

流体力と摩擦力を受ける滑走体の運動予測 —地面効果翼機の滑走モデル作成と評価—

増淵 寿^{*1}

Motion prediction of sliding vehicle subjected to both fluid force and kinetic friction force — Development and evaluation of sliding-motion model on wing-in-ground-effect vehicle —

Hisashi MASUBUCHI

We try to make a prediction of sliding motion on wing-in-ground-effect vehicle. The vehicle to be analyzed has a relatively large wing therefore it is subjected not only kinetic friction force but significant fluid force, that is, lift and drag. Those forces cause changes in the attitude while the vehicle is sliding on the floor, and this makes things more complex.

Through the formulation of the forces acting on the body, the vehicle movement model is developed. Comparison with experimental data shows that the model could predict the motion to some extent, but the calculated sliding distance is 2 to 3 times as large as experimental result. That difference indicates the model is less accurate and the error would be caused because the present model takes no account of the effects of three-dimensionality on the lift and drag.

KEYWORDS : Airplane, Ground Effect, Fluid Dynamics, Movement model

1. はじめに

本研究では、翼の地面効果を利用した模型飛行機を利用して、工学教育と工作教室の両方で使用できる教材開発を行ってきた¹⁾。その内容は、図1のような模型機を製作して、水平な床面上を滑走させ、滑走距離を競い合うものである。

この機体（滑走体）の運動に対して、これまでに、主翼まわりの空気流れのシミュレーション^{2),3)}と、等速滑走するときの機体姿勢や機体に作用する外力などの推定^{4),5)}を行ってきた。本報ではこれらを纏めて、滑走体の運動を表す力学モデルを作成し、滑走状態や滑走距離の予測を試みる。

無動力航空機の滑空状態を計算で求める、いわゆるフライトシミュレーションとしては、「鳥人間コンテスト選手権大会」出場機^{6),7)}やグライダー⁸⁾を対象とした運動計算など、多くの報告例がある。

本研究で扱う模型機は、機体の一部を床面に接地したまま滑走するために、主翼と床面との距離が短く大きな地面効果を受けるので、この効果をできるだけ正確に考慮する点が従来の方法と異なっている。この点以外は、できるだけ簡潔なモデルを使用し、実験結果をどの程度正確に説明できるのかを検証する。

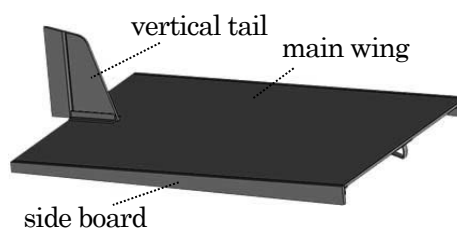


図1 地面効果翼機

*1 機械工学科 (Dept. of Mechanical Engineering), E-mail:masubuti@oyama-ct.ac.jp

運動モデルを使った計算によって、滑走状態の予測が可能となれば、高性能な模型機を効率的に設計でき、教材としての利用価値も高まる。また、将来的には、この地面効果翼機を、近年その利用分野の拡大が顕著となっている自立型無人機⁹⁾として応用することを検討している。

2. 滑走体の運動モデル

2.1 地面効果翼機

前報⁵⁾で扱った2種類の機体のうち、滑走距離が大きくなった主翼の反りが無い「平板翼機(図1)」を対象とする。機体の主な仕様を表1に示す。

表1 実験機の主な仕様

主翼形状	翼弦長 C	翼幅 B	質量 m	取り付け角 θ
平板	256mm	180mm	30.5g	1.4°

2.2 床面上を滑走する物体の運動

模型機を使った競技は、機体を床面と同じ高さから水平方向に初速度 U_0 で打ち出し、完全に静止するまでの変位を滑走距離 L と定義して、その大きさを競うものである。

このときの機体運動を記述するため、図2の座標系を設定すると、 x - y 平面内の剛体運動は、一般に重心位置 (x_G, y_G) と姿勢(回転角) α の3自由度の運動方程式の解で求められ、滑空機の運動もこれと同じである。

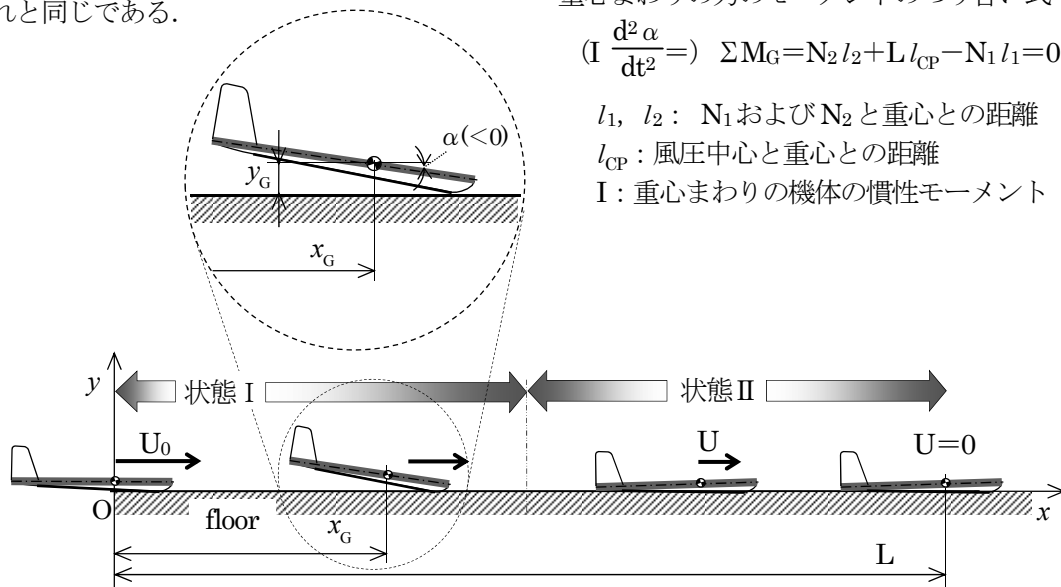


図2 座標系の定義と地面効果翼の滑走状態

ここで、これまでに行ってきた観察の結果⁴⁾から、平板翼機の滑走状態に関して、次のことが分かっている。① 機体は、その一部を床面と接触したまま水平に移動し、完全に離陸する状態はほとんどない。② 滑走速度が大きいときは、機体の後方が上昇し、前方側だけが床に接触した姿勢(図2の状態I)で滑走する。速度が小さくなるにつれて後方は下がっていき、やがて側面板の底面全体が床に接触した状態(図2の状態II)となる。③ 機体の姿勢を表す角度 α の変化量は小さく、水平方向の変位 x_G と比べ、ゆっくりした変化と推定される。

これらの観察結果から、加速度 d^2y_G/dt^2 と、回転角加速度 $d^2\alpha/dt^2$ とは微小量とみなせるので、各運動方程式は、 y 方向の力のつり合い式と重心まわりのモーメントのつり合い式で代用できると考えた。一方、水平方向(x 方向)の運動については、床面からの摩擦抵抗(動摩擦力) F_f と、空気抵抗(抗力) F_a とが作用する減速運動となるから、運動方程式を解く必要がある。

最後に、観察結果の②をもとにして、機体に作用する外力を図3のように仮定すると、滑走体の運動を表すために解くべき式は次の3式になる。

x 方向の運動方程式

$$m \frac{d^2x_G}{dt^2} = \sum f_x = -F_f - F_a \dots\dots\dots(1)$$

y 方向の力のつり合い式

$$(m \frac{d^2y_G}{dt^2}) \sum f_y = L + N_1 + N_2 - mg = 0 \dots\dots\dots(2)$$

重心まわりの力のモーメントのつり合い式

$$(I \frac{d^2\alpha}{dt^2}) \sum M_G = N_2 l_2 + L l_{CP} - N_1 l_1 = 0 \dots\dots(3)$$

l_1, l_2 : N_1 および N_2 と重心との距離

l_{CP} : 風圧中心と重心との距離

I : 重心まわりの機体の慣性モーメント

なお、重心と床面との距離は小さいため、摩擦力 F_f による重心まわりのモーメントは省略する。また、抗力 F_d によるモーメントも、揚力によるものと比べて小さいとみなして無視している。

次に、揚力 L 、抗力 F_d 、床面からの摩擦力 F_f はそれぞれ次式で求める。

$$L = C_L(\alpha, h) \times \frac{1}{2} \rho U^2 S \dots\dots\dots(4)$$

$$F_d = C_D(\alpha, h) \times \frac{1}{2} \rho U^2 S \dots\dots\dots(5)$$

$$F_f = \mu (N_1 + N_2) \dots\dots\dots(6)$$

ここで、 C_L と C_D は、それぞれ主翼の揚力、抗力係数で、通常は迎角 α の関数として与えられるが、今回の滑走機では地面効果のために、主翼と地面との距離 h の影響も受けることになる。

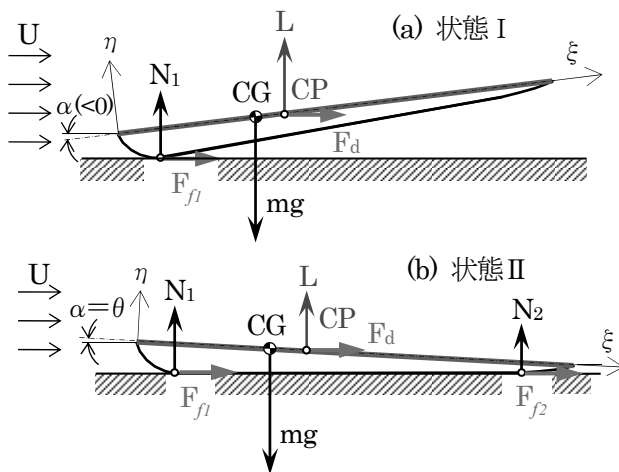


図3 地面効果翼に作用する外力

2. 3 滑走機の運動計算の難しさ

滑走機の運動状態は、前出の(1)~(6)式を、初期条件 ($U(0)=U_0, x_G(0)=0$) のもとに解けば求めることができる。一見すると容易にみえるが、大きな翼をもち、しかも機体姿勢が滑走中に変化する場合には、この計算の実行はかなり複雑になる。その原因を以下に列挙しておく。

① 前述のように C_D や C_L は、機体姿勢 α と地面からの高さ h の影響を受ける。したがって、図2の状態IIのように、姿勢変化がなく α が一定の場合、流体力 (L と F_d) は式(4),(5)から、速度の二乗 U^2 に比例するだけの簡単な関数となる。しかし、状態Iのように運動中に姿勢変化するとき、流体力の計算に先立って、姿勢 α を求めておく必要がある。

② 機体姿勢 α は力とモーメントのつり合い式(2),(3)から求められるはずだが、その計算には揚力 L の大きさと作用点(風圧中心)とが必要になる。結果、 L と α には相互依存関係があるために、別個に求めることができない。今回は、地面効果を受ける主翼に対し、 $C_L(\alpha, h)$ を非線形関数で近似したため、式(2)~(4)を反復計算で解いて L と α を同時に求めることが必要になった。

③ 一般的な剛体の運動では、式(6)のクーロンの摩擦法則にしたがって一定の大きさの動摩擦力が作用する。ところがこの滑走機では、主翼に生じる大きな揚力 L が、式(2)にしたがって垂直抗力 $N_1 + N_2$ を減少させるため、摩擦力も一定にはならず、運動途中でその大きさが変化する。

2. 4 滑走体の運動モデルの解法手順

式(1)~(6)を解いて、滑走体の運動を求めるための手順を、以下のように定めた。

ステップ1. 主翼の空力特性の計算

機体の主翼部が、水平な地面に平行に流れる一様流中にあるとき、その周囲に発生する流れを渦法によってシミュレーションし、揚力係数 C_L と風圧中心 ξ_{CP} を求める。迎角 α と地面と翼との距離 h を変えて計算を繰り返し、 $C_L(\alpha, h)$ と $\xi_{CP}(\alpha, h)$ の近似式を導出する。なお、今回のように機体が離陸しない場合は、 h は α の関数として表すことができるため、未知数は α だけに集約できる。この計算の詳細は既報^{2),3)}を参照されたい。

次に、機体を受ける空気抵抗(抗力) F_d の大きさについては、非粘性流体を仮定した渦法でのシミュレーションでは求めることができない。そこで、主翼を形成する薄い平板が、一様流中に平行に設置されたときに受ける摩擦抗力で代用し、抗力係数は次式で算出する。

$$C_D = \frac{1.327}{\sqrt{Re_l}} \dots\dots\dots(7)$$

なお、翼弦長 C を代表長さ、初速 U_0 を代表速度とするレイノルズ数は、模型機の実験ではおよそ 1.2×10^5 以下となり、主翼表面に生じる境界層は層流を維持すると考えられる。

ステップ2. 機体の定常滑走状態の推定

実験機が一定速度 U で床面上を滑走する状態を仮想し、このときの機体姿勢 α を求める。具体的には、適当な U の値を与え、式(2)~(4)を同時に満足する α を反復計算で求める。 α が得られれば、図3に描かれた機体に作用する外力の全てを計算することができる。

なお、 U が小さくなって状態IIになると、機体姿勢の変化はなくなって C_L が既知量（一定値）となるから、式(2)~(6)を連立して解き、簡単に外力を求められる。この手順の詳細も既報⁴⁾を参照されたい。

この計算を、速度が0から初速度 U_0 まで、様々な速度 U に対して行い、図4のようなグラフを作成して、垂直抗力と速度との関係を表す近似式 $N_1 + N_2(U)$ を求めておく。

ステップ3. 機体の滑走運動の計算

x 方向の運動方程式(1)をオイラー法で解き、初速 U_0 で射出された機体が減速して静止するまでの経過を逐次求めていく。このとき、床面から受ける摩擦力 F_f は式(6)で計算するが、その際にステップ2で計算した $N_1 + N_2(U)$ を使い、主翼揚力 L による垂直抗力の低減効果を考慮する。空気抵抗 F_a は式(5)で計算するが、その抗力係数 C_D は式(7)を使うので、こちらも速度 U だけの関数となる。

これを解けば、時間 t - 位置 (変位) x_G - 速度 U の関係や、滑走距離 L を求めることができる。

なお、機体（スチレンペーパー製）と床面（小山高専機械科棟の廊下で、表面は長尺塩ビシート）との間の動摩擦係数は、実測¹⁰⁾した平均値を採用して、 $\mu = 0.289$ とする。

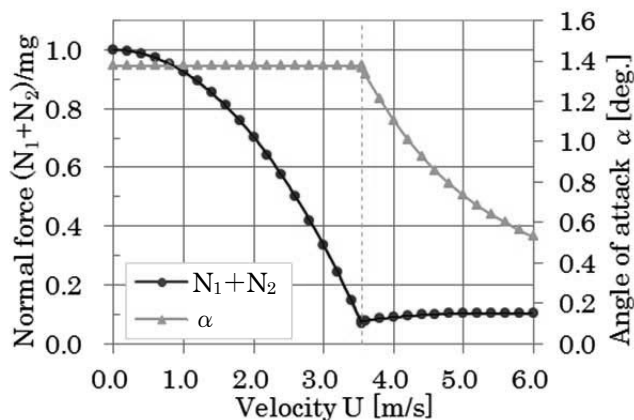


図4 等速滑走時の機体姿勢と垂直抗力

3. 滑走実験

作成した運動モデルの妥当性を検証するために、比較実験を行う。図1の機体をゴムカタパルトで射出し、初速度（打ち出し速度） U_0 と滑走距離 L とを測定した。パラメータとして、機体重心 ξ_G と初速度 U_0 の2つを選択し、それぞれ表2に示す範囲で変化させ実験を行った。なお、重心位置の調整は、機体に取り付けるおもりの位置を前後させることで行った。

表2 実験条件

パラメータ	設定範囲	他方の条件
機体重心 [*] ξ_G	0.25~0.33	$U_0 \doteq 6\text{m/s}$
初速度 U_0	0~6.5m/s	$\xi_G = 0.30$

^{*} ξ_G は機体前縁から重心までの距離で、翼弦長 C に対する比率で表す。

4. 運動モデルの計算結果と精度評価

作成した運動モデルの精度を評価するため、実験結果との比較を行う。さらに、主翼の効果を確認するため、機体に作用する流体力（揚力と抗力）を無視し、一定の動摩擦力によって減速すると仮定した場合の解析解（以下、これを一定摩擦と呼ぶ）とも比べてみた。

4.1 滑走体運動の経過

図5は、重心 $\xi_G = 0.27$ の機体を、初速度 $U_0 = 6.0\text{m/s}$ で射出したとき、機体位置（変位）と速度の関係を表したものである。実線は2.4節で説明した運動モデルの計算結果、破線は流体力を無視した一定摩擦の解を表す。後者は単純な等加速度運動であり、静止するまでの滑走距離は6.3mになった。一方、前者は翼の効果が出現して、滑走距離の予想値は30m超とかなり大きくなる。実際の模型機の滑走距離は両者の中間の値で15m弱であった。なお、今回の実験では、滑走途中の速度計測は実施しておらず、減速過程についての検証はできていない。

次に図6は、運動モデルで計算された変位 x_G と、揚力 L 、迎角 α との関係を描いたもので、この図と図5とを用いて、モデルが予測した機体運動の様子を説明する。まず、速度が3.6m/s

以上の間は状態Ⅰの姿勢で滑走し、この間は機体重量の90%程度を揚力で支えているために床面との摩擦抵抗が小さくなって25m近く進む。機体姿勢を表す α が次第に大きくなることは、機体の後方がゆっくりと下がっていくことを意味している。 $\alpha \approx 1.4^\circ$ で側面板全体が床に着き、

状態Ⅱになると、これ以上の姿勢変化は生じない。こうなると、減速するほど揚力が減少して垂直抗力が増し、さらに摩擦抵抗が大きくなるというループが形成されるため、減速度が大きくなり、急ブレーキがかかったように停止してしまう。

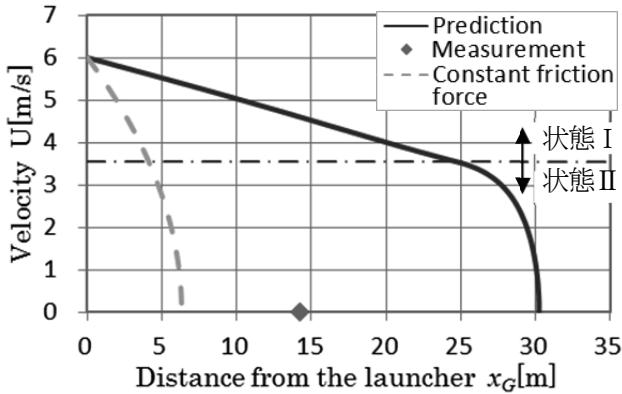


図5 滑走速度の変化 ($\xi_G=0.27$)

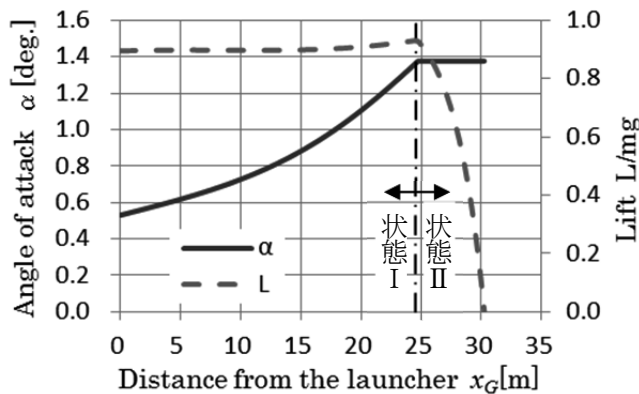


図6 機体姿勢と揚力の変化 ($\xi_G=0.27$)

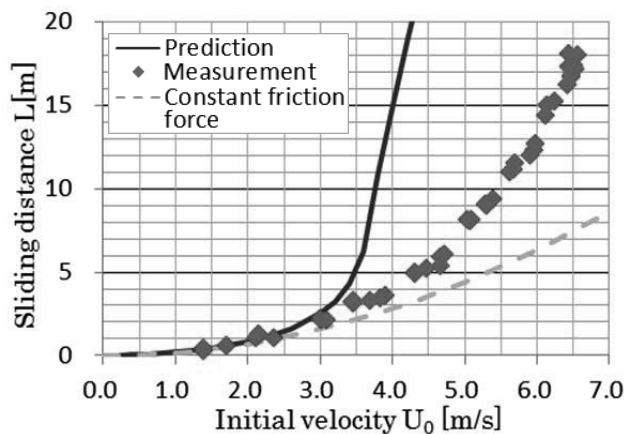


図7 初速度と滑走距離の関係 ($\xi_G=0.29$)

4. 2 初速度による影響

次に、初速度 U_0 と滑走距離 L との関係について比較する。図7において、流体力が作用しない一定摩擦では、滑走距離は U_0 の2乗に比例して大きくなる。一方、運動モデルが示す滑走距離は、 $U_0 \leq 2.5 \text{ m/s}$ では一定摩擦とはほぼ一致するが、初速度がこれより大きくなると、 U_0 とともに滑走距離が急激に増大し、一定摩擦との差は拡大していく。これは、低速の間は、機体に作用する流体力が小さく、運動にほとんど影響しないが、速度が大きくなると、揚力によって床面摩擦抵抗 F_f が減少する効果が、空気抵抗 F_a が増加する効果よりも顕在化するためと考えられる。

模型機による実験結果は、流体力の影響が小さい $U_0 \leq 2.5 \text{ m/s}$ の範囲では両者とよく一致したが、これ以上になると、両者の中間の値になった。これは、模型機には翼の効果が出現するため、一定摩擦に比べれば滑走距離が大きくなるが、運動モデルで予想されるほど、その効果が大きくはないことを示すものとする。

4. 3 重心位置による影響

ここでは、作成した運動モデルが、機体設計にどの程度利用できるのかを検証するため、機体の重心 ξ_G をパラメータとして、滑走距離 L との関係性を調査する。結果を図8に示す。まず、流体力無視の一定摩擦では、重心は滑走距離に影響せず、 $L=6.3 \text{ m}$ で一定となる。一方、運動モデルの計算結果は、重心が後退するにつれて滑走距離が大きくなり、 $\xi_G=0.29$ で最大値をとっている。重心がこれよりも後方になると、風圧中心との位置関係が逆転するため、図3(状態Ⅰ)で重心まわりのモーメントが常に負(時計回り)となって、モーメントのつり合いの式を満足する解(機体姿勢)が存在せず、今回のモデルでは滑走計算を行うことができなくなった。

次に、実験結果と比較する。重心位置によって滑走距離が変化する傾向は共通しているが、滑走距離は、全ての重心位置において実機の方がモデルより短く、重心の影響はモデルの予測に比べると小さい。また、実機で滑走距離が最大となるのは $\xi_G=0.30$ で、モデルとほぼ一致しているが、これより少し大きくても安定した滑走が可能であった。しかし、 $\xi_G=0.33$ に達すると、射出してから $x_G \doteq 8\text{m}$ までは床面に沿って滑るが、その後に急速に機首上げが起こって機体が完全に離陸し、直後に失速して落下、静止という飛行状態に変化した。滑走距離はそれまでに比べて極端に短く、実験値の散らばりも大きい。この状態が、運動モデルでモーメントのつり合いが成立せずに「解なし」となる条件に対応するものと考えられる。

4. 4 運動モデルの評価

最後に、図8の滑走距離 L を、実験およびモデル計算で得られたそれぞれの最長距離 L_{max} で正規化した結果を図9に示す。この図を用いて今回の運動モデルの有用性について考えよう。まず、運動モデルは、①重心位置が後退するほど正規化された滑走距離は大きくなること、②滑走距離が最大となる重心のほぼ正確な位置、③②の位置よりも重心を後方へ移動させると運動状態に変化が生じること、の三点については、実機の滑走特性を再現できている。しかし、運動モデルは、④重心が滑走距離に与える影響を過大に見積もり過ぎており、⑤図8のように滑走距離の絶対量を、実機と比べて相当に大きく予想してしまうことが深刻な問題点といえる。

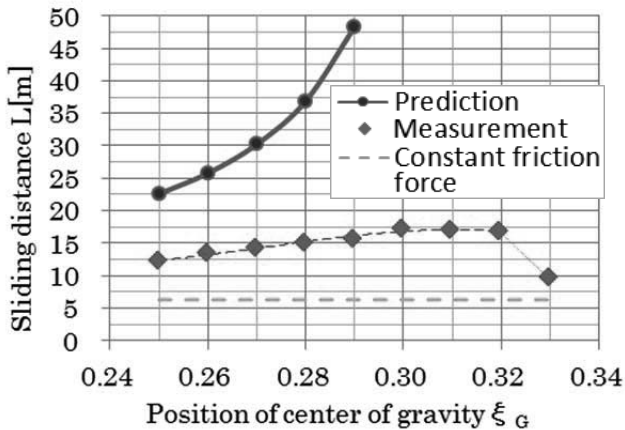


図8 重心と滑走距離との関係 ($U_0 \doteq 6\text{m/s}$)

この⑤は、発生する揚力の過大評価、抗力（空気抵抗）の過小評価の2つによって発生する。例えば、側面板や尾翼が着いている機体に作用する空気抵抗を、平板（主翼）にはたらく摩擦抗力だけで近似したことは後者の一因、すなわち減速要因の過小評価になっていると思われる。しかし、それ以上に影響が大きいと考えられるのが、翼の三次元効果である。これについては、次節で述べる。

4. 5 翼の三次元効果

運動モデルのステップ1「主翼の空力特性の計算」では、機体の幅が無限に長い二次元翼として流れのシミュレーションを行っているが、実際には翼幅は有限、すなわち三次元の翼であるから、翼端の影響を受ける。この影響のうち大きなものは、翼端渦の発生に伴う誘導抗力の出現と、翼のアスペクト比と関係した揚力曲線の変化、すなわち揚力傾斜の減少である¹¹⁾。この2つの効果のいずれもが、機体の滑走距離を減少させる方向にはたらくから、これらを考慮して主翼の空力特性を修正すれば、モデルと実験結果の差は小さくなるはずである。そこで、文献¹²⁾を参考に次式を追加してモデルを修正してみる。

三次元翼の揚力傾斜

$$a = \frac{a_0}{1 + a_0 / \pi AR_e} \dots\dots\dots(8)$$

$$a = \frac{\pi}{2} AR_e \dots\dots\dots(9)$$

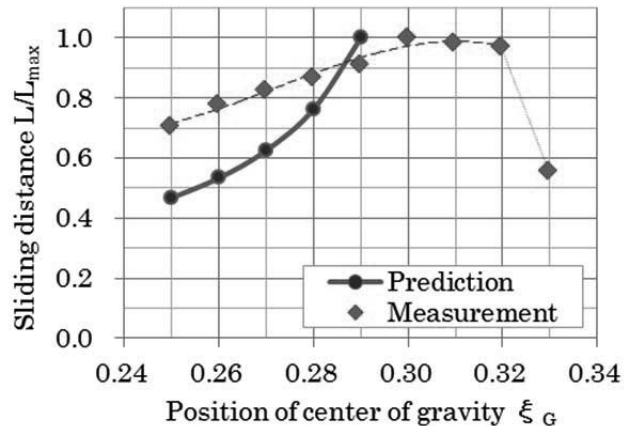


図9 正規化した滑走距離

三次元翼の誘導抗力係数

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi AR_e} \dots\dots\dots(10)$$

ただし、 a_0 は二次元翼の揚力傾斜、 AR_e は有効アスペクト比を表し、(8)はアスペクト比が大きい ($AR_e > 5$) 場合、(9)は小さい ($AR_e < 2$) 場合に用いられる式である。

その結果、式(9)と式(10)のどちらか一方の修正を加えただけで、運動モデルが予想する滑走距離は実験値よりも短くなり、 $\xi_G = 0.29$ の場合でも、流体力を無視した一定摩擦と同程度 ($L \approx 6.5 \sim 7.4m$) にまで減少してしまった。これは、対象とする機体主翼の幾何学的アスペクト比が 0.70 と著しく小さく、特殊な形状をしているため、三次元効果が運動に大きく影響した結果である。さらに、地面効果の利点の一つは、翼端渦の抑制による誘導抗力減少である¹³⁾のに、その効果を完全に無視してしまったことが、実験結果よりも L が短くなってしまったことの一因と考える。

このように、一般的な(アスペクト比が比較的大きく、近くに地面が存在しない)航空機で用いられる翼の三次元効果の理論を、この運動モデルにそのまま流用するだけでは、精度のある結果を得ることができなかった。三次元効果の導入に関しては、今後の検討課題としたい。

5. まとめ

科学教室で使用している「大きな翼を有する滑走機」を対象として、床面からの摩擦力と流体力の両方を受ける物体の運動モデルを作成した。このモデルに初速を与え、静止するまでの滑走運動を解析して、実験結果との比較を行った。本報で得られた主な結果を、以下に列挙する。

- (1) 運動モデルは、滑走距離が最大となる重心位置や、滑走状態が不安定となる重心の予測などに使うことが可能であり、機体設計に対して一定の有用性をもつ。
- (2) モデルで計算される滑走距離は、実機より 2 ～ 3 倍も大きく、滑走状態を正確に表しているとは言えない。
- (3) (2)の原因としては、機体に作用する流体力の計算を、二次元翼として行っている点が大き

いと思われる。モデルの精度向上には、翼の三次元効果を導入して、揚力傾斜を修正し、誘導抗力を追加することが必要である。その際には、翼の地面効果の影響も考慮に入れた修正をすべきである。

(4) 実験結果と一定摩擦力の解析解との比較から、製作した模型機は、翼にはたらく流体力を有効に利用して滑走距離を伸ばしていることを定量的に確認することができた。

参考文献

- 1) 増淵 寿：児童を対象とした科学教室用の教材開発，小山高専研究紀要，vol.47(2014)，pp.55-63.
- 2) 大阿久 善仁：Excel を用いた簡易数値風洞の開発（パネル法を用いた地面効果の解析），小山高専 機械工学科 卒業研究概要集(2014)，pp.31-32.
- 3) 岸拓志：地面近くを飛行する二次元翼まわりの流れのシミュレーション（地面効果翼機の解析），小山高専 機械工学科 卒業研究概要集(2015)，pp.59-60.
- 4) 増淵 寿，岸拓志：地面効果を利用する模型飛行機の飛行状態に関する研究，小山高専研究紀要，vol.48(2015)，pp.51-59.
- 5) 増淵 寿：地面効果を利用する模型飛行機に関する研究，小山高専研究紀要，vol.49(2016)，pp.33-40.
- 6) 増山 豊：Excel で解く機械系の運動力学 — 振動問題からフライトシミュレーションまで —，共立出版(2002)，pp.107-134.
- 7) 飯田明由ほか：遺伝的アルゴリズムを用いた鳥人間滑空機の最適設計，ながれ 25(2006)，pp.543-551.
- 8) 牧野淳一郎：とんでる力学，丸善(2005)，pp.118-159.
- 9) たとえば，小林啓倫：ドローン・ビジネスの衝撃 小型無人飛行機が切り開く新たなマーケット，朝日新聞出版(2015).
- 10) 稲村英将：地面効果翼機の研究（飛行モデルの改良），小山高専 機械工学科 卒業研究概要集(2017)，pp.45-46.
- 11) 牧野光雄：航空力学の基礎（第3版），産業図書(2012)，pp.131-157.
- 12) 加藤寛一郎ほか：航空機力学入門，東京大学出版会(1982)，pp.41-50.
- 13) 東昭：新講座 航空を科学する 下巻，酣燈社(1995)，pp.33-38.

【受理年月日 2017年 9月29日】