# 多次元ボロノイ分割法を用いた自然界時系列予測とその精度について

渡辺　達男*1

# Natural Time Series Prediction Using Multidimensional Voronoi Tessellation Method and Its Accuracy

Tatsuo WATANABE

The Time Series Prediction in the Natural World was performed using the Multidimensional Voronoi Tessellation method. The prediction was performed in a 3D to 6D space. As a result, the tendency of the change could be predicted, and relatively good prediction was possible especially in the 4th dimension.

KEYWORDS： time series, prediction, voronoi tessellation method, voronoi tessellation.

## 1. はじめに

昨今､世界各地で様々な自然災害が起きている。地震、津波、豪雨、洪水、今までに例を見ない大型台風の上陸、そして疫病の流行と、地球全体が大きな変動の時期を迎えているようである。今後はさらにこのような変化は起こり続ける可能性がある。

IPCC（Intergovernmental Panel on Climate Change）の第６次作業部会の報告は２０２１年４月以降に公表が予定されている[1]。２０１４年の第５次報告書によれば[2]、地球環境の変化、特に地球温暖化の原因は人類に起因する可能性が確実であるとの報告がある。グリーンランドでの全氷床の氷解やツンドラ地域での温暖化も起こっている。北極、南極近辺では気温 20℃を超える日が観測されている。２０１９年９月２５日に公表された、IPCC 海洋・雪氷圏特別報告書では[3]、２１００年にはIPCC の５次予測より、さらに海面上昇が 10cm 上昇することが報告されている。数百年単位で数メートルの海面上昇が予測されている。２１世紀末までには海洋生物が 15%減少し、漁獲量が最大 24.1%減少する。２１００年には沿岸湿地の 20～90%が消失すると予測されている。今後も、エネルギー消費を最低限に抑えたとしても、２１００年には 0.3 から 1.7℃の気温上昇は避けられないと IPCC は指摘している。

日本でも豪雨と洪水被害に関しては、日本近辺の温暖化が原因であると指摘されている。気温上昇に伴い水蒸気が多量に発生し、豪雨が降りやすい環境に変化している。

そんな中で、様々な気候変化、自然災害から身をまもるには、予め災害が予測できることが必要と思われる。

現在、自然災害の予測には多種多様な観測データを基に行なっているが、そのデータの扱い方にも様々な方法がある。自然界の時系列パターンは

*1 電気電子創造工学科(Dept. of　Innovative Electrical and Electronic Engineering), E-mail: watanabe@oyama-ct.ac.jp

カオス的であり、近未来は予測できるが、それ以上先の予測は難しい。

最近ではAIの発展が顕著であり、AIを用いた近未来予測も多く使われている。ただし、筆者の感じでは、AIは過去のパターンを忠実に予測のために使うので、あまり予測精度がよくないように思える。確かに過去と同じデータパターンでは良く予測する。しかし少しノイズ混じりのデータになると、予測精度が悪くなる。

それらを改良するために、例えばサポートベクトルマシン SVM などの曖昧さを含めたニューラルネットも開発されている[4]。SVMは回帰分析の一つと考えられるが、ソフトマージンを用いてノイズの軽減を狙う方法である。

筆者はかねてから、自然界の予測に関して、比較的少ないデータを用いて、そのデータパターンと構造を捉えることにより、予測を行うことができる可能性を指摘してきた。

自然界の時系列予測を行う方法の古典的なものは Lorenz の類推法である[5,6]。Lorenz は簡単なパターン認識方法を用いて、気象の予測を行なった。しかし、方法が簡単であることと、データにノイズが多いこと、そして、多くのデータが必要であることなどから、Lorenz の類推法そのものでは予測が難しかった。

筆者は Lorenz の類推法を改良し、いくつかの予測精度を向上する方法を提案した[7,8,9]。予測精度が向上することを示した。対象とする時系列により予測精度が向上する次元が異なることがわかった。

Voronoi 分割法(Voronoi tessellation)[10]はロシアの数学者 G.Voronoi により 1907 年に提案されたもので、空間分布データの解析に多く用いられている。Voronoi 図と呼ばれる空間分割の図は、携帯電話のアンテナの配置、空港の配置など、空間配置に関する分野で使用されている。

Voronoi 分割は時系列データを再構成されたアトラクタ上の各点に対して三角分割を行う。各三角形の頂点の二等分線をつなぐ事により、各頂点を中心とした小領域に分ける。この分割を Voronoi 分割と言う。予測は現在の点が次の点に移るのに対して、現在の点が回りの Voronoi 領域をどれだけ切り取るかの面積比で加重予測を行う。Lorenz の類推法に比較して加重方法が優れており、少ないデータ数で良い予測をすると思われる。

Voronoi 分割法は、計算幾何学の一分野であり、プログラミングが難しいことなどから、実現するために直線を点で近似するなどで計算を行う方法も行われている。

２次元での Voronoi 分割法は比較的容易であるが、３次元以上の Voronoi 分割法は Voronoi 領域が超空間内での多面体になり、プログラミングが難しい。

Mathematica[11]や MATLAB[12]は２次元 Voronoi 分割をサポートする。多次元 Voronoi 分割で唯一サポートしているのは、University of MINESOTA, The Geometry Center[13] のグループであり、MATLAB もこれを利用して n 次元 Voronoi 分割が計算できる。一方 Mathematica はユーザーが３次元 Voronoi 分割のプログラムを開発し公開している[14]。が、それ以上の多次元は今のところ扱えない。

昨年度の論文[15]では３次元 Voronoi 分割による、時系列予測を試験的に行った。MATLAB の関数 voronoin()を用いたが、この関数はさらに n 次元の Voronoi 分割を行うことができる。

この論文では、MATLAB の voronoin()を用いて、３から６次元までの Voronoi 分割を行い、それによる自然界時系列予測を行ったので、報告する。

予測には日本近海での台風の年別の発生数を使用した[16]。

２章は Voronoi 分割法に関しての解説を行う。３章では、実際に MATLAB による、カオス時系列の多次元 Voronoi 分割予測とその誤差の検証を行う。そこでは、台風の発生数の予測を論じる。４章は考察に当てられる。５章はまとめに当てられる。

## ２．Voronoi 分割について

ロシアの数学者 G.Voronoi は 1907 年に Voronoi 分割法(Voronoi tessellation)を提案した。Voronoi 分割法による時系列予測は、測定された時系列データを再構成されたアトラクタ上の各点(母点)に対して、三角分割を行う。さらに各辺の近接点に対して垂直二等分線を描き、各頂点を中心とした小領域 $T_i$ に分割する。すなわち、タイル張りにする。領域内の点を$v(i)$として、次元 $m$とすると、

$$T_i = \{\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{R}^m\colon\ |\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}(i)| < |\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}(j)|,\ j = 1, \cdots, N, j \neq i\} \qquad (1)$$

である。今、写像Φ、

$$\boldsymbol{v}(t+1)=\Phi(\boldsymbol{v}(t)) \qquad (2)$$

の存在を仮定する。Φの形としては、

$$\boldsymbol{v}(T+1)=\Phi\big(v(T)\big)= \sum_{i\in N(v(T))}\lambda_i(\boldsymbol{v}(T))\boldsymbol{v}(i+1) \qquad (3)$$

とする。ここで$\lambda_i$は新しい点が作る Voronoi 分割が、既にある Voronoi 分割から切り取る面積を表す。すなわち、

$$\lambda_i\big(\boldsymbol{v}(T)\big)=\frac{\mu_m(T_i(\boldsymbol{v}(T)))}{\sum_{i\in N(\boldsymbol{v}(T))}\mu_m(T_j(\boldsymbol{v}(T)))} \qquad (4)$$

但し、$\mu_m$: $\mathbf{R}_m$上のルベーグ測度、$T_i(v(T))$: $v(T)$を中心とする新しいVoronoi 集合とそれ以前の$i$番目のタイルとの共通部分、$N(v(T))$: $v(T)$を中心とする新しい Voronoi 領域と重なるタイルの添字集合である。

データ$v(T)$は Voronoi 分割された領域の母点(generator)と呼ばれる。

この関数Φを用いて、予測を行うのがVoronoi分割法による予測方法である。

Voronoi 分割は１次元では容易である。１次元数直線上で中点を求めることは容易なので、計算は簡単である。

２次元の Voronoi 分割は比較的簡単である。ただし、無限遠点の扱いを行わなければならない。

３次元以上の Voronoi 分割は Voronoi 分割された Voronoi 領域が超空間上の多面体になり複雑である。さらには予測には多面体の超体積計算などを行うことが必要であり、さらに複雑になる。

ここでは、厳密な3－6次元 Voronoi 分割法による時系列予測を行い、それらの精度を詳しく調べた。

## ３．Voronoi 分割法による予測

２次元での Voronoi 分割法による予測のアルゴリズムは、１）予測の元となる過去のデータを２次元平面にプロットする。２）埋め込まれた各点どうしを結ぶ線分の２等分線を描く。３）２等分線は必ず３本が交わり交点となる。４）分割に必要の無くなった領域内に残されている２等分線を消去する。この方法でまず過去データのVoronoi図を作る。５）最新の点を Voronoi 図に加える。これにより、以前の Voronoi 図の母点まわりの面積が切り取られる。面積が切り取られた母点が次に進む点に対して、削った面積の母点に重みをつけて、加重平均したものを、次の予測点として採用する。

３次元以上で行うには、これを単純に拡張する。切り取られる面積は超体積となる。

視覚的に分かりやすい Mathematica での３次元Voronoi 分割を行ったものを図１に示す。

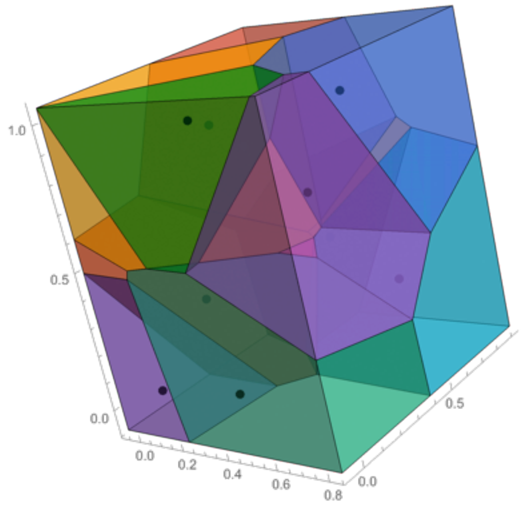


**図１**　３次元 Voronoi 分割

図では３次元の[0,1]までの乱数点を 10 個発生させ、Voronoi 分割したものである。中に黒く見える点が母点である。Voronoi 分割を行うと、領域の端に当たるVoronoi 点が無限遠点になりVoronoi 領域の体積が無限大になる。この図では、表示範囲を[0,1]にすることにより、無限大を回避している。

今回、MATLAB を用いて Voronoi 分割を行い予測をするにあたり、この無限遠点の問題がおこる。MATLAB では、無限遠点を inf と返すだけで、何も情報を与えてくれない。そのままボロノイ分割をすると多面体が形成されない。

そこで、予測するべき時系列の過去データを[0,1]に規格化したあと、さらに各次元毎に[-1,2]の格子点を母点として作り、過去データの母点に加えた。さらに、無限遠点を Voronoi 点として含む多面体を扱わないようにした。Voronoi 分割の端に存在している Voronoi 領域は中心部にはほとんど

影響がない。

これらをもとに、実際に日本近海での台風の発生数を時系列データとして、予測を行った。次元は３〜６次元とした。１９５１年から２０１０年までのデータを過去の時系列データとして用いて、２０１１年からの予測を行った。

４次元以上では図示できないが、３次元では図示は可能である。まず台風発生数の過去の時系列データを３次元埋め込み空間に埋め込む。埋め込んだデータを図示したものを図２に示す。さらには、図２に対して、Voronoi 分割を行った図を図３に示す。非常に複雑だが、点の分布はランダムではないように見える。

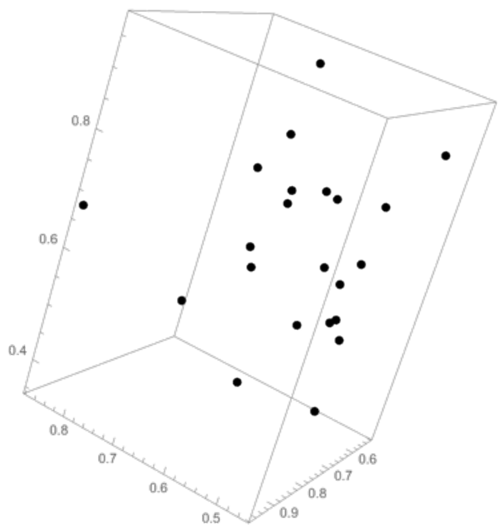


**図２**　３次元に埋め込んだ台風の発生数

グラフィックスの軸の影響で少しずれて見えるところがあるが複雑であり、コンピュータでないと処理できない。この分割した図形にさらに次の時系列の母点を１点加えて、その点の Voronoi 領域がすでにある近傍母点の Voronoi 領域を削り取る体積を求める。近傍母点の次の母点に対して、削り取られた体積に応じて加重平均を取り、次の予測点とする。

予測した結果を図４に示す。また誤差を図５に示す。誤差は３年間の誤算の絶対値を取り総和を取った。

なお、予測は２０１１年からスタートし、６次元での予測は６年後まで予測できるが、ここでは、３次元予測も含めるため、３年先までとした。

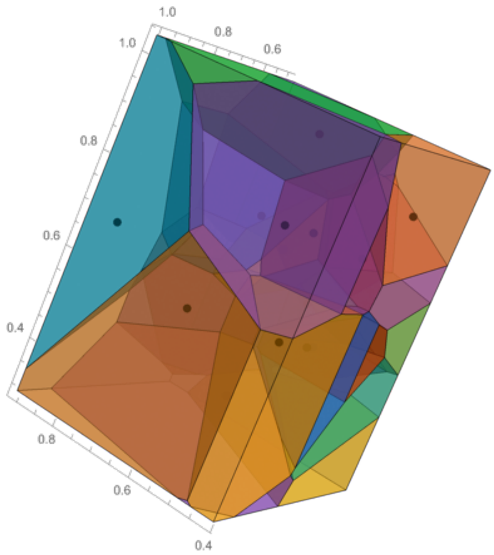


**図３**　台風の発生数の Voronoi 分割図

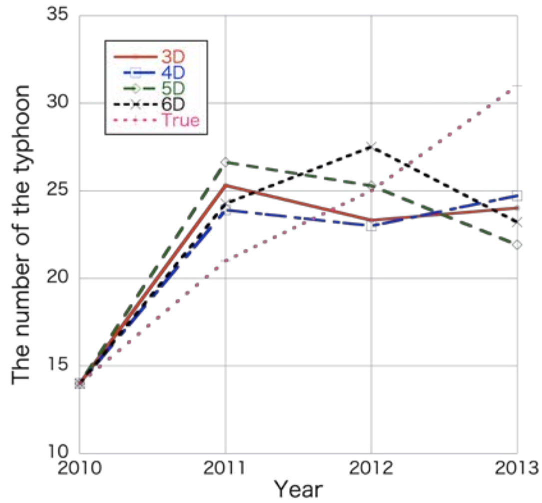


**図４**　台風の発生数の予測

予測結果の図４を見ると、どの次元の予測も真値に比較して変化の傾向は合っているように見える。特に４次元で誤差が少なくなり、実際の予測も２０１２年までは良く合うように見える。５次元では誤差は大きい。ただし、２０１３年はどの次元でも当たらない。２０１３年は台風の発生数が３１個と多く、今までの発生数のパターンからは読みきれない。あくまでも元となるデータのパターンに近い可能性を予測しているのみである。AI の場合は、このような時、パターンを見つけられず、誤差が大きくなる傾向がある。

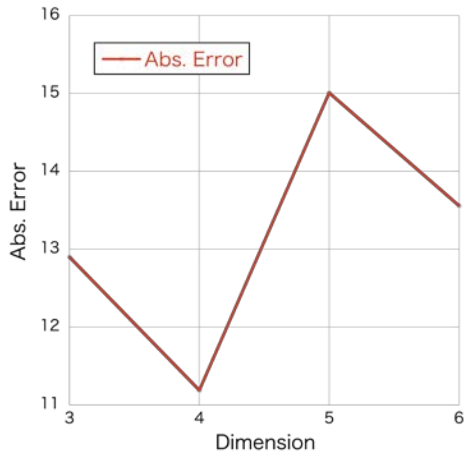


図５　予測の絶対誤差の和

## ４．考察

今回、初めて多次元 Voronoi 分割を用いて、自然界時系列予測を行った。その結果、次元により予測誤差が大きく変化した。

次元が大きくなると、元となる時系列データが限られているので、１つの Voronoi 分割のために多くのデータが使われる。そのため数多くの Voronoi 領域が作れず、結果としてあまり精度は良くならない。多数の時系列データがある場合には、近接する Voronoi 領域が多数になり、より誤差の少ない予測が可能かもしれない。

４次元の予測が良かったのは、データの性質によるのかもしれない。今回、周波数解析は行っていないが、何らかの特徴があるのかもしれない。３次元での視覚的表示は可能であるが、図２からは何らかの特徴があるとはあまり読み取ることができない。４次元では視覚的表示ができないが、ある３次元面で切り取れば、なんらかの特徴が見られる可能性がある。

## ５．まとめ

今回、初めて３～６次元での Voronoi 分割を用いた自然界の時系列予測を試みた。変化の傾向は捉えることができるが、次元により誤差は変化した。これは何らかの内在的次元が時系列内にある可能性がある。

Voronoi 分割による予測はデータ数がそれなりにないとあまり効果が期待できないかもしれない。今回は台風の発生数を用いたが、比較的多くのデータが取れる自然界時系列予測でも次元による精度の差がでるかどうか試してみたい。また単に次元を変化するだけでなく、他の予測方法との併用も必要かもしれない。

### 参考文献

1)http://www.env.go.jp/earth/ipcc/6th/index.html
2)IPCC 第５次報告書の概要,環境省 (2014),http://www.env.go.jp/earth/ipcc/5th/
3)http://www.env.go.jp/earth/ipcc/special_reports/srocc_spm.pdf
4)竹内、鳥山；サポートベクトルマシン,講談社(2015).
5) E.N.Lorenz:Journal of the atmospheric science, Vol.20,p.130 (1963)
6)合原一幸編:カオス時系列の基礎と応用, 産業図書 (2000)
7)渡辺他:小山高専紀要,Vol.38,pp.101-106(2006)
8)渡辺:小山高専紀要,Vol.39,pp.107-112(2007)
9)渡辺:小山高専紀要,Vol.40,pp.91-94(2008)
10) Voronoi G.:"Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques." J. reine angew.Math.Vol133,pp.97-178(1907)
11)Mathematica:https://reference.wolfram.com/language/ComputationalGeometry/ref/VoronoiDiagram.html
12)MATLAB:https://jp.mathworks.com/help/matlab/ref/voronoi.html
13) University of MINESOTA, The Geometry Center: http://www.geom.uiuc.edu/
14) https://community.wolfram.com/groups/-/m/t/1561288
15)渡辺:小山高専紀要,Vol.52,pp.13-17(2019)
16)気象庁:台風の発生数 (2019 年までの確定値と 2020 年の速報値) ,https://www.data.jma.go.jp/fcd/yoho/typhoon/statistics/generation/generation.html

[受理年月日　2020 年８月７日]