

ボロノイ分割法を用いたカオス時系列予測について

渡辺 達男*¹

About Chaos Time Series predicting using Voronoi Tessellation method

Tatsuo WATANABE

Chaos Time Series predicting by two-dimensional Voronoi Tessellation method was performed by this thesis. Voronoi Tessellation method does Voronoi division in a plane and predicts time series by a weight of area. As a result, it was predicted well in Chaos Time Series. The tendency of the change could be predicted in the natural world time series.

KEYWORDS : chaos time series, prediction, voronoi tessellation method, voronoi tessellation.

1. はじめに

近年、世界各地で多くの自然災害が多発している。地震、津波、大雨、高温被害など、以前には類を見ない大きな自然災害が起こっている。日本でも豪雨や異常高温などで、多くの被害が出ている。最高記録は毎年のように更新され、地球は未だかつて無いような異常気象に直面している。これらは原因がはっきりしないが、CO₂過剰生成による地球温暖化の影響が大きいと言われている。特に最近の豪雨に関しては、気温が上昇し、それに伴い多量の水蒸気が発生、それが豪雨の原因ではないかとの推測もある。数億年をかけて蓄積した化石燃料をわずか100年で消費してしまう近年の地球では自然のリズムが狂うのは不思議では無い。原子力に代表されるエネルギーも本来は物質中にあったエネルギーを短期間の間に大量に熱エネルギーの変換し、地球を温めている。温められた地球はその熱エネルギーを放出できずに、地表に蓄積しつづけている。自然災害が多く起こるのは当然であろうと思われる。

自然災害が起こることを止めるのは難しいが、そのために人命が奪われてはならない。自然災害を未然に予測し、避難、防ぐことが必要である。

自然災害の予測は様々な方法がある。多くは膨大な気象データを集積し、それらを元に膨大な計算を行い予測している。

筆者はかねてから、簡単な数学モデルを用いて、自然界の予測ができないかと考え、幾つもの方法を改良、提案、検証してきた¹⁻¹²⁾。

自然界の現象の予測は、数学的には時系列予測になる。最近では AI 等の進歩により時系列予測が格段に良くなっているが、筆者が AI を用いて時系列予測を検証した結果、必ずしも AI が時系列予測に適しているかは疑問に思われる。AI は学習されたパターンが少ないと非常に正答率が下がる。それよりも、その自然界の時系列の性質に根ざした方法により、少ない時系列データ量で予測する方法を考えることが良い。

自然界の時系列はカオス時系列に近い。カオス時系列の予測方法はいくつかあるが、それらに関して筆者は検証してきた。

1次元の時系列予測では、Lorenz の類推法が古

*1 電気電子創造工学科(Dept. of Innovative Electrical and Electronic Engineering), E-mail: watanabe@oyama-ct.ac.jp

典的である¹³⁾。ただし、Lorenz の類推法では方法が単純すぎて、簡単な法則に支配されている時系列では非常に予測が良いが、ノイズが多いとあまり予測が良くない。また多くの過去のデータを必要とするため、長期の気象観測データが無いと、予測精度はかなり下がる。

筆者は Lorenz の類推法を改良して、いくつかの予測精度の向上する方法を提案した。埋め込み空間の次元を変えることにより、予測精度が向上することを示した。時系列により、予測精度が向上する次元が異なり、その次元を見つけることが重要であった。

また、“予測誤差時系列を用いた補正法”を提案した⁹⁾。これは誤差の中にある系統的パターンがあり、この誤差パターンを予測することで、予測の精度を上げることができた。つまり予測の誤差による1次補正法である。

AIに近いものとしては、動径基底ネットワーク (RBFN) による予測は効果的である¹⁴⁾。2層のニューラルネットワークであるが、単純な重み付けではなく、動径基底関数を用いて重み付けを行う。動径基底関数の選び方および、センターベクトルの選び方により予測精度が大きく変わる。この方法では、大変少ない過去のデータから優れた予測が可能である。しかしセンターベクトルの選び方に任意性があり、見つけるのが難しいのが難点である。筆者はセンターベクトルにより予測精度が変化することを詳細に示した⁸⁾。

幾つかの予測方法を組み合わせて予測する方法も示した。これらには任意性があるので、時系列の性質に合わせて組み合わせることが必要である。

Voronoi 分割法 (Voronoi tessellation)¹⁵⁾はロシアの数学者 G.Voronoi により 1907 年に提案されたもので、空間分布データの解析に多く用いられている。Voronoi 図と呼ばれる空間分割の図は、携帯電話のアンテナの配置、空港の配置など、空間配置に関する分野で使用されている。

Voronoi 分割は時系列データを再構成されたアトラクタ上の各点に対して三角分割を行う。各三角形の頂点の二等分線をつなぐ事により、各頂点を中心とした小領域に分ける。この分割を Voronoi 分割と言う。予測は現在の点が次の点に移るのに対して、現在の点が回りの Voronoi 領域をどれだけ切り取るかの面積比で加重予測を行う。Lorenz の類推法に比較して、加重が優れており、少ないデータ数で、良い予測をされると思われる。

Voronoi 分割法は、計算幾何学の一分野であり、プログラミングが難しいことなどから、実現するために直線を点で近似するなど計算を行う方法も行われているが、今回、数式処理ソフト Mathematica の計算幾何パッケージを利用して厳密に2次元 Voronoi 分割法による予測を行い、予測精度の検証を行なったので報告する。

2章は Voronoi 分割法に関しての解説を行う。3章では、実際に Mathematica11 による、カオス時系列の予測とその誤差の検証を行う。そこでは、Logistic Map および、台風の発生数の予測を論じる。4章は考察に当てられる。5章はまとめに当てられる。

2. Voronoi 分割について

ロシアの数学者 G.Voronoi は 1907 年に Voronoi 分割法 (Voronoi tessellation)¹⁵⁾を提案した。Voronoi 分割法による時系列予測は、測定された時系列データを再構成されたアトラクタ上の各点 (母点) に対して、三角分割を行う。さらに各辺の近接点に対して垂直二等分線を描き、各頂点を中心とした小領域 T_i に分割する。すなわち、タイル張りにする。領域内の点を $\mathbf{v}(i)$ として、次元 m とすると、

$$T_i = \{\mathbf{v} \in \mathbf{R}^m: |\mathbf{v} - \mathbf{v}(i)| < |\mathbf{v} - \mathbf{v}(j)|, \\ j = 1, \dots, N, j \neq i\} \quad (1)$$

である。今、写像 Φ 、

$$\mathbf{v}(t+1) = \Phi(\mathbf{v}(t)) \quad (2)$$

の存在を仮定する。 Φ の形としては、

$$\mathbf{v}(T+1) = \Phi(\mathbf{v}(T)) = \sum_{i \in N(\mathbf{v}(T))} \lambda_i(\mathbf{v}(T)) \mathbf{v}(i+1) \quad (3)$$

とする。ここで λ_i は新しい点を作る Voronoi 分割が、既にある Voronoi 分割から切り取る面積を表す。すなわち、

$$\lambda_i(\mathbf{v}(T)) = \frac{\mu_m(T_i(\mathbf{v}(T)))}{\sum_{i \in N(\mathbf{v}(T))} \mu_m(T_j(\mathbf{v}(T)))} \quad (4)$$

但し、 $\mu_m: \mathbf{R}_m$ 上のルベーグ測度、 $T_i(\mathbf{v}(T)): \mathbf{v}(T)$ を中心とする新しい Voronoi 集合とそれ以前の i

番目のタイルとの共通部分、 $N(\mathbf{v}(T)) : \mathbf{v}(T)$ を中心とする新しい Voronoi 領域と重なるタイルの添字集合である。

データ $\mathbf{v}(T)$ は Voronoi 分割された領域の母点(generator)と呼ばれる。

この関数 Φ を用いて、予測を行うのが Voronoi 分割法による予測方法である。

Voronoi 分割は 1 次元では容易である。1 次元数直線上で中点を求めることは容易なので、計算は簡単である。

2 次元の Voronoi 分割は困難さを伴う。離散的な計算では誤差が伴い、実際の幾何学的図形とどう対応させるかの問題が生じる。今回は、有効数字を大きくとった Mathematica の計算幾何パッケージを利用して、この問題を避けた。

3 次元以上の Voronoi 分割は一部研究があるが、あまり手をつけられていない。Voronoi 分割されたものが多面形になり複雑である。さらには 3 次元以上の Voronoi 分割を用いた予測はほとんど行われていない。

ここでは厳密な 2 次元 Voronoi 分割法によるカオス時系列および自然界の時系列の予測精度を調べた。

3. Voronoi 分割法による予測

2 次元での Voronoi 分割法による予測のアルゴリズムは、1) 予測の元となる過去のデータを 2 次元平面にプロットする。2) 埋め込まれた各点どうしを結ぶ線分の 2 等分線を描く。3) 2 等分線は必ず 3 本が交わり交点となる。4) 分割に必要なのなくなった領域内に残されている 2 等分線を消去する。この方法でまず過去データの Voronoi 図を作る。5) 最新の点を Voronoi 図に加える。これにより、以前の Voronoi 図の母点まわりの面積が切り取られる。面積が切り取られた母点が次に進む点に対して、削った面積の母点に重みをつけて、加重平均したものを、次の予測点として採用する。

今回まず予測した時系列は Logistic Map、

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n) \quad (5)$$

なる 1 次元時系列に対する予測を行った。

Logistic Map は生物の個体数の変動を表す式として提案された。なお、 $a=3.8, x_0=0.8$ とした。 x_1

から x_{100} までは過渡値として捨てて、その後の値を用いた。境界は $[0, 1]$ とした¹²⁾。

図 1 に例として Logistic Map を 2 次元埋め込み空間に 9 点プロットして、その Voronoi 分割を行ったものを示す。また、埋め込みにはベクトルデータを重ねる方法を用いた。

図中の点は埋め込み空間にプロットした母点、直線領域は分割した領域を示す。なお、Voronoi 分割には数式処理ソフト Mathematica11 の計算幾何パッケージ関数を用いた。

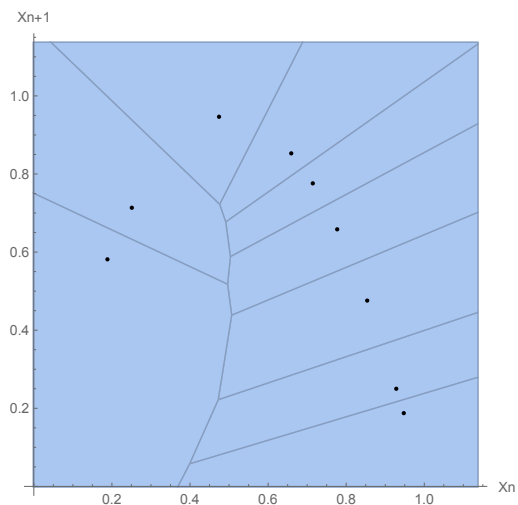


図 1 Logistic Map の Voronoi 分割

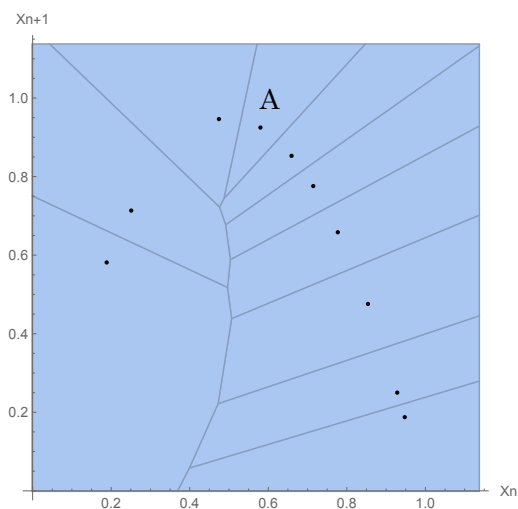


図 2 図 1 に 1 点加えた Voronoi 図

図 2 に、図 1 からさらに先の 1 点を追加した Voronoi 分割図を示す。上部に 1 点 A が追加され、この点 A により、その両側の点が持っていた領域

面積が切り取られてしまっていることがわかる。この切り取られた面積に応じた重み付けをして予測をする。

Mathematica11 の計算幾何パッケージには母点データからの Voronoi 分割、各 Voronoi 分割した多角形の Polygon データ、面積等を求める関数が完備しており、これらを用いて Mathematica でプログラムを作成し、予測を行なった。

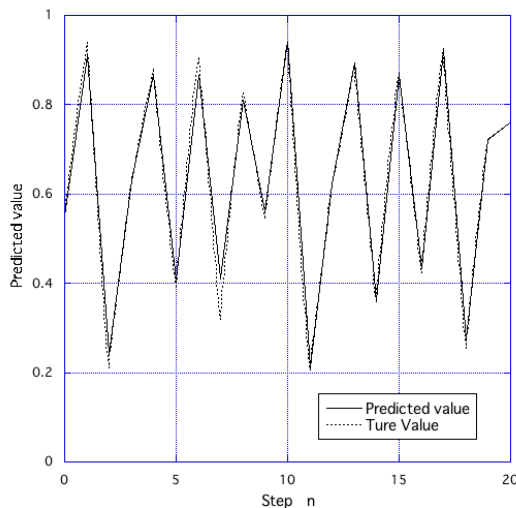


図3 Logistic Map の Voronoi 分割法予測結果

図3に Logistic Map の Voronoi 分割法による予測結果を示す。結果は x_0 から $n=120$ から 140 までの予測である。点線は予測を、破線は真値を表す。予測に使われた過去のデータは $n=101$ から 120 までである。結果を見ると、わずか20個の過去のデータにも関わらず、非常に予測が良く、20 Step 先でもほとんど誤差が見られない。7 Step あたりで、少し予測がずれているのが見られるが、その後回復しているのがわかる。他の予測方法では一度予測誤差が大きくなると、その後さらに誤差が大きくなる傾向があるが、Voronoi 分割法では、それが見られない。Lorenz の類推法では、最低でも数100個程度の過去データが必要であるのに、大変良い予測精度の予測器であることがわかる。

次に、自然界の時系列の予測の例として日本近海で発生した各年毎の台風の発生数の予測を行なった¹⁶⁾。1981年から25年間の台風発生数を2次元埋め込み空間に埋め込み、Voronoi 分割法によりその後の予測を行った。

発生台風データの Voronoi 分割図を図4に示す。図では1981年から15年間のデータを用いて分割

している。

これらを元に、台風発生数の予測を行なった。

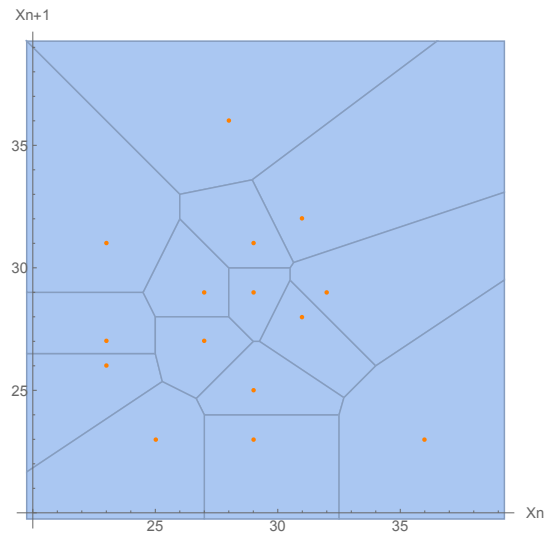


図4 台風の発生数の Voronoi 分割図

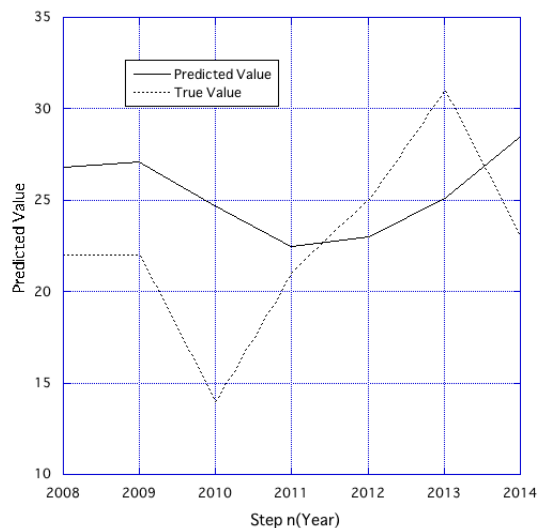


図5 台風発生数の Voronoi 分割法予測結果

結果を図5に示す。図は1981年から2007年までの過去データを用いて、2008年から2014年までの予測を行なった結果である。図を見ると、最初の3年間は変化の傾向が合っているように思われる。横ばいから低下の傾向になっている。しかしその後は予想が崩れている。また、2011年から2013年までは増加の傾向が見られ、変化の傾向としては一致している。しかし発生数の値そのものは一致していない。多くの過去のデータが必要とされる予測において、25年間のデータだけで予測するのは無理かと思うが、しかし一部の変化の傾

向はつかめているかと思う。

4. 考察

今回、初めて Voronoi 分割法を厳密に行い、自然界時系列の予測を行なった。

Logistic Map の予測では、非常に良い予測が行われた。これは、時系列の規則が非常に単純であり、Voronoi 分割法による面積加重による方法は良いことがわかる。しかし、台風発生数の予測は良いとは言い難い。台風発生数は図4の Voronoi 図を見ても、母点がランダムに分布している。規則性があまりないように思われる。長期間のデータであれば、規則性も発見されるかもしれない。

今回、もう少し長期間の過去データを用いて予測したかったが、Mathematica のプログラム上の問題で、過去データは短期間にせざるを得なかった。また埋め込み次元は2次元であるが、高次元化が必要かと思う。過去の2年分のデータの変化パターンだけでは、予測が難しいのは容易に考えられる。3次元以上の Voronoi 分割は Mathematica ではサポートされていないので、すべて自身でプログラムを作成する必要がある。今後の課題である。

5. まとめ

カオス時系列予測における、2次元 Voronoi 分割法による面積の重み付けを用いた、時系列予測を行った。今回は Mathematica11 を用いて、厳密な Voronoi 分割法による予測を行なった。

決定論的カオス時系列では良い予測が行われた。しかし、自然界の時系列の例である、台風の発生数の予測は良いとは言えなかった。

今回は、数年来問題視してきた自動計算が完成し、予測は予測器に基づき厳密に行われたが、埋め込み次元が2次元では限界があると思われる。今後は3次元以上の Voronoi 分割による予測を行えればと思う。

参考文献

- 1) 渡辺他:小山高専紀要, Vol38, pp. 101-106 (2006)
- 2) 渡辺:小山高専紀要, Vol39, pp. 107-112 (2007)
- 3) 渡辺:小山高専紀要, Vol40, pp. 91-94 (2008)
- 4) 渡辺:小山高専紀要, Vol41, pp. 117-122 (2009)

- 5) 渡辺:小山高専紀要, Vol42, pp. 103-108 (2010)
- 6) 渡辺:小山高専紀要, Vol43, pp. 105-110 (2010)
- 7) 渡辺:小山高専紀要, Vol44, pp. 115-120 (2011)
- 8) 渡辺:小山高専紀要, Vol46, pp. 111-116 (2013)
- 9) 渡辺:小山高専紀要, Vol47, pp. 87-92 (2014)
- 10) 渡辺:小山高専紀要, Vol48, pp. 81-84 (2015)
- 11) 渡辺:小山高専紀要, Vol49, pp. 59-63 (2016)
- 12) 渡辺:小山高専紀要, Vol50, pp. 69-73 (2017)
- 13) E.N. Lorenz: *Jornal of the atomospheric science*, Vol. 20, p. 130 (1963)
- 14) 合原一幸編:カオス時系列の基礎と応用, 産業図書 (2000)
- 15) Voronoi G.: "Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques." *J. reine angew. Math.* Vol133, pp. 97-178 (1907)
- 16) 気象庁、台風の発生数の 1951-2014 までのデータ:
<http://www.data.jma.go.jp/fcd/yoho/typhoon/statistics/generation/generation.html>

【受理年月日 2018年 9月 7日】