

繊維強化プラスチックの疲労 —疲労寿命予測の基礎研究Ⅱ—

橋本彰三・桜井武人・岸 次憲・谷池隆幸

Fatigue of Fiber Reinforced Plastics

—Fundamental Research of the Fatigue Life Prediction Ⅱ—

Shozo HASHIMOTO, Taketo SAKURAI, Tsuginori KISHI, Takayuki YACHI

1. はじめに

構造部材として使用中の繊維強化プラスチックの疲労度合を知る方法即ち、疲労寿命を予測する方法を確立するための基礎的研究を行っている。

金属材料の疲労過程は、表面からクラックが発生し、そのクラックが成長し急激破壊に至るというものが通常である。従って、金属材料の疲労に関しては、部材の表面硬化などの表面処理が重要になる。一方、繊維強化複合材料の疲労過程は、内部から疲労損傷が生じ、その蓄積の結果として急激破壊に至るというものである。繊維強化複合材料の損傷は、部材内部の引っ張り応力に垂直な方向の繊維とマトリックスの間に発生するクラック、即ち横クラック (Transverse crack) が主である。その横クラックが蓄積、成長して、積層材の場合は層間剥離、繊維破断を引き起こし最終破断に至るものである。

前回の報告[1]では、 $0^\circ/90^\circ$ ガラス繊維平織り布をエポキシ樹脂で固めた積層板について、疲労と内部損傷 (横クラック密度) との関係測定し、疲労予測に関する実験式をいくつか提案した。何れの場合も、実働している構造部材の疲労寿命を予測するには、ある時点での疲労度合 (横クラック密度) を非破壊的に知る必要がある。

繊維強化複合材料の疲労の度合を測定する手段として、疲労の蓄積による複合材料の剛性率 (弾性係数) の低下に着目した研究がいくつか見られる[2]~[7]。大谷ら[8],[9]は、プラスチック母材の複合材料 (PMC) について、その材料を力学的モデルで表現したときの伝達関数 (システム表現) と、その材料に未知の擾乱 (例えば、応力波) が通過した後の応答波形を時系列モデル化したときのシステム表現の両者を同定することにより、ある時点において検出した応答波形から、その時点における疲労の度合を知る方法を提案している。この理論の根拠となっているのが、力学的

モデルを粘弾性モデル (Voigt model、フォークトモデル) で表したときの、その粘弾性係数の変化と疲労との関係である。

本報告は、この大谷らの方法を検証する事を目的とし、繊維強化プラスチック (FRPでありPMCの範疇に入る) を粘弾性モデル (フォークトモデル) で表したときの、その粘弾性係数の変化と疲労との関係を求めたものである。

2. 粘弾性係数を測定する方法

繊維強化プラスチックを図1に示すような Voigt モデルで仮定する。このモデルの粘弾性定数 E (Pa)、 η (N・s) の値を、図2に示す片持梁の曲げの自由振動から求める。

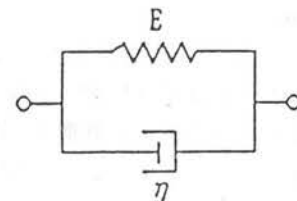


図1 Voigt モデル

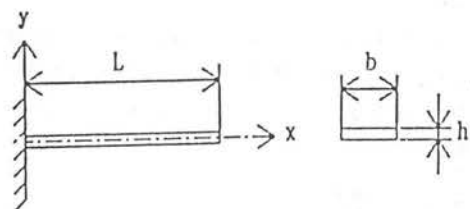


図2 片持梁の座標と寸法

繊維強化複合材料の応力 (σ) ~ ひずみ (ϵ) 関係式即ち、構成方程式を次のように表す。

$$\sigma(t) = E^* \epsilon(t) \quad (1)$$

ここで E^* は Voigt モデルの弾性係数 (スプリングの定数) E とダンパーの粘性係数 η を含む。この E^* は以下のようにして求めることができる。

このモデルに $\varepsilon(t)$ を加えたときの応力 $\sigma(t)$ を求める。

スプリング側

$$\sigma_1(t) = E\varepsilon(t) \quad (2)$$

ダンパー側

$$\sigma_2(t) = \eta \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (3)$$

この両式から E^* を表す(4)式が得られる。

$$\begin{aligned} \sigma_1(t) &= \sigma_1(t) + \sigma_2(t) \\ &= \left(E + \eta \frac{d}{dt} \right) \varepsilon(t) \end{aligned}$$

$$E^* = E + \eta \frac{d}{dt} \quad (4)$$

ここで得られた E^* を、弾性梁の曲げ振動の最も基本的な運動方程式である Bernoulli-Euler(ベルヌーイ・オイラー)の式(5)式の E_e に代入することにより、Voigt モデルで仮定した粘弾性梁の曲げ振動の運動方程式(6)式が得られる。

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho A} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho A} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\eta I}{\rho A} \frac{\partial^5 y}{\partial t \partial x^4} = 0 \quad (6)$$

この運動方程式の解は次のように仮定することができる。

$$y = ue^{i\omega t} \quad (7)$$

ここで、 u は x のみの関数であり梁の各位置における振幅を表す。 ω は曲げ振動の状態を表すものであり、後で示すように減衰の項と振動数の項を含む。これを(6)式に代入することにより、 u に関する微分方程式(8)式が得られる。

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} - \gamma^4 u = 0 \quad (8)$$

ここで γ は(9)式で示すように梁の寸法と粘弾性係数で表されるが、振動の様式により決まる定数である。(9)式中の I は梁の断面 2 次モーメントであり、 i は虚数である。

$$\gamma^4 = \frac{\omega^2 \rho A}{I(E + i\omega\eta)} \quad (9)$$

(8)式を解くことにより、振動の様式(モード)に依存する定数 γ の値を求めることができる。

(8)式の一般解は(10)式である。

$$y = C_1 \cos \gamma x + C_2 \sin \gamma x + C_3 \cosh \gamma x + C_4 \sinh \gamma x \quad (10)$$

この解に、片持梁の境界条件を当てはめることにより(11)式が得られる。

$$1 + \cos \gamma L \cosh \gamma L = 0 \quad (11)$$

この(11)式の根から γ を求めることができる。第 1 の根からモード 1 (自由振動モード)における γ の値が以下のように求められる。

$$\gamma = \frac{1.8751}{L} \quad (12)$$

γ の値が求められれば、(9)式から ω を求めることができる。

$$\omega = i \frac{\eta \gamma^4 I}{2 \rho A} \pm \frac{\gamma^2}{2} \sqrt{\frac{I}{\rho A} \left(4E - \frac{\eta^2 \gamma^4 I}{\rho A} \right)} \quad (13)$$

ここで

$$\omega = i\alpha \pm \beta \quad (14)$$

とおくと、 α 、 β は以下のように表される。

$$\alpha = \frac{\eta \gamma^4 I}{2 \rho A} \quad (15)$$

$$\beta = \frac{\gamma^2}{2} \sqrt{\frac{I}{\rho A} \left(4E - \frac{\eta^2 \gamma^4 I}{\rho A} \right)} \quad (16)$$

以上の結果から、粘弾性梁の運動方程式(6)式の解が次のように求められる。

$$y = 2ue^{-\alpha t} \cos \beta t \quad (17)$$

ここで、 α は減衰係数を示し、 β は角振動数を示すことが分かる。この α と β の値は実験から求めることができる。従って、(15)、(16)式を使うことにより、粘弾性係数 E 、 η の値を実験から求めることができる。

$$E = \frac{4\pi^2 f^2 \rho A}{\gamma^4 I} + \frac{\eta^2 \gamma^4 I}{4\rho A} \quad (18)$$

$$\eta = \frac{2\rho A \alpha}{\gamma^4 I} \quad (19)$$

(18)式中の f は具体的に実験から求められる振動数であり $\beta = 2\pi f$ である。

3. 実験

実験に用いた GFRP は、JIS K 6912 の EL-GEM 相当の市販品であり、ガラス繊維平織り布 (0° / 90°) をエポキシ樹脂で固めた積層板である。

試験片は図 3 に示すように、疲労用試験片である。

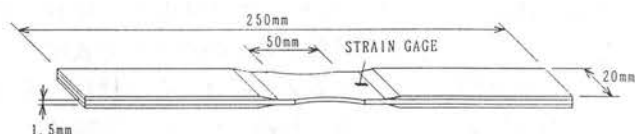


図3 試験片

この試験片は、式(18)、(19)を導く時に考えた一様断面の片持梁ではない。粘弾性係数の絶対値を求める場合

は、梁の深さ $h=1.5\text{mm}$ 、板幅 $b=20\text{mm}$ として、長さ L を、曲げ振動実験結果が疲労負荷を受ける前のオリジナルな材料の弾性係数 E_0 の値を与えるような長さとし、それを有効長さとした。

しかし、疲労による変化の仕方を求める場合は、データを E/E_0 、 η/η_0 で整理することにより、試験片の寸法を無関係とすることができる。ここで、添え字 0 はオリジナルな材料の値であることを示し、以後どのような係数、変数に対してもこのことは継承する。

実験は、疲労の一定間隔毎に、真空チャンバー内で自由曲げ振動を生じさせる方法で行った。曲げ振動の時間変化を、ひずみゲージを使って検出し、デジタルメモリーに記憶させ、パソコンに取り込み解析した。

疲労試験は、応力比 $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} \approx 0$ の片振りでを行った。

真空チャンバー内への試験片のセットの様子を図 4 に、実験装置の概念図を図 5 に示す。

実験で得られたデータの一例を図 6 に示す。このデータから減衰係数 α と振動数 $f(\text{Hz})$ を求めることができる。

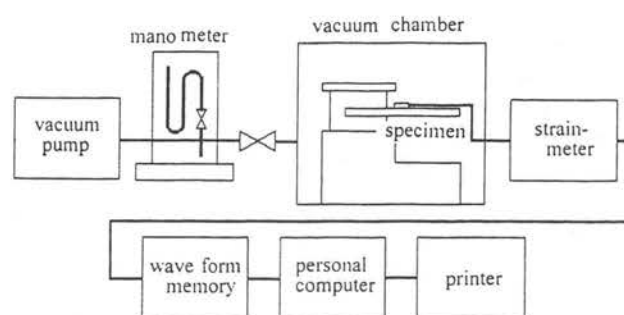


図 5 実験の概念図

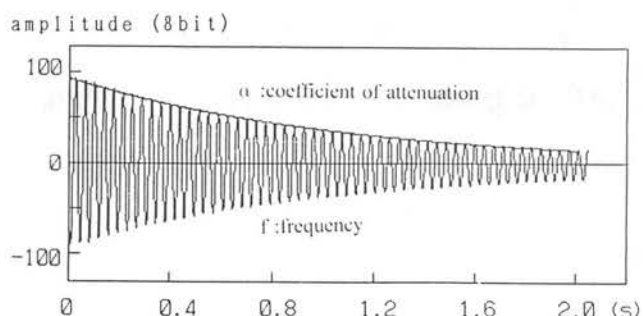


図 6 曲げ振動のデータの例

4. 実験結果

実験で得られた、疲労（回数 n ）による弾性係数 E の変化を図 7 に、粘性係数 η の変化を図 8 に示す。ここで、 S は疲労試験応力の最大値を引っ張り強さで割った値即ち、 $S = \sigma_{\max}/\sigma_b$ である。横軸の疲労回数 n を、破断回数 N で割った n/N で表した結果を図 9、図 10 に示す。このように整理すると、ほぼ疲労応力 S に無関係な一つの曲線で表すことができる。

以上の結果は、弾性係数は疲労と共に減少するが、粘性係数は疲労と共に増大することを明確に示している。

この結果から、 E/η の値を取ると、その値は疲労と共に減少する事になる。結果を図 11 に示す。

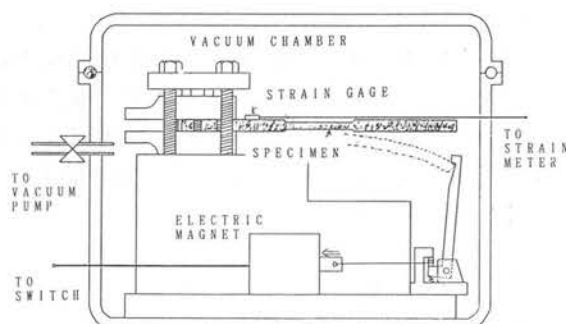


図 4 試験片の真空チャンバーへのセットの様子

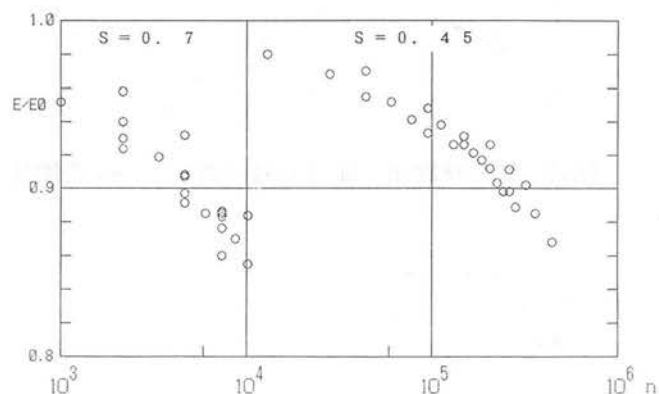


図 7 疲労回数 n による弾性係数 E/E_0 の変化

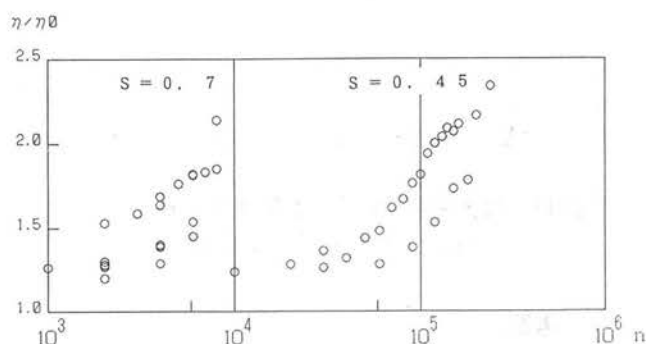
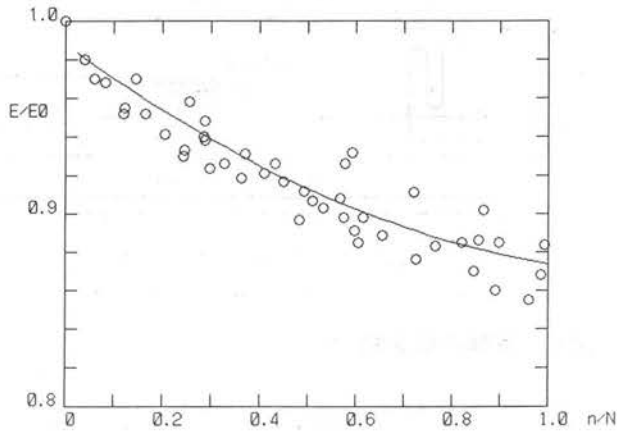
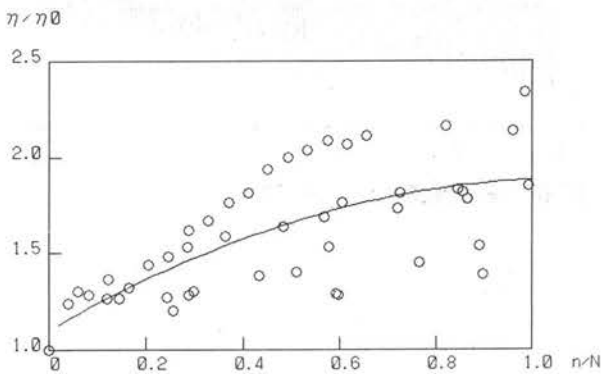
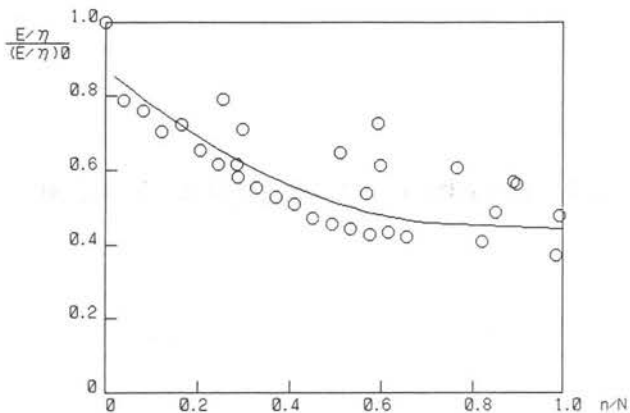


図 8 疲労回数 n による粘性係数 η/η_0 の変化


 図9 疲労回数 n/N と弾性係数 E/E_0 の関係

 図10 疲労回数 n/N と粘性係数 η/η_0 の関係

 図11 疲労回数 n/N と粘弾性係数比 $(E/\eta)/(E/\eta)_0$ の関係

5. 考察

大谷らが提案した方法の概略は以下のである。
 先ず、PMCの力学モデルを図12の様に仮定する。

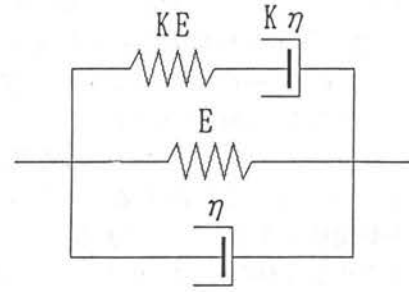


図12 力学モデル

このモデル材料の伝達関数を z 変換すると(20)式が得られる。これを力学的モデルのシステム表現とする。

$$H(z) = \frac{(A+B) + (-Ae^{-bT} - Be^{-aT})z^{-1}}{1 + (-e^{-aT} - e^{-bT})z^{-1} + e^{-(a+b)T}z^{-2}} \quad (20)$$

つぎに、このPMCを通過した応力波の応答波形を時系列波形として、(21)式のようにARMA(2, 1)モデルで表現する。

$$y_n + a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2} = v_n + b_1 v_{n-1} \quad (21)$$

これを z 変換すると、(22)式が得られる。これをARMA(2, 1)モデルのシステム表現とする。

$$H(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} \cong \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (22)$$

(20)、(22)式から、ARMAパラメータ a_1, a_2, b_1 を力学的パラメータ、即ち粘弾性係数 E, η で表すことができる。その結果は次式の通りである。

$$\begin{aligned} a_1 &= -2e^{-(\frac{K+2}{2})\frac{E}{\eta}T} \cosh\left(\frac{E}{2\eta}\sqrt{K^2+4KT}\right) \\ a_2 &= e^{-(K+2)\frac{E}{\eta}T} \\ b_1 &= \frac{-1}{2\eta\sqrt{K^2+4K}} e^{-(\frac{K+2}{2})\frac{E}{\eta}T} \\ &\quad \left\{ K \sinh\left(\frac{E}{2\eta}\sqrt{K^2+4KT}\right) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{K^2+4K} \cosh\left(\frac{E}{2\eta}\sqrt{K^2+4KT}\right) \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

この結果から、応答波形の時系列パラメータ a_1, a_2, b_1 は粘弾性係数 E/η に依存し、その変化の仕方は同一であることが分かる。そこで、これらの積の絶対値 $|a_1 \cdot a_2 \cdot b_1|$ を採用すると、この値は疲労による変化を増幅したものとなる。ここで k を損傷評価関数として次式の様に定義する。

$$k = \frac{1}{|a_1 \cdot a_2 \cdot b_1|} \quad (24)$$

この k は疲労と共に感度良く減少することが予測される。

疲労により、PMCの内部損傷即ち横クラック密度は増大する。横クラック密度（ D と表す）は次のように定義している。

$$D = \frac{\text{観察した面積内の横クラックの長さの合計}}{\text{観察した面積}}$$

この D は k を使うことにより次のように表すことができる。

$$D = 1 - (|a_{10} \cdot a_{20} \cdot b_{10}|)k \quad (25)$$

ここで a_{10}, a_{20}, b_{10} はARMAパラメータの初期値である。

以上の結果から、任意時点に於けるARMAパラメータの値を知ることができれば、その時点の疲労の度合がわかる、即ち以後の寿命を推定することができる。これが大谷らが提案した内容である。

我々の実験結果から、 E/η の値は疲労と共に減少することが証明された。従って23式からARMAパラメータ a_1, a_2, b_1 は疲労と共に増大することが予測でき、従って、24式で定義した損傷評価関数 k は疲労と共に減少することが予測できる。このことは大谷らの実験結果と一致しており、23式の正当性を証明するものである。

6. 結論

PMCでできた構造部材の、実働中の疲労寿命を非破壊的に知るための一つの提案を大谷らが行っている。この提案を検証する目的で、PMC材の粘弾性定数と疲労の関係を実験的に求め、以下の結果が得られた。

1. PMCをVoigt モデルで仮定し、その粘弾性係数を測定するために用いた自由曲げ振動の方法が有用であることが確認された。
2. 弾性係数は疲労と共に減少する。その減少の仕方は、 n/N で整理すると、疲労応力の大きさに無関係にほぼ一つの曲線となる。
3. 粘性係数は疲労と共に増大する。その増大の仕方は、 n/N で整理すると、疲労応力の大きさに無関係にほぼ一つの曲線となる。
4. E/η の値は疲労と共に増大する。その増大の仕方は、2. 3. と同様に疲労応力の大きさに無関係にほぼ一つの曲線で表される。
5. 大谷らが提案した、 E/η に依存するARMAパラメータ、 a_1, a_2, b_1 を用いて定義した損傷評価関数 k の正当性が証明された。またこのことは大谷らの実験結果の正当性も証明するものである。

7. 参考文献

- [1] 小山高専研究紀要、第28号、1996, pp37-42.
- [2] Ogin S.L., Smith P.A. and Beaumont P.W. R., Composite Science and Technology, Vol. 22, No.1, 1985, pp.23-31.
- [3] Liu B. and Lessard L.B., Composite Science and Technology, Vol.51, No.1, 1994, pp.43-51.
- [4] Echtermeyer A.T., Engh B. and Buene L., COMPOSITES, Vol.26, No.1, 1995, pp.10-16.
- [5] 座古、高野、片岡 日本機械学会第74期全国大会講演論文集（I）、1996, pp.39-40.
- [6] Wu W.F., Lee L.J. and Choi S.T., J.Composite Materials, Vol.30, No.1, 1996, pp123-137.
- [7] Lee L.J., Fu K.E. and Yang J.N., Composites Science and Technology, Vol.56, 1996, pp.635-648.
- [8] Otani N., Hashimoto S., Matsumoto H. and Miyazaki T., Proc. Asian Pacific Conference for Fracture and Strength, 1996, pp. 369-373.
- [9] Hashimoto S. and Otani N., Abstract Proc. SEM spring Conference on Exp.Mech., 1997, pp.222-223.

（受理年月日 1997年8月18日）