

2章 応用

2. 1 遊び心 1

図 2-1 のように外力 P_1 、 P_2 、 P_3 、 \dots 、 P_n が任意の z 点に作用した場合の曲げモーメントの総和を求めるときは、全ての外力の合力 P_r と距離 \overline{kz} を乗じれば良い。 $\Sigma M = P_r \times \overline{kz}$

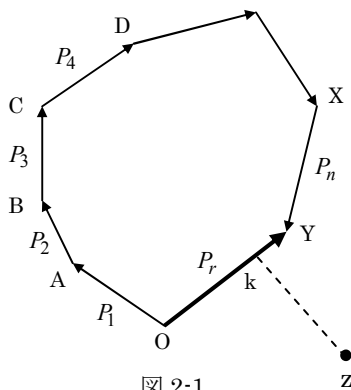


図 2-1

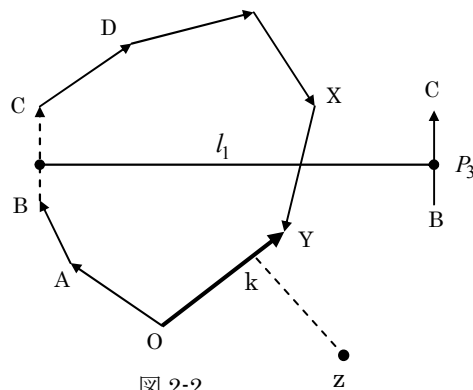


図 2-2

2. 2 遊び心 2

図 2-2 のように外力 P_3 が遥か彼方にあるときの曲げモーメントの総和を求めるには、図 2-2 のように外力 P_3 を移動したときの値を求める。その値から図 2-3 に示す曲げモーメント $M_3 = P_3 \times l_1$ を減ずれば良い。このことから、バラバラに散らばった外力が任意の点に関する曲げモーメントを求める場合でも同様に計算できる。

2. 3 遊び心 3

曲げモーメント $M_3 = P_3 \times l_1$ を減ずるか。加算するかの判定は次のようにすれば良い。

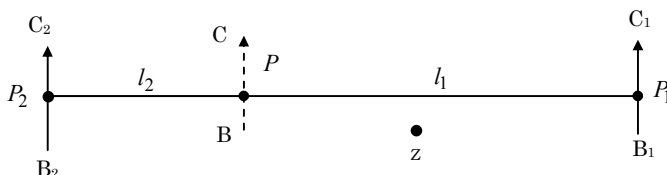


図 2-3

図 2-3 のように置換外力 B-C すなわち P を基準として、任意の点 z と真の外力 P_1 が同方向（右側）に在る場合は $M_1 = P_1 \times l_1$ を減ずる。真の外力 P_2 が逆方向（左側）に在る場合は $M_2 = P_2 \times l_2$ を加算する。

2. 4 ラミ (Lami) の定理

一点に作用する力が釣り合っているとき、それらの力は同じ平面上にあって、それぞれの大きさは他の 2 力がはさむ角の正弦に比例する

[ラミ (Lami) の定理]

$$\frac{OA}{\sin \angle ADO} = \frac{AD}{\sin \angle AOD} = \frac{OD}{\sin \angle OAD}$$

ここで、 $OA = |\mathbf{F}_1|$ 、 $AD = OB = |\mathbf{F}_2|$ 、 $OD = OC = |\mathbf{F}_3|$ である。

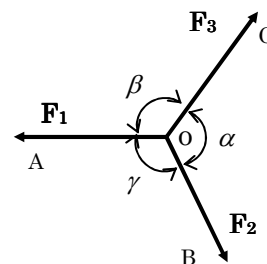


図 2-4

また、 $\angle ADO = \angle DOB = 180^\circ - \alpha$ で、 $\sin \angle ADO = \sin \alpha$ 、 $\sin \angle AOD = \sin(180^\circ - \beta) = \sin \beta$

$\sin \angle OAD = \sin(180^\circ - \gamma) = \sin \gamma$ となる。よって

$$\frac{|F_1|}{\sin \alpha} = \frac{|F_2|}{\sin \beta} = \frac{|F_3|}{\sin \gamma} \quad (2-1)$$

問1 毎時 vm で流れている川がある。毎時 $2vm$ の速さで船が川岸に垂直な方向から川上に向かって 30° の方向に進むとき、船はどの方向に進むか。

問2 毎秒 $5m$ の速さで流れる川を、毎秒 $12m$ の速さの船が川岸に鉛直方向に舳先を向けて進むとき、船の実際の速さはいくらか。

(解) $v = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13m/sec$

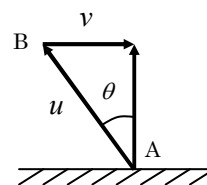


図1

問3 毎時 ukm の速さの船で、毎時 vkm の速さで流れる川を川岸に垂直に進むにはどの方向に行ったらよいか。

(解) 船の速度を \overrightarrow{AB} 、流水の速度を \overrightarrow{BC} とすれば、船の実際の速度は \overrightarrow{AC} で、これが岸に垂直である。よって、 $\sin \theta = v/u$ を満たす鋭角 θ の方向に進めばよい。

問4 A、Bの二人が重さ Wkg の荷物の1点Oに2本の綱をつけて両側から持ち上げた。綱が鉛直方向とそれぞれ 30° 、 60° の角度をなして停止した。A、Bの引く力をラミの定理で求めよ。

(解) 荷物に働く重力を W 、A君、B君が引く力を F_1 、 F_2 と

すれば $\frac{|W|}{\sin 90} = \frac{|F_1|}{\sin 120} = \frac{|F_2|}{\sin 150}$

$$|F_1| = \frac{\sqrt{3}}{2}W, \quad |F_2| = \frac{1}{2}W$$

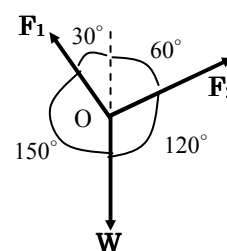


図2

問5 2本の綱で、ある物体を持ち上げたとき、綱は 60° に開き、両手にはそれぞれ $5kg$ の力がかかった。この物体の重さをラミの定理で求めよ。

(解) 物体の重さを W 、綱が鉛直方向となす角を α 、 β とすれば

$$\frac{|W|}{\sin 60} = \frac{5}{\sin \alpha} = \frac{5}{\sin \beta}, \quad |F_1| = \frac{\sqrt{3}}{2}W, \quad |F_2| = \frac{1}{2}W$$

$\alpha = \beta$ であるから、 $\alpha = \beta = 150^\circ$ で $W = \frac{5 \sin 60^\circ}{\sin 150^\circ} = 5\sqrt{3}$ である。

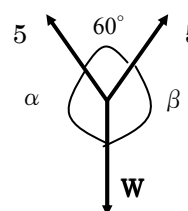


図3