補正が上手く行かず、逆に予測精度が悪くなることになる。従って、予測器とその精度により、補正法は使い分ける必要があることが分かる。

また Voronoi 分割を用いて予測を行い、予測が悪くなった後、途中から補正を用いても、ある程度リカバーができる。ただしその為には、誤差データを多く取っておく必要が有るだろう。

この補正法の重要な所は、如何に多くの誤差データを取得するかということである。誤差データが少なければ、予測がうまくいかない。データの積み重ねが、予測精度を上げるという必然の結果になるのは致し方ないであろう。

５．まとめ

Voronoi 分割によるカオス時系列予測と、それに対する“予測誤差時系列を用いた補正法”を用いた、予測精度向上を行った。

その結果、Voronoi 分割は非常に良い予測精度を持っており、さらに補正法を用いると予測精度が上がる事が示された。更に途中から補正法を用いることによっても予測精度が上がる事が示された。

今回は１次元の予測に限ったが、高次元の予測を行う事により、より予測精度が上がる事が予想され、今後検討の予定である。

さらには、複数予測器の融合方法による予測精度の向上に関しても検討を予定している。

参考文献

1) 渡辺他：小山高専紀要, Vol38, pp. 101-106 (2006).
2) 渡辺：小山高専紀要, Vol39, pp. 107-112 (2007).
3) 渡辺：小山高専紀要, Vol40, pp. 91-94 (2008).
4) 渡辺：小山高専紀要, Vol41, pp. 117-122 (2009).
5) 渡辺：小山高専紀要, Vol42, pp. 103-108 (2010).
6) 渡辺：小山高専紀要, Vol43, pp. 105-110 (2011).
7) 渡辺：小山高専紀要, Vol44, pp. 115-120 (2011).
8) 渡辺：小山高専紀要, Vol46, pp. 111-116 (2013).
9) 合原一幸編：カオス時系列の基礎と応用，産業図書 (2000).
10) E. N. Lorenz：Jornal of the atomospheric science, Vol. 20, p. 130 (1963).

【受理年月日　2014年 9月29日】