小山工業高等専門学校
研究紀要第52号(2019)

多次元ボロノイ分割法を用いたカオス時系列予測について

渡辺　達男*1

About Chaos Time Series predicting using Multidimentional Voronoi Tesselation method

Tatsuo WATANABE

Chaos Time Series predicting by multi-dimensional Voronoi Tessellation method was performed by this thesis. Voronoi Tessellation method does Voronoi division in a plane and predicts time series by a weight of hyper volume. As a result, the precision by the three-dimensional Voronoi Tessellation was good more than two-dimensional. The tendency of the phenomenon of the natural world could be predicted well as a result.

KEYWORDS： chaos time series, prediction, voronoi tessellation method, voronoi tessellation.

1. はじめに

昨今、世界各地で地震、津波、大雨、洪水、異常高温などの被害が続出している。以前には考えられなかったさまざまな自然災害が頻発している。地球全体が大きな気候変動に見舞われ、今後も続くと予想される。

IPCC（Intergovernmental Panel on Climate Change）の２０１４年の第５次報告書によれば [1]、地球環境の変化、特に地球温暖化の原因は人類に起因する可能性が確実であるとの報告がある。特にその中では、過去数十年にわたる、エネルギーの過度の使用が指摘されている。大気や海水温の上昇は毎年増加しており、特に深海における海水温上昇が顕著になっている。グリーンランドでの全氷床の氷解やツンドラ地域での温暖化も起こっている。IPCC の第６次報告書も作成されつつあり、１．５℃特別報告書が作成されたばかりである。

日本でも頻発するゲリラ豪雨と洪水被害に関しては、日本近辺の温暖化が原因であると指摘されている。気温上昇に伴い水蒸気が多量に発生し、豪雨が降りやすい環境に変化している。本年度も浸水の被害は甚大である。

今後も、エネルギー消費を最低限に抑えたとしても、２１００年には０．３から１、７℃の気温上昇は避けられないと、IPCC は指摘している。

自然災害を止めるのは、今後世界的に考えていかなくてはならないことであるが、さしあたっては、自然災害の発生を予知し、避難をすることが必要である。

自然災害の発生予測に関しては、現在様々な方法が考えられているが [2]、大規模データ収集を行い、予測する方法が行われている。

*1 電気電子創造工学科(Dept. of　Innovative Electrical and Electronic Engineering),　E-mail: watanabe@oyama-ct.ac.jp

筆者はかねてから自然界の予測に関して、数学的、データ科学的なアプローチを考えてきた[3-15]。自然界においては必ずしも、数多くのデータを集めることができないこともある。少ないデータのデータ構造を利用して、未来の予測ができないかと考えた。

最近ではAIの発達もあり、AIを利用した予測も盛んである。筆者の実験では、AIは必ずしもデータ予測に適しているとは思えない。AIは与えられた学習データに沿うデータは非常に良く予測する。しかし少しでもデータから外れると、予測精度が途端に悪くなる。数少ないデータ、またデータの中にノイズが沢山あるような場合、予測が難しい。

自然界の時系列データはカオス時系列に近い。決定論的カオス時系列の予測に関しては、近未来の予測は可能であるとされている。しかし遠い未来の予測は大変難しい。

自然界の時系列データを用いて予測する方法はLorenzの類推法が古典的である[16,17]。Lorenzは簡単なパターン認識方法を用いて、気象の予測を行なった。しかし、方法が簡単であることと、データにノイズが多いこと、そして、多くのデータが必要であることなどから、Lorenzの類推法そのものでは、予測が難しかった。

筆者はLorenzの類推法を改良して、いくつかの予測精度が向上する方法を提案した。埋め込み空間の次元を変えることにより、予測精度が向上することを示した。対象とする時系列により予測精度が向上する次元が異なることがわかった。

また、“予測誤差時系列を用いた補正法”を提案した[11]。これは誤差の中にある系統的パターンがあり、この誤差パターンを予測することで、予測の精度を上げることができた。つまり予測の誤差による１次補正法である。

AIに近いものとしては、動径基底ネットワーク（RBFN）による予測は効果的である[17]。２層のニューラルネットワークであるが、単純な重み付けではなく、動径基底関数を用いて重み付けを行う。動径基底関数の選び方および、センターベクトルの選び方により予測精度が大きく変わる。この方法では、大変少ない過去のデータから優れた予測が可能である。しかしセンターベクトルの選び方に任意性があり、見つけるのが難しい。筆者はセンターベクトルにより予測精度が変化することを詳細に示した[10]。

Voronoi分割法（Voronoi tessellation）[18]はロシアの数学者G.Voronoiにより1907年に提案されたもので、空間分布データの解析に多く用いられている。Voronoi図と呼ばれる空間分割の図は、携帯電話のアンテナの配置、空港の配置など、空間配置に関する分野で使用されている。

Voronoi分割は時系列データを再構成されたアトラクタ上の各点に対して三角分割を行う。各三角形の頂点の二等分線をつなぐ事により、各頂点を中心とした小領域に分ける。この分割をVoronoi分割と言う。予測は現在の点が次の点に移るのに対して、現在の点が回りのVoronoi領域をどれだけ切り取るかの面積比で加重予測を行う。Lorenzの類推法に比較して、加重が優れており、少ないデータ数で、良い予測をすると思われる。

Voronoi分割法は、計算幾何学の一分野であり、プログラミングが難しいことなどから、実現するために直線を点で近似するなどで計算を行う方法も行われている。

２次元でのVoronoi分割法は比較的容易であるが、３次元以上のVoronoi分割法はVoronoi領域が超空間内での多面体になり、非常にプログラミングが難しい。

今回、３次元Voronoi分割をMATLABの関数voronoinを用いて行い[19]、その結果を用いて時系列予測を試みてみたので報告する。

MathematicaやMATLABは２次元Voronoi分割をサポートするが、多次元Voronoi分割でプログラミングを唯一サポートしているのは、University of MINESOTA, The Geometry Center[20]のグループであり、MATLABもこれをそのまま利用している。今回はこれを活用させていただいた。

予測には日本近海での台風の年別の発生数を使用した[21]。

２章はVoronoi分割法に関しての解説を行う。３章では、実際にMATLABによる、カオス時系列の予測とその誤差の検証を行う。そこでは、台風の発生数の予測を論じる。４章は考察に当てられる。５章はまとめに当てられる。

２．Voronoi 分割について

ロシアの数学者G.Voronoiは1907年にVoronoi分割法（Voronoi tessellation）を提案した。Voronoi分割法による時系列予測は、測定された時系列データを再構成されたアトラクタ上の各点（母点）に

対して、三角分割を行う。さらに各辺の近接点に対して垂直二等分線を描き、各頂点を中心とした小領域 T_i に分割する。すなわち、タイル張りにする。領域内の点を $\boldsymbol{v}(i)$ として、次元 m とすると、

$$T_i = \{\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{R}^m\colon\ |\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}(i)| < |\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}(j)|,\quad j = 1, \cdots, N, j \neq i\} \qquad (1)$$

である。今、写像Φ、

$$\boldsymbol{v}(t+1) = \Phi(\boldsymbol{v}(t)) \qquad (2)$$

の存在を仮定する。Φの形としては、

$$\boldsymbol{v}(T+1) = \Phi\big(v(T)\big) = \sum_{i \in N(\boldsymbol{v}(T))} \lambda_i(\boldsymbol{v}(T))\boldsymbol{v}(i+1) \qquad (3)$$

とする。ここでλ_iは新しい点が作る Voronoi 分割が、既にある Voronoi 分割から切り取る面積を表す。すなわち、

$$\lambda_i\big(\boldsymbol{v}(T)\big) = \frac{\mu_m(T_i(\boldsymbol{v}(T)))}{\sum_{i \in N(\boldsymbol{v}(T))} \mu_m(T_j(\boldsymbol{v}(T)))} \qquad (4)$$

但し、μ_m:R_m上のルベーグ測度、$T_i(\boldsymbol{v}(T))$:$\boldsymbol{v}(T)$を中心とする新しい Voronoi 集合とそれ以前の i 番目のタイルとの共通部分、$N(\boldsymbol{v}(T))$:$\boldsymbol{v}(T)$を中心とする新しい Voronoi 領域と重なるタイルの添字集合である。

データ $\boldsymbol{v}(T)$は Voronoi 分割された領域の母点(generator)と呼ばれる。

この関数Φを用いて、予測を行うのが Voronoi 分割法による予測方法である。

Voronoi 分割は１次元では容易である。１次元数直線上で中点を求めることは容易なので、計算は簡単である。

２次元の Voronoi 分割は困難さを伴う。離散的な計算では誤差が伴い、実際の幾何学的図形とどう対応させるかの問題が生じる。

３次元以上の Voronoi 分割は Voronoi 分割された Voronoi 領域が多面体になり複雑である。さらには３次元以上の Voronoi 分割を用いた予測はほとんど行われていない。

ここでは、厳密な３次元 Voronoi 分割法による自然界の時系列の予測と予測精度を調べた。

３．Voronoi 分割法による予測

２次元での Voronoi 分割法による予測のアルゴリズムは、１）予測の元となる過去のデータを２次元平面にプロットする。２）埋め込まれた各点どうしを結ぶ線分の２等分線を描く。３）２等分線は必ず３本が交わり交点となる。４）分割に必要の無くなった領域内に残されている２等分線を消去する。この方法でまず過去データの Voronoi 図を作る。５）最新の点を Voronoi 図に加える。これにより、以前の Voronoi 図の母点まわりの面積が切り取られる。面積が切り取られた母点が次に進む点に対して、削った面積の母点に重みをつけて、加重平均したものを、次の予測点として採用する。

今回はこれを３次元で行なった。

まず、日本近海での台風発生数を２次元埋め込み空間に埋め込み、その後、Voronoi 領域を計算し表示させた図を図１に示す[15]。

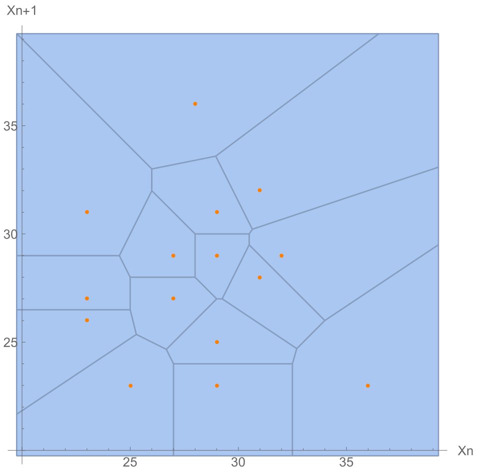

図１　２次元 Voronoi 分割

図１の点は埋め込んだ Voronoi 点であり、点を囲んで、Voronoi 領域が示されている。

今回は３次元で行なった。結果は非常に複雑であるので、すべての Voronoi 領域を描くことは難しい。

まず、１９５１年から１９８９年までの日本近海での台風発生数を３次元埋め込み空間に埋め込み、その中の１９８４年から１９８６年の Voronoi 点の Voronoi 領域を図２に示す。

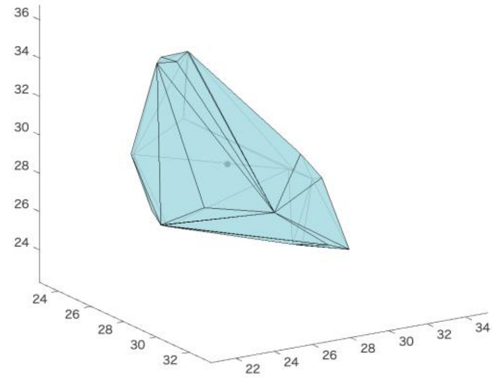

図２　３次元 Voronoi 領域（１領域）

領域内に見える点は Voronoi 点である。周囲の Voronoi 点との垂直２等分面により作られた多面体である。

類似の多面体が領域内に充満する、１９８１年から１９９２年までの４つの Voronoi 領域の多面体を同時に描いた図を図３に示す。

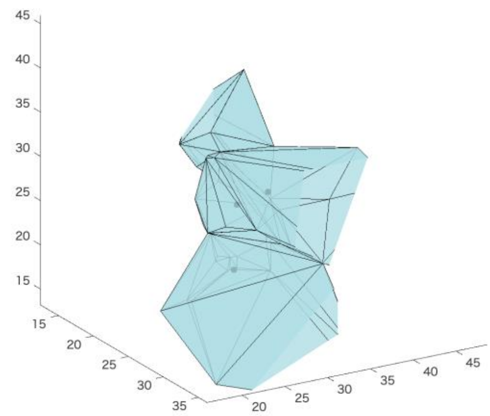

図３　３次元 Voronoi 領域（４領域）

複雑であるが、真ん中あたりに図３の領域が確認できる。それぞれの領域は Voronoi 点の２等分面で隔てられている。すべての領域を描くのは複雑すぎて意味がない。

この Voronoi 分割に基づき、未来を予測する。

予測アリゴリズムは、１）埋め込み空間内で、現在より１つ前までの点の Voronoi 分割を行う。２）現在の点を加え、Voronoi 分割を再度行う。３）現在の点の Voronoi 領域が過去のいくつかの Voronoi 領域の一部を切り取る。その切り取った体積をそれぞれの Voronoi 領域に関して計算する。４）それぞれの Voronoi 点の次の点に対して、切り取られた体積に応じた重みをつけて予測点を計算する。

データは１９５１年から１９８９年までの各年の台風発生数を３次元に埋め込み、まず Voronoi 分割を行なった。次に、１９９０年から１９９２年の点を加えて Voronoi 分割を行なった。その結果、過去の Voronoi 領域の切り取られた体積を表１に示す。

表１　Voronoi 領域の体積（任意単位）

年	当初の体積	1990-1992 が挿入された後の体積	切り取られた体積
1984-1986	714	405	309
1987-1989	525	512	13
1990-1992	-	928	-

以上により、予測を行なった結果を図４に示す。

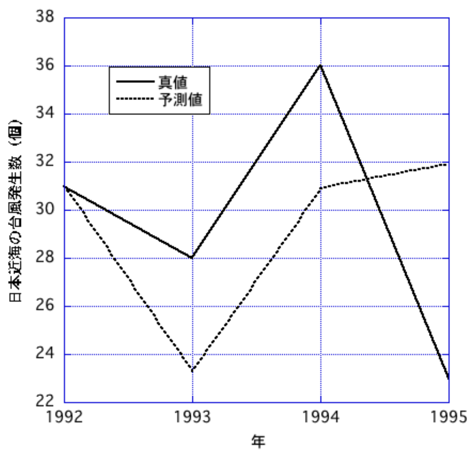

図４　日本近海の台風の発生数の予測

４．考察

今回、初めて多次元（３次元）Voronoi 分割法を厳密に行い、自然界時系列の予測を行なった。

予測結果はあまり良いとは言えない。１９９３年から１９９５年まで予測したが、傾向としては一致しているように見える。しかし１９９５年は大きくずれている。ただ、２次元 Voronoi 分割の予測に比べて、誤差は大きくないようである。予測の最初のステップでの誤差は、２次元の場合、１８％、今回の３次元の場合は１６％である。２次元での予測は今回の倍のデータを用いて予測した。３次元の場合は多面体が複雑になり、半分のデータで予測を行なっている。元となるデータの数が少ないわりには予測精度は良いと思われる。

今回の予測で問題になったのは、無限遠点の境界の問題である。今回用いた MATLAB の voronoin 関数は多面体が無限遠点に境界を持つと、無限大としか値を返さない。２次元分割時は、人為的に境界を設定した（なお、この設定により予測精度は変化しないことは示されている）。今回は voronoin 関数の都合で、２次元のように境界を設定できないので、体積が計算できない多面体が多数存在した。そのため、計算は体積無限大の多面体を避けて計算した。今後はこの無限遠点の扱いを厳密にする必要がある。

今回は試みに３次元のみに限定して予測したが、基本的には n 次元で可能であるので、次元による精度の変化を見る必要があると思われる。

５．まとめ

カオス時系列予測における、３次元 Voronoi 分割法による体積の重み付けを用いた、時系列予測を行った。今回は試みであったが、厳密な３次元 Voronoi 分割法による予測を行なった。

２次元分割と総合的に比較して、予測精度は良くなったと思われる。

ちなみに、Logistic 写像で３次元 Voronoi 分割を行うと、Voronoi 領域が平面になるので、この方法は決定論的カオス時系列で２次元系のものには向かない。

今後はさらなる多次元予測を行う必要がある。また無限遠点の取り扱いに関して、考察する必要がある。

参考文献

1) IPCC 第５次報告書の概要,環境省 (2014).
2) 防災基礎講座:https://dil.bosai.go.jp/,防災科学技術研究所.
3)渡辺他:小山高専紀要,Vol38,pp.101-106(2006)
4)渡辺:小山高専紀要,Vol39,pp.107-112(2007)
5)渡辺:小山高専紀要,Vol40,pp.91-94(2008)
6)渡辺:小山高専紀要,Vol41,pp.117-122(2009)
7)渡辺:小山高専紀要,Vol42,pp.103-108(2010)
8)渡辺:小山高専紀要,Vol43,pp.105-110(2010)
9)渡辺:小山高専紀要,Vol44,pp.115-120(2011)
10)渡辺:小山高専紀要,Vol46,pp.111-116(2013)
11)渡辺: 小山高専紀要,Vol47,pp.87-92 (2014)
12)渡辺 : 小山高専紀要,Vol48,pp.81-84(2015)
13)渡辺 : 小山高専紀要,Vol49,pp.59-63(2016)
14)渡辺 : 小山高専紀要,Vol50,pp.69-73(2017)
15)渡辺 : 小山高専紀要,Vol51,pp.43-47(2018)
16)E.N.Lorenz:Jornal of the atmospheric science, Vol.20,p.130 (1963)
17)合原一幸編:カオス時系列の基礎と応用, 産業図書 (2000)
18)Voronoi G.:"Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques." *J. reine angew.Math.* Vol133,pp.97-178(1907)
19)MATLAB MathWorks, https://jp.mathworks.com/help/matlab/ref/voronoin.html
20)University of MINESOTA, The Geometry Center: http://www.geom.uiuc.edu/
21)気象庁、台風の発生数の 1951-2014 までのデータ: http://www.data.jma.go.jp/fcd/yoho/typhoon/statistics/generation/generation.html

【受理年月日　2019 年 9 月 11 日】