

繊維強化プラスチックの疲労 — 疲労寿命予測の基礎研究 III —

橋本彰三・鈴木 勝・関口哲弘・山川達也

Fatigue of Fiber Reinforced Plastics — Fundamental Research of the Fatigue Life Prediction III —

Shozo HASHIMOTO, Masaru SUZUKI, Tetsuhiro SEKIGUCHI, Tatsuya YAMAKAWA

1. はじめに

構造部材として使用中の繊維強化プラスチックの疲労寿命を予測する方法を確立するための基礎的研究を継続的に行ってきたが、その過程で共同研究者の大谷のアイデアによる一つの方法を提案してきた[1],[2]。

昨年度は、その提案した方法の理論的根拠となっている、繊維強化複合材料の粘弾性特性の変化と疲労との間の関係を実験的に求め、その方法が有用であることを示した[3]。

本年度は、提案された方法に基づき、実働部材についてではなく疲労試験片についてではあるが、具体的に疲労の度合を測定することを試み、その方法が有用であることが確認できたのでその内容を記述する。

2. 理論

提案した方法は、繊維強化複合材料の疲労損傷の蓄積即ち、疲労の度合を非破壊的に測定するものであるが、概略はつぎの通りである。

- 1: まず、疲労が蓄積する部分に、一定の応力パルスを伝播させ、その応答波形を測定する。
- 2: 次にその応答波形を ARMA (2, 1) 時系列波形として時系列解析をする。
- 3: 結果として得られた時系列係数の変化から、疲労の度合を知る。
- 4: 疲労の度合が分かれば、以後の寿命を予測することができる。

以下に、繊維強化複合材料の粘弾性係数と時系列係数とのあいだの理論的關係を導き出す過程について概説する。

2-1. 繊維強化複合材料の力学的モデル

繊維強化複合材料を図 1 に示すような力学モデルで仮定する。

ルで仮定する。

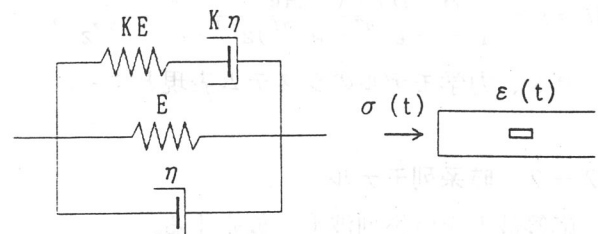


図 1 力学モデル

このモデルはフォークトモデル (Voigt model) とマックスウエルモデル (Maxwell model) を並列に接続したものであり、フォークトモデルの粘弾性係数を E, η とし、マックスウエルモデルの粘弾性係数をフォークトモデルの K 倍とおいている。

このモデルで表される材料に、応力パルスを伝播させ、その応答波形を歪で計測し、それを時系列波形とする。

応力と歪の關係を示す構成方程式は (1) 式の様に表される。

$$\left(1 + \frac{\eta}{E} \frac{d}{dt}\right) \sigma(t) = E \left(1 + (K+2) \frac{\eta}{E} \frac{d}{dt} + \left(\frac{\eta}{E}\right)^2 \frac{d^2}{dt^2}\right) \varepsilon(t) \quad (1)$$

これをラプラス変換して、応力と歪の間の伝達関数 $H(s) = E(s) / \Sigma(s)$ が (2) 式のように求められる。 $E(s), \Sigma(s)$ はそれぞれひずみと応力の時間変化をラプラス変換したものである。

$$H(s) = \frac{\frac{E}{\eta^2} + \frac{1}{\eta}}{s^2 + (K+2) \frac{E}{\eta} s + \left(\frac{E}{\eta}\right)^2} = \frac{A}{s+a} + \frac{B}{s+b} \quad (2)$$

(2) 式中の A, B, a, b は以下の通りである。

$$\frac{A}{B} = \frac{1}{2\eta} \left(1 \pm \frac{K}{\sqrt{K^2 + 4K}} \right)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{E}{2\eta} \left(2 + K \pm \sqrt{K^2 + 4K} \right)$$

この(2)式を逆変換すると(3)式が得られる。

$$h(t) = Ae^{-at} + Be^{-bt} \quad (3)$$

これがいわゆるインパルス応答である。

ここで $t = nT$ ($n = 1, 2, 3, \dots$, T は定数) とおき z 変換すると(4)式が得られる。

$$H(z) = \frac{(A+B) + (-Ae^{-bT} - Be^{-aT})z^{-1}}{1 + (-e^{-aT} - e^{-bT})z^{-1} + e^{-(a+b)T}z^{-2}} \quad (4)$$

これを、力学モデルのシステム表現とする。

2-2. 時系列モデル

応答波形を時系列波形と仮定する。

それを ARMA(2,1) モデルで仮定すると、そのモデルは次の(5)式のように表すことができる。

$$y_n + a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2} = v_n + b_1 v_{n-1} \quad (5)$$

ここで v_n は白色雑音である。

この式を z 変換し、伝達関数 $H(z) = Y(z)/V(z)$ を求めると(6)式が得られる。

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (6)$$

これを ARMA(2,1) モデルのシステム表現とする。

(4), (6) の両システム表現を等しくおくことにより、時系列係数、 a_1, a_2, b_1 と力学モデルの粘弾性係数 E, η, K とを関係付ける(7)式が得られる。 b_0 は時系列解析では無関係となる係数である。

$$a_1 = -2e^{-(\frac{2+K}{2})\frac{E}{\eta}T} \cosh\left(\frac{E}{2\eta}\left(\sqrt{4K+K^2}\right)T\right)$$

$$a_2 = e^{-(2+K)\frac{E}{\eta}T}$$

$$b_1 = \frac{-1}{\eta\sqrt{4K+K^2}} e^{-(\frac{2+K}{2})\frac{E}{\eta}T}$$

$$\left\{ K \sinh\left(\frac{E}{2\eta}\left(\sqrt{4K+K^2}\right)T\right) + 2\sqrt{4K+K^2} \cosh\left(\frac{E}{2\eta}\left(\sqrt{4K+K^2}\right)T\right) \right\} \quad (7)$$

この(7)式は、 a_1, a_2, b_1 の値が E/η に依存することを示している。 E/η は疲労と共に減少することが昨年度の実験で確かめられている[3]。

E/η が疲労とともに減少すると(7)式中の a_2 は疲労と共に増大する。 a_1, b_1 は、指数関数の部分のみを考えれば a_2 と同様に考えられるが、双曲線関数の部分が、 E/η の減少とともに減少するので、全体として増大するか減少するかを明確に述べことはできない。しかし、力学モデルの K が小さいとするならば a_1, b_1 も疲労と共に増大するといえそうである。大谷らはそのような仮定の下で整理している。

本論分では、この理論の中で疲労と共に増大することが明確である a_2 のみに着目して整理する。

3. 実験

実験に使用した試験片の材料と形状寸法は、一連の実験で用いたものと同一である。即ち、材料は JIS 規格 EL-GEM 相当品の、エポキシ樹脂をガラス繊維平織布で強化した $0^\circ/90^\circ$ 積層板であり、寸法は図2に示すように疲労試験用のものである。また疲労試験も一連の実験と同一であり、応力振幅比 $R = 0.05$ の片振試験である。試験応力は $S = \sigma_{\max}/\sigma_b$ を $0.3 \sim 0.5$ の範囲としている。ここで σ_b は引っ張り強さである。

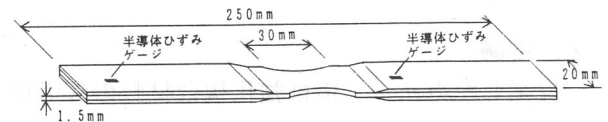


図2 試験片の形状寸法

3-1 実験手順

- 1: 先ず疲労試験応力 S を決め、その応力での疲労破断回数を予測する。
- 2: その疲労破断回数を約5等分し、時系列波形を得るための応力波伝播テストをおこなう各疲労回数を決める。少なくとも疲労破断するまでに5段階以上のデータが得られるようにする。
- 3: 各疲労毎に疲労試験機から試験片を取り外し、応力パルス伝播テストを行い、応答波形を測定する。
- 4: 試験片が破断するまでそれを繰り返す。

5 : 得られた波形を時系列解析する。

図 3 に実験の系統図を示す。

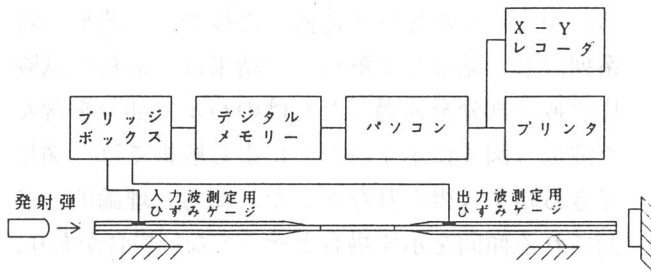


図 3 実験の系統図

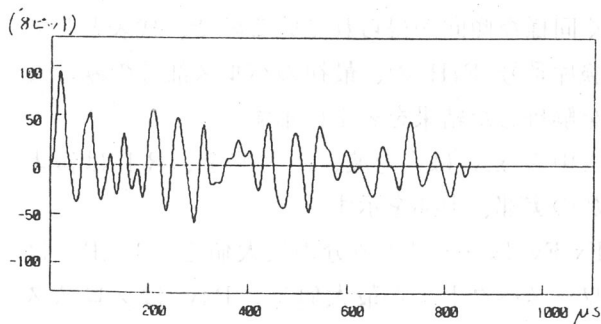
3-2 応力波伝播テスト

応力パルスは、自作の Air Gun から発射した小銃弾を試験片の一端に衝突させることにより発生させた。小銃弾の寸法は直径 6mm、長さ 13mm で、重量は約 3 グラムである。この小銃弾を速度約 10m/s で衝突させる。

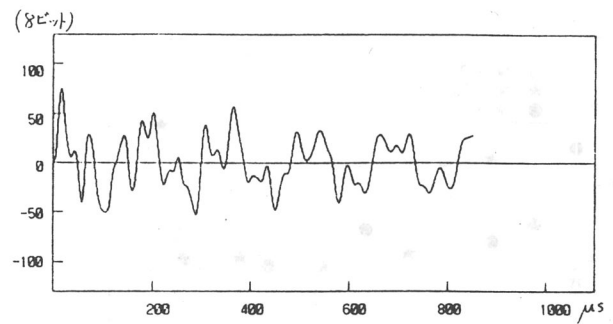
入力応力波、および応答波は、予め試験片に埋め込んだ、げーじ長さ 2mm の半導体歪げーじを使って測定した。

入力応力波を測定するための歪げーじは、衝撃端から約 25mm の位置に埋め込み、応答波を測定するための歪げーじは、試験片補強部分の先端から約 20mm の位置に埋め込んでいる。いずれも試験片補強材の部分に埋め込んでおり、その部分は疲労試験の際にチャックで締め付けられるが、埋め込み部分を少しへこませておけば試験片が疲労破断するまで歪げーじを破損することなく使用することができる。

入力応力波および応答波（出力応力波）の測定例を図 4 に示す。



入力波形



出力波形

図 4 入出力応力波の測定例

時系列解析をするためには、入力応力波を必要としないが、繰り返し行う実験でいつも一定の入力応力パルスが発生させることはできないので、解析すべき応答波を入力応力パルスのピーク値で補正するためにその測定が必要となる。

3-3 時系列解析

時系列解析は、市販のプログラムを使用して行った。

入力応力パルスのピーク値で補正した出力波形を時系列解析した結果を図 5, 6 に示す。横軸に疲労破断回数で各疲労回数を割った値をとり、縦軸には a_2 の値をとっている。

図 5 は比較的予想どおりの傾向を示したものであり、図 6 はあまりその傾向を示さないものである。図 6 の中にはむしろ逆の傾向を示したものもある。

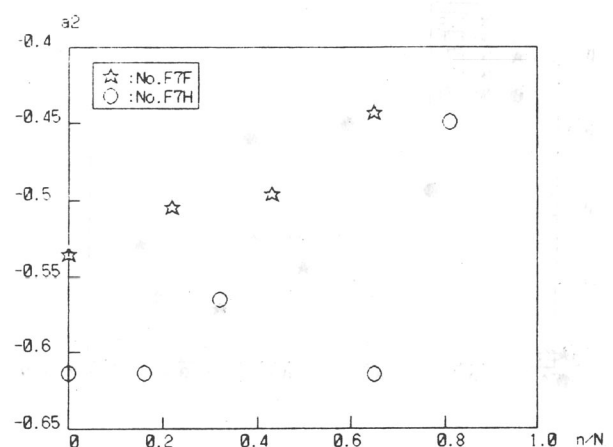


図 5 時系列解析結果（予想どおりの傾向を示す例）

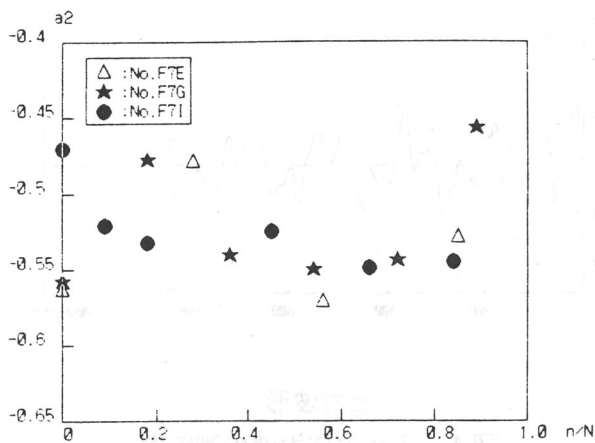


図6 時系列解析結果（予想通りの傾向を示さない例）

時系列波形は、ほぼ同じ波形が周期的に現れるものである。図4に示すような出力波形では、むしろ最初のピーク部分を省いた方が時系列波形に近似する。そのことを考慮して、最初のピーク部分を取り除いた波形で解析を試みた。その結果を図7に示す。横軸は図5、6と同じであるが、縦軸は a_2 の値を、疲労ゼロの初期の試験片での値の絶対値 (a_2)₀ で割った値をとっている。多少大きさの差はあっても、ほぼ全部のデータが予想通りの傾向を示している。図の (-1,0) 点周りに分散させて記入している印は全て (-1,0) 点にあるべきものである。

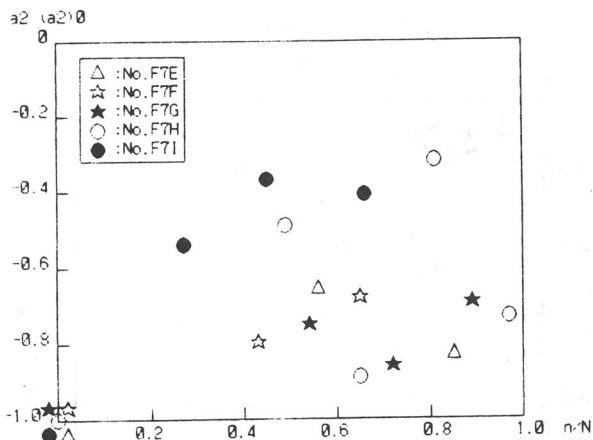


図7 時系列解析結果（最初のピーク部分を省いた波形による解析）

4. 考察

Air Gun から発射された小さな銃弾により試験片の一端に衝撃を与え応力パルスが発生させ、それが疲労した部分を通過した後の応答波形を時系列波形と見なして解析した結果は、最初の試験片の疲労部分を通過しただけのパルス部分を含んだ波形（図4に示す波形）による解析では、満足できる結果は得られなかった。即ち、理論的に推測される傾向を示す場合とそうでない場合があり、いつも信頼おける結果が得られるとは限らない。

しかし、最初のパルス部分を省いた、いわゆる、試験片の両端から繰り返し反射したものを捉えた波形で解析すると、どの試験片の場合も程度の差はあっても理論で推測される傾向を示している。

即ち、時系列波形は、同じ様な波形が周期的に現れるものでなければならないが、最初のパルス部分が試験片を通過しただけのものは、以後同じ様な形で現れない。それ故に、その部分を省いた方がより時系列波形に近似するはずであり、図7の結果もその正当性を示している。

この結果は、各疲労段階で、一度だけの衝撃実験による応答波形で解析したものである。

各疲労段階で、統計的処理ができる程度の数（10数回）の応答波形を解析をすることが必要であると思われる。

さて、別な解析方法として、入出力波形を用いて解析するFFT（高速フーリエ変換）による解析を試みたが、満足な結果は得られなかった。

FFT解析に用いた波形は、測定した波形そのままの場合と、最初のパルス部分のみをとった場合の2種である。どちらの場合も、疲労の度合を示すような明確な変化は得られなかった。FFTによる解析には、最初のパルス部分のみを使う方がより適していると思われる。

FFT解析の結果は、どの試験片についてもまったく同様な傾向が得られているので、代表として試験片番号 F7H の、最初のパルス部分のみの波形を解析した結果を表1に示す。

表中の x, y は入力波、出力波を、 R, I は複素変数の実部、虚部を示す。

F_x, F_y はフーリエ成分の最大値を、 P_x, P_y はパワースペクトルの最大値を、 P_{xy} はクロススペクトルの最大値を、 C_x, C_y は自己相関関数の最大値を、 C_{xy} は相互相関関数の最大値を表す。

入出力のピーク値や波形が実験毎に多少異なってくるので、その影響をなくすために、それぞれの関数値をフーリエ成分の最大値で割っている。

表 1

n	0	5000	10000	15000	20000	25000	30000
n/N	0	0.16	0.32	0.49	0.65	0.81	0.97
F _{xR}	1670	1770	1540	1480	1450	1270	1460
F _{yR}	1340	1390	1240	1160	1190	1010	1210
F _{xl}	1640	1730	1520	1450	1420	1250	1410
F _{yl}	1280	1320	1180	1100	1130	954	1170
P _x /F _{xR}	1.09	1.15	1.00	0.97	0.94	0.83	0.95
P _y /F _{yR}	0.87	0.90	0.81	0.75	0.78	0.65	0.79
P _{xy} /F _{xR}	0.44	0.45	0.40	0.38	0.39	0.33	0.39
P _{xy} /F _{xl}	0.18	0.18	0.16	0.12	0.16	0.12	0.16
C _x /F _{xR}	2.19	2.29	2.01	1.93	1.88	1.65	1.90
C _y /F _{yR}	1.73	1.80	1.61	1.50	1.55	1.06	1.57
C _{xy} /F _{xR}	1.20	1.24	1.11	1.03	1.07	0.90	1.08
C _{xy} /F _{yl}	1.09	1.14	1.00	0.97	0.95	0.82	0.94

ここでは、最大値でのみ整理しているが、この最大値の生じる振動成分は、全ての場合について、最小振動数の成分であり、波長が最も長いものである。複合材料の疲労損傷（横クラック）の寸法と同程度の長さの波長の波でなければあまり影響が現われないと思われるので、この結果は理屈にあっているといえる。例えば、横クラックの長さを 0.5mm とすると、その程度の長さの波長の波として振動数を概算すると、複合材料中の波の速度を縦波(E/ρ)^{1/2}で仮定して約 5MHz ($E \div 18\text{GPa}$, $\rho \div 2000\text{Kg/m}^3$, $C_0 \div 3000\text{m/s}$) となる。超音波の振動数に相当する。解析したフーリエ成分の最小振動数は約 10KHz であった。

入力応力パルスの幅を 1/2 波長と仮定した場合の振動数は約 14KHz（波長にすると約 200m）となる。このように長い波長の応力パルスでも時系列解析を行うとある程度影響を取り出すことができる。時系列解析でも超音波のようにもっと波長の短い応力波を利用すると更により結果が得られることが予想される。

5. 結論

疲労した試験片に応力パルスを伝播させ、その波が試験片の両端を往復する際の応答波形を時系列波形と仮定して解析した結果は、理論的推測を裏付けるものであった。

この結果は、時系列解析が非破壊的に疲労の度

合を検出する方法として適用できることを示唆している。

フーリエ解析では疲労の度合を明確に検出することはできなかった。フーリエ解析では、衝撃により発生させた応力波では波長が長すぎるようである。フーリエ解析、時系列解析のいずれにおいても超音波の利用を試みることは有用であると思われる。

6. 参考文献

- [1] Otani N., Hashimoto S., Matsumoto H. and Miyazaki T., Proc. Asian Pacific Conference for Fracture and Strength, 1996, pp.369-373
- [2] Hashimoto S. and Otani N., Abstract Proc. SEM Spring Conference on Exp. Mech., 1997, pp.222-223
- [3] 小山高専研究紀要、第 30 号、平成 10 年、pp.55-59.

(受理年月日 1998年 8月17日)

