小山工業高等専門学校研究紀要
第 50 号(2017)　 69−73

カオス時系列予測における２次元 Voronoi 分割の境界に関して

渡辺　達男*1

About a boundary in two-dimensional Voronoi Tessellation in Chaos Time Series Predicting.

Tatsuo WATANABE

Chaos Time Series Predicting is performed by two-dimensional Voronoi Tessellation Method, and there is a problem in a boundary of Voronoi Diagram. It's considered that the predictability changes by where to set a boundary of Voronoi Diagram. In this paper, Chaos Time Series was predicted by two-dimensional Voronoi Tessellation Method with a Voronoi Diagram boundary changed. It was revealed that there are no changes in the result of predictability.

KEYWORDS： chaos time series, prediction, voronoi tessellation method, voronoi tessellation.

1. はじめに

毎年、世界各地で、地震、津波、大雨、干ばつ、台風、火山噴火などの自然災害が頻発しており、それらのニュースは殆ど毎月のように報道されている。日本でも地震や大雨（ゲリラ豪雨）の被害が後を絶たない。

このような自然の災害を未然に予測する方法は様々な方法が考えられている。多くの予測は、様々な気象データを集積し、それらを元に膨大な計算を行って予測している。

筆者は簡単な数学モデルを用いて、自然界の特に気象の予測ができないかと考え、幾つもの方法を提示し、検証してきた[1-11]。

自然界の現象は、ほぼカオス時系列に近く、カオス時系列予測を精密に行うことは自然や気象予測に役立つと考えられる。

カオス時系列予測の方法は、自然界の現象の予測だけではなく、経済、工学等にも大いに役立つと思われる。経済においては、様々な金融危機を未然に防ぐこともできる。また情報工学でも、失われた情報を時系列予測に基づいて再現すれば、より正確な情報を伝送できる。

１次元の時系列予測では Lorenz の類推法が有名である[10,12)]。この方法は、もともと気象の予測に用いるために考えられた。同じようなパターンが多い気象現象の予測は、比較的予測しやすい。しかし方法が単純すぎるため、それだけでは精度は良くなかった。

筆者は Lorenz の類推法を改良することにより、予測精度があがることを以前から示してきた[1-11]。Lorenz の類推法は単純な過去の繰り返しパターンを用いて、将来を予測する。しかし、過去のパタ

*1 電気電子創造工学科(Dept. of Innovative Electrical and Electronic Engineering), E-mail: watanabe@oyama-ct.ac.jp

ーンの選択方法が単純であり、実際の予測では、あまり予測が良くない。そこで、予測の元データとなる、時系列データの埋め込みに関する埋め込み次元数を変えることにより、ある次元で（予測する系に依存する）良い予測ができることを明らかにした。さらに近傍点を用いた重み付けの方法で精度が上がることも示した。

また、“予測誤差時系列を用いた補正法” を提案した [7]。これは誤差の中にある系統的パターンがあり、このパターンを予測することで、予測の精度を上げることができた。つまり予測の１次補正法である。

RBFN 法の予測では予測の元となるデータが非常に少なく予測できる。これはニューラルネットワークの変形法である。センターベクトルをうまく選ぶことにより、予測精度が良くなることを示した。しかしセンターベクトルを選ぶには難しい問題が残されている。

予測方法を複数組み合わせて予測することによりさらに予測精度があがることも示してきた。

Voronoi 分割法（Voronoi tessellation）[13]はロシアの数学者 G.Voronoi により 1907 年に提案されたもので、空間分布データの解析に多く用いられている。Voronoi 図と呼ばれる空間分割の図は、携帯電話のアンテナの配置、空港の配置など、空間配置に関する分野で使用されている。

Voronoi 分割は時系列データを再構成されたアトラクタ上の各点に対して三角分割を行う。各三角形の頂点の二等分線をつなぐ事により、各頂点を中心とした小領域に分ける。この分割を Voronoi 分割と言う。予測は現在の点が次の点に移るのに対して、現在の点が回りの Voronoi 領域をどれだけ切り取るかの面積比で加重予測を行う。Lorenz の類推法に比較して、加重が優れており、少ないデータ数で、良い予測をすると思われる。

昨年度は、2 次元平面での Voronoi 分割を行い、精度良い予測ができることを示した [11]。ただし、いくつかの不定要素、特に Voronoi 図の外枠の境界に関しては、仮定して予測を行った。しかしこの仮定には根拠がない。

この論文では、カオス時系列の２次元 Voronoi 分割を行い、面積比から重み付けを行い、時系列予測を行う際に、境界の問題がどのように予測に影響するかを考察する。実際の自然界の予測の例として、日本近海での台風の発生数 [15]の予測を行い、境界の決め方は予測精度に影響がないことが検証された。

Voronoi 分割は自動計算のプログラミングが難しく、今回は MathematicV10、一部手計算で予測計算を行った。

２章は Voronoi 分割についての説明を行う。３章では２次元 Voronoi 分割を用いた、カオス時系列予測において、境界がどのように影響するかを報告する。４章は考察に、５章はまとめに当てられる。

２． Voronoi 分割について

ロシアの数学者 G.Voronoi は 1907 年に Voronoi 分割法（Voronoi tessellation）[14]を提案した。Voronoi 分割法による時系列予測は、測定された時系列データを再構成されたアトラクタ上の各点に対して、三角分割を行う。さらに各辺の近接点に対して垂直二等分線を描き、各頂点を中心とした小領域 T_i に分割する。すなわち、タイル張りにする。領域内の点を $\boldsymbol{v}(i)$ として、次元 m とすると、

$$T_i = \{\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{R}^m : |\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}(i)| < |\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}(j)|, \quad j = 1, \cdots, N, j \neq i\} \qquad (1)$$

今、写像Φ、

$$\boldsymbol{v}(t+1) = \Phi(\boldsymbol{v}(t)) \qquad (2)$$

の存在を仮定する。Φの形として、

$$\boldsymbol{v}(T+1) = \Phi\big(v(T)\big) = \sum_{i \in N(\boldsymbol{v}(T))} \lambda_i(\boldsymbol{v}(T))\boldsymbol{v}(i+1) \qquad (3)$$

とする。ここで$\boldsymbol{\lambda_i}$は新しい点が作る Voronoi 分割が、既にある Voronoi 分割から切り取る面積を表す。すなわち、

$$\lambda_i\big(\boldsymbol{v}(T)\big) = \frac{\mu_m(T_i(\boldsymbol{v}(T))}{\sum_{i \in N(\boldsymbol{v}(T))} \mu_m(T_j(\boldsymbol{v}(T))} \qquad (4)$$

但し、μ_m:R_m上のルベーグ測度、$T_i(\boldsymbol{v}(T))$：$\boldsymbol{v}(T)$を中心とする新しい Voronoi 集合とそれ以前の i 番目のタイルとの共通部分、$N(\boldsymbol{v}(T))$：$\boldsymbol{v}(T)$を中心とする新しい Voronoi 領域と重なるタイルの添字集合である。

データ $\boldsymbol{v}(T)$ は Voronoi 分割された領域の母点

(generator)と呼ばれる。

この関数Φを用いて、予測を行う。

Voronoi 分割は１次元では容易である。１次元数直線上で中点を求めることは容易なので、計算は簡単である。

２次元の Voronoi 分割は困難さを伴う。計算の複雑さもあるが、境界の問題が出てくる。多くのVoronoi 図形の境界は無限遠になり、定義ができないという困難さがある。今回は、人為的に境界を幾つか設けて、それにより予測精度がどのように変化するのかを調べた。

３次元以上のVoronoi分割は一部研究があるが、あまり手をつけられていない。Voronoi 分割されたものが多面形になり、複雑である。さらには３次元以上の Voronoi 分割を用いた予測はほとんど行われていない。

ここでは２次元 Voronoi 分割による人為的に定めた境界の、予測精度に対する影響を調べた。

３．Voronoi 分割予測の境界の影響

２次元での Voronoi 分割予測では、まず予測の元となる過去のデータを２次元平面にプロットする。そして、埋め込まれた各点どうしを結ぶ線分の２等分線を描く。２等分線は必ず３本が交わり、交点となる。分割に必要の無くなった領域内に残されている２等分線を消去する。

今回まず予測した時系列は Logistic Map、

$$x_{n+1} = ax_n(1-x_n) \qquad (5)$$

なる１次元時系列に対する予測を行った。

Logistic Map は生物の個体数の変動を表す式として提案された。なお、a=3.8, x_0=0.8 とした。x_1 から x_{100} までは過渡値として捨てて、その後の値を用いた。

図１に例として Logistic Map を２次元埋め込み空間にプロットして、その Voronoi 分割を行ったものを示す。その際、外枠の境界の範囲を[0, 1]にした。10 点プロットしてある。また、埋め込みにはベクトルデータを重ねない方法を用いた。

図中の点は埋め込み空間にプロットした点、直線は分割した領域を示す。なお、Voronoi 分割には数式処理ソフト MathematicaV10 のパッケージ関数を用いた。

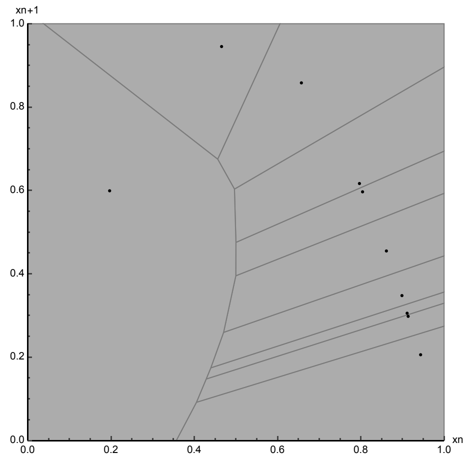

図１　Logistic Map の Voronoi 分割

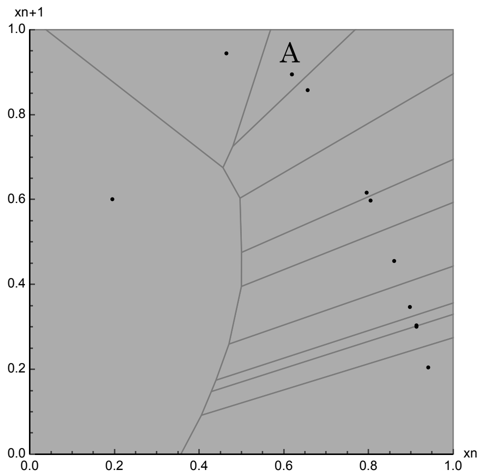

図２　図１に１点加えた Voronoi 図

図２に、図１からさらに先の１点を追加した Voronoi 分割図を示す。上部に１点Aが追加され、この点Aにより、その両側の点が持っていた領域面積が切り取られてしまっていることがわかる。

Voronoi 分割による予測では、この切り取られた面積に応じた重み付けをして予測をする。

新しく点が入ることにより、右側の領域が切り取られた面積は 0.02238 であり、左側の領域が切り取られた面積は 0.00513 であった。これらの切り取られた面積を元にさらに先の１点を予測すると結果は x_{n+1}=0.414835 であった。真値は 0.357693 であるので、その相対誤差は 15.97%であった。

次に同じことを、境界を広げて行う。外枠の境界の範囲を[−1, 2]として行ってみた。

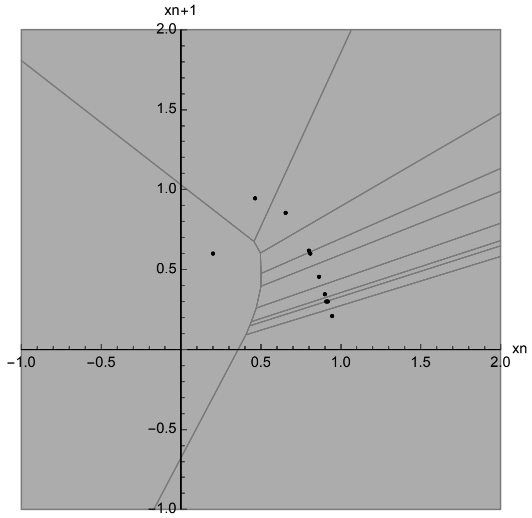

図３　境界を広げた Voronoi 図

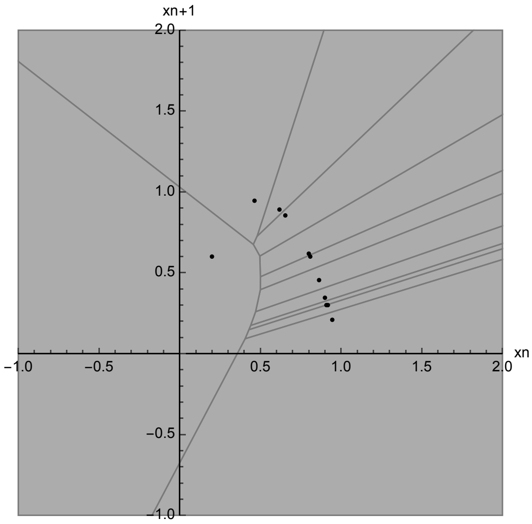

図４　図３に１点加えた Voronoi 図

外枠が広がり、各領域の面積は大きくなる。新しく入った点の右側の領域は 0.480737 だけ面積が切り取られ、左側の領域は 0.110244 だけ面積が切り取られる。次の１点を予測すると、x_{n+1}= 0.414834 になり、先の結果とわずかに異なるが、ほぼ等しい。

従って Logistic Map の場合、外枠を広げても影響はない。これはそれぞれの Voronoi 領域が単純に外側に広がっただけの為であり、切り取られた面積比は変わらないからである。さらには Logsitic Map は埋め込み空間上では２次曲線上に乗るので複雑なことは起こらない。次の１点の予測は誤差が 0.8%であり。先の例はたまたま誤差が大きかったが、この後の予測は誤差が非常に少ない。

次には、自然界の予測の例として、日本近海の台風の発生数を規格化したデータで予測を行う[15)]。

1951 年から 13 年間の台風発生数を２次元埋め込み空間に埋め込み、Voronoi 分割を行った。ただし、台風データは最大で 40 以下であるので、40 で規格化してある。結果を図５に示す。また１点加えた Voronoi 図を図６に示す。点 B が加えた点である。

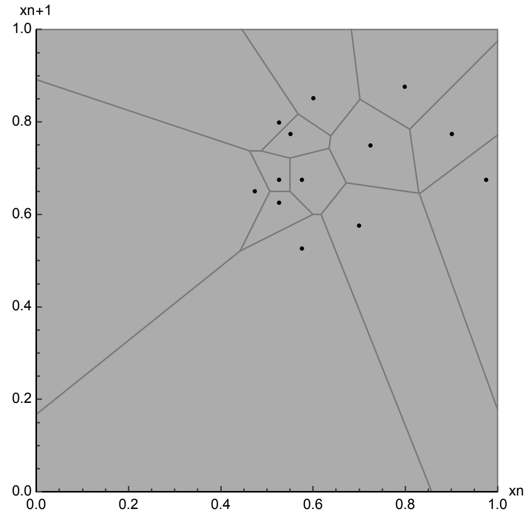

図５　台風発生数の Voronoi 図

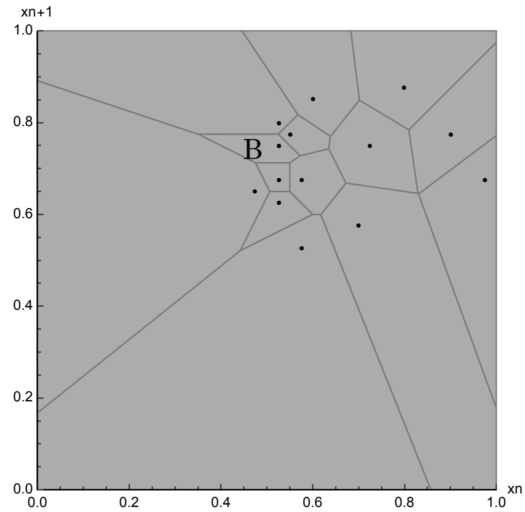

図６　図５に１点加えた Voronoi 図

この場合は、新しい領域は、右側の領域から左回りで４つの領域から、0.00213281、0.00375、0.00117188、0.00154297 の面積を切り取り、予測値は x_{n+1}= 0.59749 である。真値は 0.60 であるので、誤差は 0.4183%であり、非常に小さい。

先ほどと同様に境界を[−1, 2]に広げると、図７、図８のようになる。

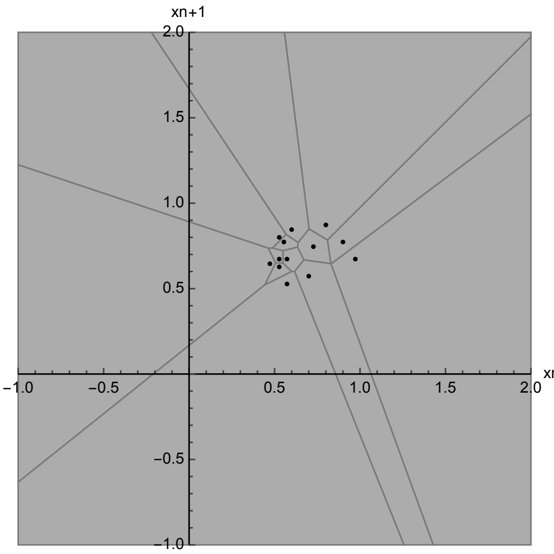

図７　境界を広げた Voronoi 図

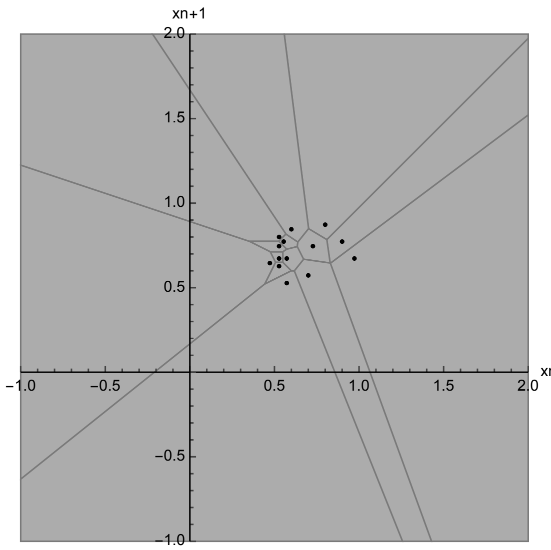

図８　図７に１点加えた Voronoi 図

切り取られる面積は右端から左回りで順に、0.00213281、0.00375、0.00117187、0.00154297となり、先ほどと同じである。この場合、境界に接しない Voronoi 図が含まれるが、切り取る面積は変化しない。

従って、Voronoi 図において、予測を行う上では境界は影響しないことがわかった。

４．考察

２次元 Voronoi 分割を時系列予測に用いた場合の、Voronoi 図の境界は、予測に影響しないことが実際に示された。予測方法が面積の切り取り部分にのみ関係するので、境界に依存しないことは容易に予想されたが、特に、他の Voronoi 領域に囲まれている部分とそうでない部分が混在していても問題ないことが示された。

３次元以上でも同様に切り取られる超体積の比率で予測されるので、特に問題がおこらないと思われる。

５．まとめ

カオス時系列予測における、２次元 Voronoi 分割の重み付けによる、予測を行った。その際 Voronoi 図の境界の影響は受けないことが検証された。

今回自動計算ができず、大部分を手計算で行ったが、是非とも自動計算が必要である。また、３次元以上の多次元では、ほとんど研究の例がないため、多次元での性質もさらに詳細に調べていくつもりである。

参考文献

1)渡辺他:小山高専紀要,Vol38,pp.101-106(2006)
2)渡辺:小山高専紀要,Vol39,pp.107-112(2007)
3)渡辺:小山高専紀要,Vol40,pp.91-94(2008)
4)渡辺:小山高専紀要,Vol41,pp.117-122(2009)
5)渡辺:小山高専紀要,Vol42,pp.103-108(2010)
6)渡辺:小山高専紀要,Vol43,pp.105-110(2010)
7)渡辺:小山高専紀要,Vol44,pp.115-120(2011)
8)渡辺:小山高専紀要,Vol46,pp.111-116(2013)
9)渡辺: 小山高専紀要,Vol47,pp.87-92 (2014)
10)渡辺：小山高専紀要,Vol48,pp.81-84(2015)
11)渡辺：小山高専紀要,Vol49,pp.59-63(2016)
12)合原一幸編:カオス時系列の基礎と応用, 産業図書(2000)
13)E.N.Lorenz:Jornal of the atomospheric science, Vol.20,p.130 (1963)
14)Voronoi G.:"Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques." *J. reine angew. Math.* Vol133,pp.97-178(1907)
15)気象庁、台風の発生数の 1951-2014 までのデータ: http://www.data.jma.go.jp/fcd/yoho/typhoon/statistics/generation/generation.html

【受理年月日　2017年 9月29日】