小山工業高等専門学校研究紀要
第 49 号(2016)　59－ 63

２次元 Voronoi 分割法によるカオス時系列予測に関して

渡辺　達男[*1]

About Chaos Time Series predicting by Two-Dimensional Voronoi Tesselation Method.

Tatsuo WATANABE

The result of chaos time series prediction using Voronoi Tesselation Method of Two Dimensions will be reported in this paper. It'll be reported that the very good precision can be predicted by the number of a little data. The number of landing to Japan of a typhoon is predicted as an example of time series of the actual natural world. It's indicated to be also able to predict it by the very good precision by the number of a little data. When complication on the program can settle Voronoi Tesselation Method, it's a very effective time series prediction method.

KEYWORDS： chaos time series,prediction, voronoi tesselation method, voronoi tesselation.

1. はじめに

毎年、地球各地で様々な災害のニュースが流れている。大きな地震、台風、津波など、甚大な被害が各地で出ている。

日本でも地震や集中豪雨(最近ではゲリラ豪雨)の被害が後を絶たない。東日本大震災をはじめとして、最近では熊本地震が記憶に新しい。

このような自然の災害を未然に予測する方法は様々な方法が考えられている。

筆者は簡単な数学モデルを用いて、自然界の特に気象の予測ができないかと考え、幾つもの方法を提示し、検証してきた[1-10)]。

自然界の現象は、ほぼカオス時系列と考えて良いことが多く、カオス時系列予測を精密に行うことは自然や気象予測に役立つと考えられる。

カオス時系列予測の方法は、自然の予測だけではなく、経済、工学等にも大いに役立つと思われる。

経済においては、様々な金融危機を未然に防ぐこともできる。また情報工学でも、失われた情報を時系列予測に基づいて再現すれば、より正確な情報を伝達することなどが考えられる。

１次元の時系列予測では Lorenz の類推法が有名である[10-11)]。もともと気象の予測に用いるために考えられた。繰り返しパターンの多い気象現象の予測は、比較的予測しやすい。しかし方法が単純すぎるため、それだけでは精度は良くなかった。

筆者はLorenzの類推法を改良することにより、予測精度があがることを示してきた[1-10)]。Lorenzの類推法は単純な過去の繰り返しパターンを用い

*1 電気電子創造工学科(Dept. of Innovative Electrical and Electronic Engineering),　E-mail: watanabe@oyama-ct.ac.jp

て、将来を予測する。しかし、過去のパターンの選択方法が単純であり、実際の予測では、あまり予測が良くない。そこで、予測の元データとなる、時系列データの埋め込みに関する埋め込み次元数を変えることにより、ある次元で（予測する系に依存する）良い予測ができることを明らかにした。また近傍点を用いた重み付けの方法でさらに精度が上がることを示した。

その後、“予測誤差時系列を用いた補正法” を提案した [7]。これは誤差の中にある系統的パターンを利用したもので、このパターンを予測することで、予測の精度を上げることができた。すなわち、予測の１次補正法である。

RBFN 法の予測では予測の元となるデータが非常に少なく予測できる。これはニューラルネットワークの変形法である。センターベクトルをうまく選ぶことにより、予測精度が良くなることを示した。

さらには、予測方法を複数組み合わせて予測することによりさらに予測精度があがることも示してきた。

Voronoi 分割法（Voronoi tesselation）[12]はロシアの数学者 G.Voronoi により 1907 年に提案されたもので、空間分布データの解析に多く用いられている。Voronoi 図と呼ばれる空間分割の図は、携帯電話のアンテナの配置、空港の配置など、空間配置に関する多くの分野で使用されている。

Voronoi 分割は時系列データを再構成されたアトラクタ上の各点に対して三角分割を行う。各三角形の頂点の二等分線をつなぐ事により、各頂点を中心とした小領域に分ける。この分割を Voronoi 分割と言う。予測は現在の点が次の点に移るのに対して、現在の点が回りの Voronoi 領域をどれだけ切り取るかの面積比で加重予測を行う。Lorenz の類推法に比較して、加重が優れており、少ないデータ数で、良い予測をすると思われる。

昨年度の論文 [10]では、２次元平面での Voronoi 分割を行い、時系列予測の際の若干の性質と問題点を指摘した。

この論文では、カオス時系列の２次元 Voronoi 分割を行い、面積比から重み付けを行い、時系列予測を実際に行った。結果を Lorenz の類推法の予測と比較して非常に精度が良いことがわかった。また、実際の自然界の予測として、日本本土への台風の上陸数の予測を行い、非常に少ないデータ数で、良い予測ができたことがわかった。

Voronoi 分割は自動計算のプログラミングが難しく、今回は一部手計算で予測計算を行った。

２次元 Voronoi 分割は、境界の有限性、無限性、分割の精度などにより、難しい問題が発生する。今回は、それらについては規格化及び人為的に境界条件を設けてその問題を避けた。

２章は Voronoi 分割についての説明を行う。３章では２次元 Voronoi 分割を用いた、カオス時系列予測と自然界の予測を報告する。４章は考察に、５章はまとめに当てられる。

２． Voronoi 分割について

ロシアの数学者 G.Voronoi は 1907 年に Voronoi 分割法（Voronoi tesselation）[12]を提案した。Voronoi 分割法による時系列予測は、測定された時系列データを再構成されたアトラクタ上の各点に対して、三角分割を行う。さらに各辺の近接点に対して垂直二等分線を描き、各頂点を中心とした小領域 T_i に分割する。すなわち、タイル張りにする。領域内の点を v(i) として、次元 m とすると、

$$T_i = \{\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{R}^m : |\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}(i)| < |\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}(j)|,\ j = 1, \cdots, N, j \neq i\} \qquad (1)$$

今、写像Φ、

$$\boldsymbol{v}(t+1) = \Phi(\boldsymbol{v}(t)) \qquad (2)$$

の存在を仮定する。Φの形として、

$$\boldsymbol{v}(T+1) = \Phi\big(v(T)\big) = \sum_{i \in N(\boldsymbol{v}(T))} \lambda_i(\boldsymbol{v}(T))\boldsymbol{v}(i+1) \qquad (3)$$

とする。ここで $\boldsymbol{\lambda_i}$ は新しい点が作る Voronoi 分割が、既にある Voronoi 分割から切り取る面積を表す。すなわち、

$$\lambda_i\big(\boldsymbol{v}(T)\big) = \frac{\mu_m(T_i(\boldsymbol{v}(T))}{\sum_{i \in N(\boldsymbol{v}(T))} \mu_m(T_j(\boldsymbol{v}(T))} \qquad (4)$$

但し、μ_m:R_m 上のルベーグ測度、$T_i(\boldsymbol{v}(T))$：$\boldsymbol{v}(T)$ を中心とする新しい Voronoi 集合とそれ以前の i 番目のタイルとの共通部分、$N(\boldsymbol{v}(T))$：$\boldsymbol{v}(T)$ を中心とする新しい Voronoi 領域と重なるタイルの添字集合である。

データ $v(T)$は Voronoi 分割された領域の母点(generator)と呼ばれる。

この関数Φを用いて、予測を行う。

Voronoi 分割は１次元では容易である。１次元数直線上で中点を求めることは容易なので、計算は簡単である。

２次元の Voronoi 分割は困難さを伴う。計算の複雑さもさることながら、さらには境界条件の問題が出てくる。多くの境界は無限遠点になり、定義ができないという困難さがある。今回は人為的に境界を設けて困難さを避けた。

３次元以上の Voronoi 分割は一部研究があるが、あまり手を手をつけられていない。さらには３次元以上の Voronoi 分割を用いた予測はほとんど行われていない。

ここでは２次元 Voronoi 分割による予測方法の説明と実際の予測を行う。

３．２次元 Voronoi 分割による予測

２次元での Voronoi 分割予測では、まず予測の元となる過去のデータを２次元平面にプロットする。そして、埋め込まれた各点どうしを結ぶ線分の２等分線を描く。２等分線は必ず３本が交わり、交点となる。分割に必要の無くなった領域内に残されている２等分線を消去する。

今回予測した時系列は Logistic Map すなわち、

$$x_{n+1} = ax_n(1-x_n) \qquad (5)$$

なる１次元時系列に対する予測を行った。

LogisticMap は生物の個体数の変動を表す式として提案された。なお、a=3.8, x_0=0.8 とした。

図１に例として Logistic Map を２次元埋め込み空間にプロットして、その Voronoi 分割を行ったものを示す。図中の点は埋め込み空間にプロットした点、直線は分割した領域を示す。なお、Voronoi 分割には Mathematica のパッケージ関数を用いた。また、Voronoi 分割では境界が定まらないので、定義域を[0,1]と人為的に定めて計算した。

図２に、図１からさらに先の１点を追加した Voronoi 分割図を示す

右上に示される２点が、１点Aが追加され、３点に増加している。そしてこの点Aにより、その両側の点が持っていた領域面積が切り取られてしまっていることがわかる。

Voronoi 分割による予測では、この切り取られた面積に応じた重み付けをして予測をする。

実際にさらに次の点を予測した結果は Xn+1=0.759673 であった。真値は 0.758531 であるので、その絶対誤差は 0.001141 であった。相対誤差は 0.150541％であり、非常に正確に予測できていることがわかる。

Lorenz 類推法での、同じ点の重み付けを行った予測で、予測値は Xn+1= 0.677286 であるので、相対誤差は 10.7108%である。Voronoi 分割の重み付けが非常に効果的であることがわかる。また、元となるデータ数もわずか１０点で非常に少ない。

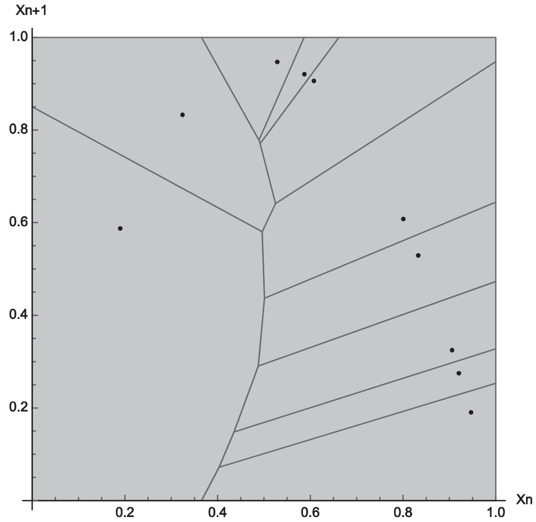

図１　Voronoi 分割の例

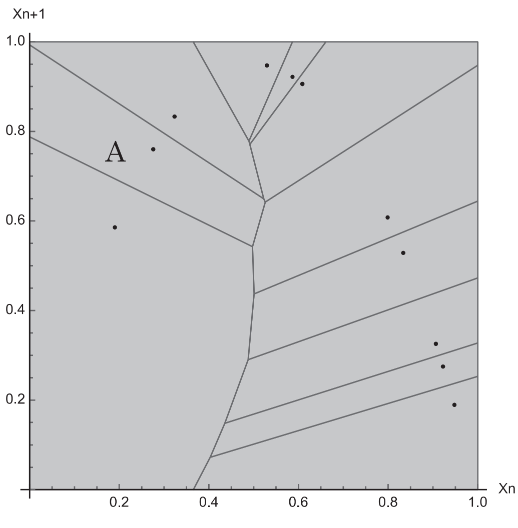

図２　１点追加した Voronoi 分割

Voronoi 分割は非常に有効な予測の重み付け方法であることがわかったので、実際の自然界の予測を行ってみた。2005 年から 2012 年までの日本

本土に上陸した台風の個数[14]を用い、2013年の台風の上陸数を予測してみた。

まず、上陸数を[0,1]で規格化した。その上で、２次元埋め込み空間にプロットして、Voronoi 分割を行った図を図３に示す。

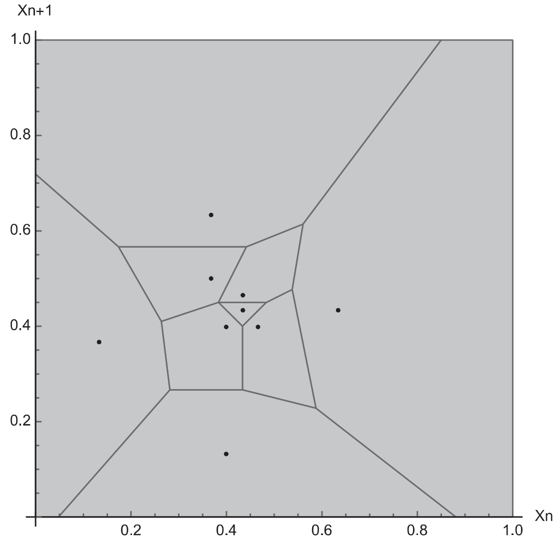

図３　台風の上陸数の Voronoi 分割

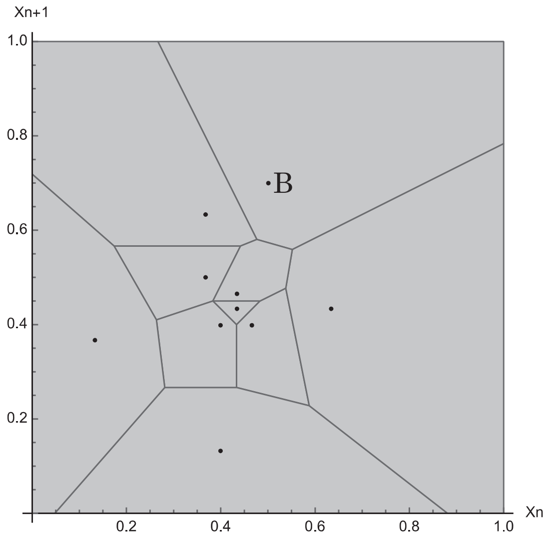

図４　１点追加した台風の上陸数の Voronoi 分割

右上に一点Ｂが追加されて、その周辺の面積が切り取られていることがわかる。

実際にこの図を元に切り取られた面積で、重み付けに用いて予測した値は Xn+1= 26.5954 であった。2013年の上陸数は25であることから、相対誤差は 6.38171％であり、元となるデータが少ないのにもかかわらず、かなりの精度で予測することができた。

今回、予測には各領域の面積を計算し、切り取られた面積を求め、それらを重み付けに用いて予測値を求めた。それらには手計算を持ちた。

予測精度を上げるには、多くのデータを用いれば良いが、例えば1951年から2014年のデータを用いるだけで、図５の様な比較的複雑な Voronoi 分割になる。

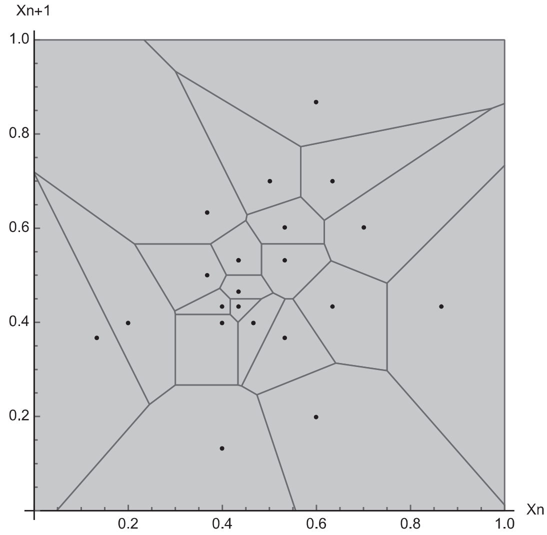

図５　台風の上陸数の Voronoi 分割
(1951年から2014年)

実際の計算には追加した点の近辺の複数の面積の切り取り分をすべて計算することになるので、複雑になり手計算では難しくなる。

４．考察

Voronoi 分割は時系列予測に非常に有用な方法であることが示された。しかし、自動化には少々複雑なプログラミングが必要である。

今回手計算で予測を行ったが、１つ先までの予測はわかるが、複数先までは計算ができなかった。計算の自動化が是非とも必要と思われる。

２次元の Voronoi 分割による面積の切り取りではなく、３次元の体積切り取り、４次元の超体積切り取りを重み付けにすることが考えられる。しかし、これらは筆者の技術不足からまだ手をつけていない。次元を上げることにより多くの点の情報を取り入れることができることから、さらなる予測精度の向上が見込まれるのではないかと思われるる。

今回、境界条件は人為的に決めた。境界に近い点はこの人為的決定に影響される可能性が大きいと思われる。しかし、境界から離れた点は周りを点で囲まれているため、境界の影響は少ないと思

われる。埋め込まれる点の数が多ければ、上記効果は大きく現れるので、埋め込まれる点を多くすることにより、さらに予測精度が上がることが予想される。

５．まとめ

カオス時系列予測における、２次元 Voronoi 分割の重み付けによる予測を行った。

その結果、Voronoi 分割を用いると、少ないデータ数で非常に良い予測を行うことができた。また自然界の時系列予測においても非常に良い予測ができた。

境界条件は、今回の予測では大きな問題は生じなかった。また、データ数を増やすことにより、この問題を減らすことできるのではないかと予想される。

今回自動計算ができなかったが、是非とも自動計算が必要である。

また、３次元以上の多次元では、ほとんど研究の例がないため、多次元での性質もさらに詳細に調べていくつもりである。

参考文献

1)渡辺他:小山高専紀要,Vol38,pp.101-106(2006).
2)渡辺:小山高専紀要,Vol39,pp.107-112(2007).
3)渡辺:小山高専紀要,Vol40,pp.91-94(2008).
4)渡辺:小山高専紀要,Vol41,pp.117-122(2009).
5)渡辺:小山高専紀要,Vol42,pp.103-108(2010).
6)渡辺:小山高専紀要,Vol43,pp.105-110(2011).
7)渡辺:小山高専紀要,Vol44,pp.115-120(2011).
8)渡辺:小山高専紀要,Vol46,pp.111-116(2013).
9)渡辺: 小山高専紀要,Vol47,pp.87-92 (2014).
10)渡辺：小山高専起用,Vol48,pp.81-84(2015).
11)合原一幸編:カオス時系列の基礎と応用, 産業図書(2000).
12)E.N.Lorenz:Jornal of the atomospheric science, Vol.20,p.130 (1963).
13)Voronoi G.:"Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques." *J. reine angew.Math.*Vol133,pp.97-178(1907).
14)気象庁、台風の発生数の 1951-2014 までのデータ: http://www.data.jma.go.jp/fcd/yoho/typhoon/statistics/generation/generation.html.

【受理年月日　2016年 9月30日】