

光弾性実験と有限要素法

Photoelastic Method and Finite Element Method

山下 進, 上馬 信之*, 中村 孝**
飯塚 清貴***, 橋本 彰三, 山崎 良一****

Susumu YAMASHITA, Nobuyuki KAMIUMA, Takashi NAKAMURA
Kiyotaka IIZUKA, Shozo HASHIMOTO, Ryoichi YAMAZAKI

1. はじめに

光弾性実験法は、David Brewsterの発見が基となった、偏光を利用して生じる縞模様から、応力分布を可視化する実験法である。この方法は、材料に作用する応力分布を視覚的に把握でき、応力集中の度合や発生する場所を簡単に見出すことができる¹⁾。

しかし、材料の内部や、未知の荷重が作用する境界での主応力の値を解析するのは、比較的困難である。

一方、汎用数値計算手法の一つである有限要素法は、あらゆる理工学分野において、その適用性が確認されている。この有限要素法は、適当な要素分割と、正しい境界条件を与えれば、高い精度の解析結果を得ることができる。

このような背景から、有限要素法の解析結果を光弾性実験で確認することや、光弾性実験では解析しにくい部分について、有限要素法などの数値計算手法を援用するなど、両者の特色を生かした解析が望ましいと考えられる。

筆者等は、有限要素法を援用して、既に得られている光弾性実験結果を再現する境界条件を見出すことや、理論的な検証を行ってきた^{2) 4)}。

本論では、

1. シールドトンネル覆工セグメント継手部
(ピン・ホゾ形式)
2. 十字型ラーメン隅角部
3. 推力が作用する平板突き合わせセグメント継手部

なる3つの適用例を示し、その有用性を明らかにする。

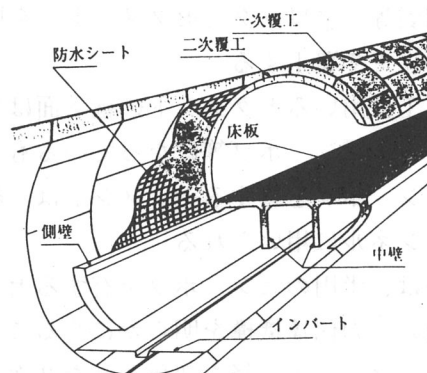
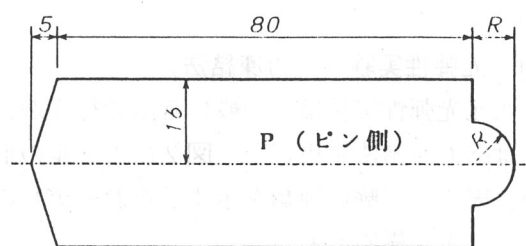
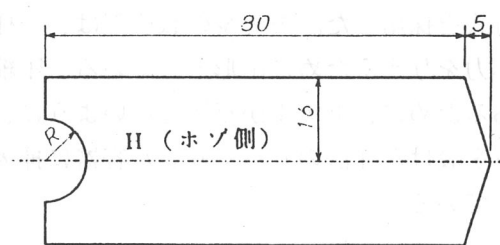


図1 トンネル覆工構造¹⁾



(a) ピン側



(b) ホゾ側

図2 モデルの形状寸法

表1 モデルの種類

記号	ピン・ホゾ の直径 mm	モデルの 厚さ mm	荷重 kg f
JA-4R	8	9.8	3.2
JA-6R	12	9.8	3.2
JA-8R	16	9.8	3.2
JA-10R	20	9.8	3.2
JA-12R	24	9.8	3.2
JA-14R	28	9.8	3.2

* 平成8年度機械工学科卒業生(現岩手大学工学部学生)

** 平成9年度機械工学科卒業生(現両毛システムズ勤務)

*** 平成10年度機械工学科卒業生

**** 東京都立大学工学部土木工学科助教授

2. 適用例

2-1 シールドトンネル覆工セグメント継手部

(ピン・ホゾ形式)

シールドトンネルの周辺地山の土圧、水圧等を受け、トンネル内空を確保するための構造体を覆工という(図1)。この覆工には一次覆工と二次覆工(仕上げ、補強)とがあり、一般に一次覆工は掘削直後、数個に分割した鉄筋コンクリート製または鋼製等のブロック(セグメント)を円形などに組み立てて覆工する。

一次覆工に用いるセグメントの継手面はフラットのもの、ピン・ホゾ等になっているものがあり、ピン・ホゾを有するセグメントは一般に小口径のトンネルに用いられる。

筆者等は、半円のピン・ホゾを有するセグメント継手面の応力伝達機構を明らかにすることを目的として、ピン・ホゾ径を変化させた2次元光弾性実験を行った。

2-1-1 光弾性実験(応力凍結法)

2次元光弾性実験は、一般に常温で行うが、ここでは応力凍結法を用いた。図2にモデルの形状寸法、表1に実験の種類を示す。なおモデルの材質はエポキシ樹脂である。

モデルへの载荷は、デッドウェイトによる直接载荷方式を採用した。モデルの载荷部は、一様な圧縮応力を与えるために山形としている。圧縮荷重であるために、モデルが座屈しないように、ガラス窓を設けた寸法のしっかりした容器に挿入し载荷している。

2-1-2 有限要素法による数値解析

この問題は、同一材料間の接触問題であるため、接触条件である「接触面での力と変位の連続性(接触が完全)」を考慮に入れて計算を実行すると、一体の帯板の圧縮問題になってしまう。実際光弾性実験で得られた縞模様を見ると、ピン・ホゾ部で応力集中が見られ、連続性が不完全であることがわかる。そこで、実験の条件を再現できるように、境界条件を何段階かに分けて計算し、あとで合成させる方法を採用した。

解析に用いたモデルは、図3に示すように対象性を考慮して上半分のみとしている。また計算に用いた定数は以下のものである。

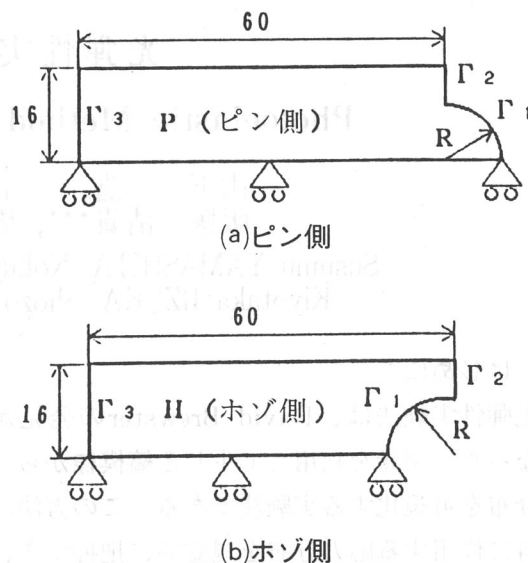


図3 数値計算モデル

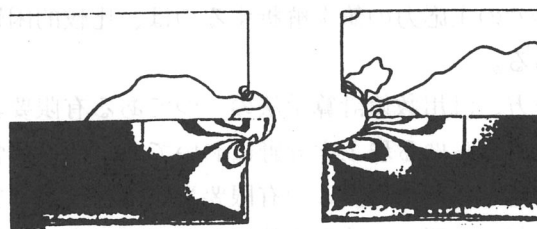


図4 結果の比較(条件1)($R=4\text{mm}$)

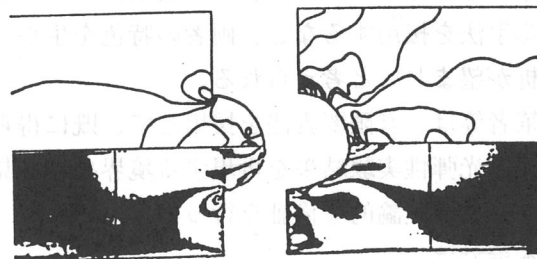


図5 結果の比較(条件2)($R=6\text{mm}$)

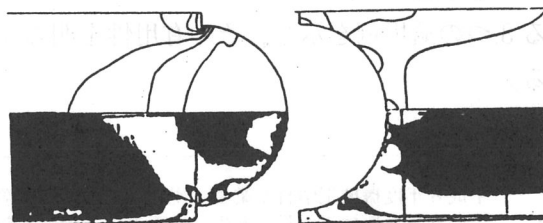


図6 結果の比較(条件3)($R=14\text{mm}$)

○ヤング率：2.0kgf/mm² ○Poisson比：0.5

○板厚：9.8mm ○光弾性感度：40.0mm/kgf

解析条件として以下の4種類の条件を設定した。

〔条件1〕 ピン・ホゾ面(Γ_1)にクリアランスがあるとする。したがって応力伝達はフラット面(Γ_2)を通して行われる。境界条件は端面(Γ_3)に一樣圧縮応力を与え、面 Γ_2 は水平方向(x方向)を固定、垂直方向(y方向)をフリーとする。

〔条件2〕 条件1での計算では、ピン・ホゾ面(Γ_1)の変位を拘束していないため、それぞれの面の変位はオーバーラップする。このオーバーラップした変位を半分ずつ戻す。条件1の計算で変形した形状を初期の形状として、フラット面(Γ_2)と端面(Γ_3)をx方向のみ拘束する変位条件を与えた。この結果の応力分布を、条件1の応力分布に重ね合わせる。

〔条件3〕 ピン・ホゾ面(Γ_1)のみ接触しており、フラット面(Γ_2)は接触していないとする。面 Γ_1 の変位は拘束し、面 Γ_2 をフリーとし、端面(Γ_3)に条件1と同じ一樣圧縮応力を与える。

〔条件4〕 ピン・ホゾ面(Γ_1)の一部分とフラット面(Γ_2)の全体が接触しているとするもので、面 Γ_1 の節点を一つおきに拘束する。残りの一つおきの節点はフリーとする。面 Γ_2 はx方向のみ拘束する。端面(Γ_3)には条件1と同じ一樣圧縮応力を与える。

2-1-3 結果の比較および考察

有限要素法による計算結果と光弾性実験の結果を示す。各図の上が有限要素法による計算結果、下が光弾性実験の結果である。なおここでは、各条件での数値計算結果の中から、最も実験結果を再現していると思われるものを示している。

条件1の場合の結果(半径4mm)を図4に示す。この条件は、ピン・ホゾ面(Γ_1)が接触していないので、ホゾ側セグメントについては、丸孔切り欠きをもつ帯板の引張・圧縮の場合と同じになる。半径が小さい場合には、この境界条件に近くなる傾向があることが明らかになった。すなわち、半径が小さくなると、面 Γ_1 がたとえ接触していても、その影響が少なく、フラット面(Γ_2)における応力伝達が主力となるためと考えられる。

条件2の場合の結果(半径6mm)を図5に示す。ピン・ホゾの半径が中間の場合は、この境界条件

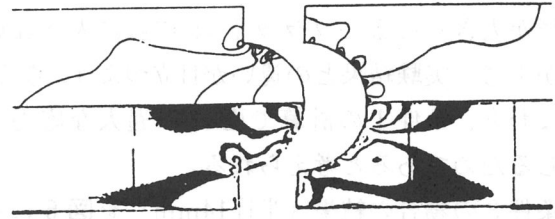


図7 結果の比較(条件4)($R=10\text{mm}$)

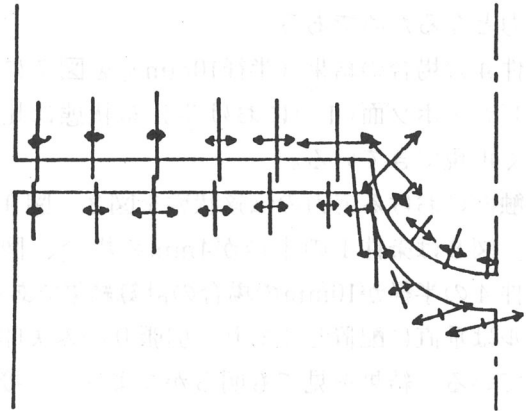


図8 接触面の応力分布(条件1)($R=4\text{mm}$)

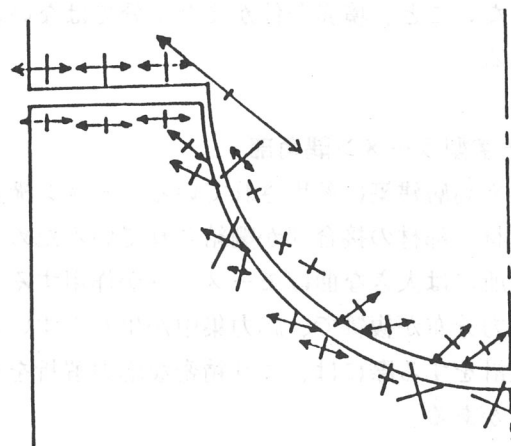


図9 接触面の応力分布(条件4)($R=10\text{mm}$)

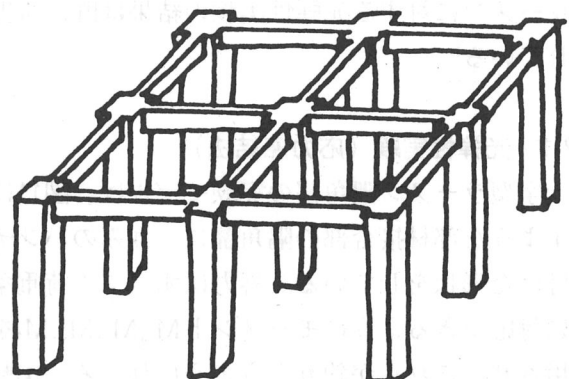


図10 ラーメン構造の一例⁵⁾

での計算結果が最も近似している。この条件では、半径が大きくなるとフラット面(Γ_2)に大きな応力が生じ、実験結果との違いが目立つようになる。すなわち、条件1の計算で面 Γ_2 に過大な応力が生じるためであると考えられる。

条件3の場合の結果(半径14mm)を図6に示す。ピン・ホゾ半径が大きな場合によく近似する。すなわち、ピン・ホゾ面(Γ_1)を通した応力伝達が主力となるためである。

条件4の場合の結果(半径10mm)を図7に示す。ピン・ホゾ面(Γ_1)における分布状態は比較的よく再現できている。

接触面における応力の伝達状態を図8、図9に示す。図8は条件1の半径が4mmの場合、図9は条件4の半径が10mmの場合の計算結果である。モデルは垂直に配置しており、引張りのみ矢印が付いている。結果を見ても明らかなように、接触面での応力状態の一致は得られていない。この原因として考えられるのは、計算した応力は接触面に沿う要素内全体の値で、境界(接触面)での応力ではないこと、境界条件がまだ十分ではないことである。

2-2 十字型ラーメン隅角部

橋梁や高層建築に多用されているラーメン構造は、部材と部材の接合部が剛結されているため、その箇所には大きな曲げモーメントが作用する。また応力分布が複雑で、応力集中が生じやすいため、設計をする際には、より精密な応力解析を行う必要がある。

高層建築に見られる構造は、図10に示すような立体ラーメン構造⁵⁾である。これを2次元的に見れば、その接合部は十字型をしている。この十字型ラーメンに対する光弾性実験の結果は既に報告されている¹⁾。

2-2-1 光弾性実験(応力凍結法)

十字型ラーメン隅角部の実験モデルは、図11に示すような部材接合部の隅角部に、丸みのハンチを付けた形状をしている。外力はすべての荷重条件に対応できるようにモーメント M_1, M_2, M_3, M_4 を作用させ、これらが釣り合うように与える。実験材料は、等色線用にエポキシ樹脂、等傾線用にアクリライト板を使用した。

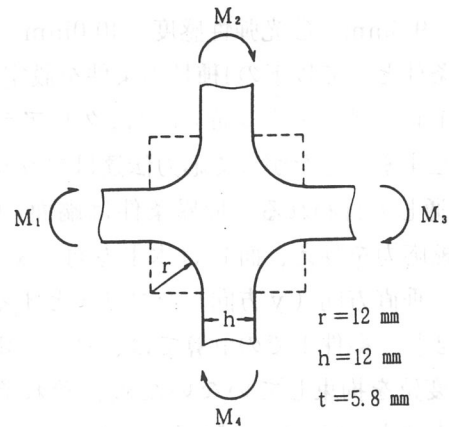


図11 光弾性実験モデル

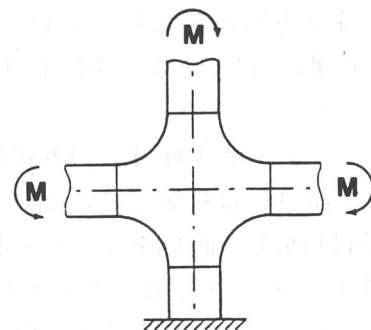
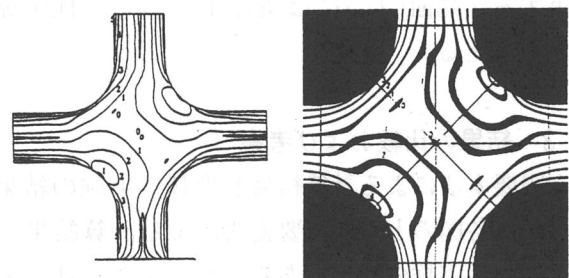


図12 数値計算モデル



(a)有限要素法

(b)光弾性実験

図13 結果の比較

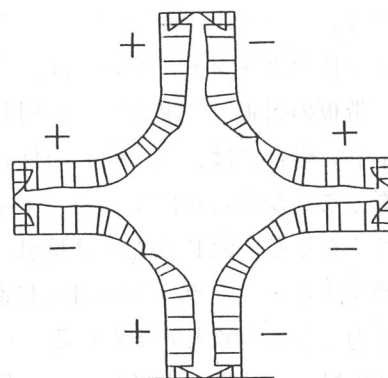


図14 へりの縞次数分布

2-2-2 有限要素法による数値解析

解析モデルは、図12に示すように底辺を固定し、上部分と右部分に右回りのモーメントを、左部分に左回りのモーメントを与えたものである。ここでモーメントの大きさは $123.05\text{kgf}\cdot\text{mm}$ とした。また計算に用いた定数は以下のである。

○ヤング率： $408.16\text{kgf}/\text{mm}^2$ ○Poisson比：0.4
○板厚：5.84mm ○光弾性感度： $0.93\text{mm}/\text{kgf}$

要素分割は光弾性実験結果において、ハンチ部分に応力が集中していることを考慮し、その部分を細かくした。

2-2-3 結果の比較および考察

図13は光弾性実験で得られた等色線写真と有限要素法で得られた縞次数の等値線図である。この2つを比較すると、応力分布はほぼ一致しており、実験結果が理論的に立証された。

図14はへりの部分の縞次数分布を表している。+は引張状態、-は圧縮状態を示す。

2-3 推力が作用する平板突き合わせセグメント継手部

シールドトンネル覆工は、周辺地山からの外力を支えるとともに、シールドの推進に利用される。このようなことから、平板突き合わせセグメントによる基礎的な推力実験が行われた⁶⁾。図15はセグメントに作用する力を示している。

2-3-1 光弾性実験（応力凍結法）

実験に使用した光弾性材料は、エポキシ樹脂である。実験モデルの形状は図16に示すような、平板型で2個の凸型セグメントが突き合わされている。厚さは10mmである。モデルは図17に示すように、載荷装置の鋼枠の中にはめ込まれ、トンネル軸方向にスプレッダーシュューを介して、荷重がかけられる。トンネル円周方向の軸力は、鋼とエポキシ樹脂の線膨張係数の相違を利用している。

2-3-2 有限要素法による数値解析

最初の適用例と同様にこの問題も同一材料間の接触問題であり、接触が完全であれば、一体の帯板の圧縮問題である。しかし、実際には縞模様を見ると、特に接触部分は複雑な分布をしている。

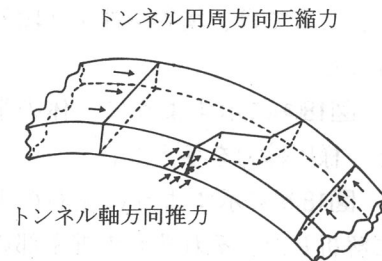
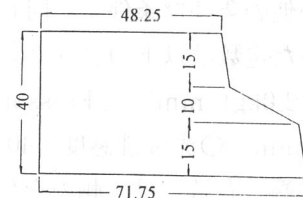
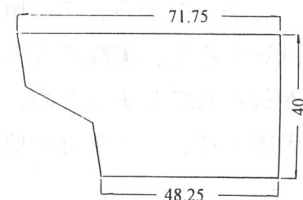


図15 セグメントに作用する力



(a)左側部分



(b)右側部分

図16 モデルの形状寸法

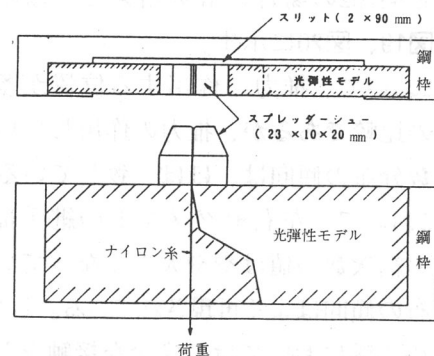
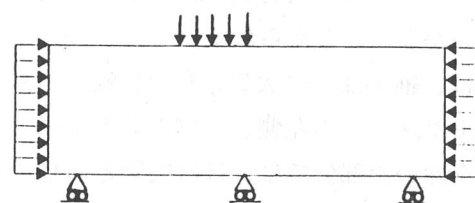
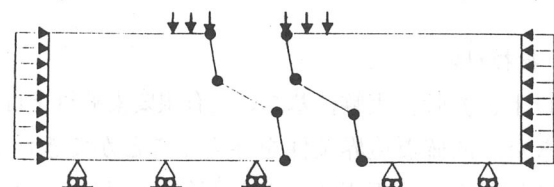


図17 推力試験



(a)条件1（一体の帯板）



(b)条件2（左右分割）

図18 数値計算モデル

したがって、ここでは、境界条件を2段階に分けて計算を行った。

〔条件1〕 図18(a)に示すように一体の帯板と考え、推力と一様圧縮力を与えた。

〔条件2〕 図18(b)に示すように左右のセグメントを別々に解析した。それぞれの継手部の4つの頂点に、条件1で計算した変位を境界条件として与えた。その他の条件は条件1と同じである。なお計算に用いた定数は以下のようなものである。

○ヤング率：2.0kgf/mm² ○Poisson比：0.5

○板厚：10.0mm ○光弾性感度：40.0mm/kgf

モデルの左端、右端では、軸力を与えるかわりに、鋼とエポキシの線膨張係数の差より計算した変位を与えた。しかしながら、この値を境界条件として与えて計算すると、実験で得られた縞次数の約2倍の値が得られてしまうため、実際には寸法のがた等を考慮して、その半分の値を強制変位として与えた。

2-3-3 結果の比較および考察

条件1と条件2の場合の計算結果と実験結果をそれぞれ図19、図20に示す。

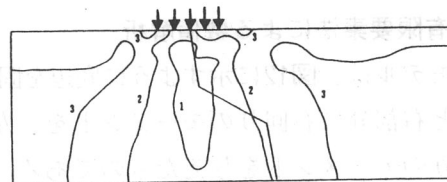
条件1において、推力の作用する位置が多少違うモデルの比較であるが、推力の作用している付近の縞次数分布の傾向は、ほぼ一致している。

条件2において、左右セグメントの継手部分の頂点付近の縞次数の値はやや大きくなっているものの、分布の傾向はよく再現されている。したがって、実際の実験においては、完全な接触をしているわけではなく、頂点を含んだ何ヶ所かの部分で接触しているため、条件2のような境界条件ではば間違いがないと考えられる。

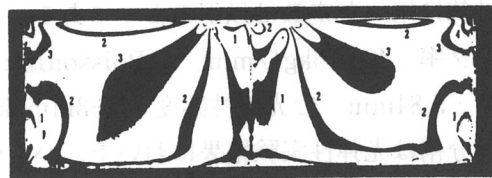
図21は、継手部の縞次数分布を比較したものである。セグメントの左側、右側部分ともに、上下の端部を除いた部分では、ほぼ実験と同様の結果が得られている。端部での境界条件は、今後の課題である。

3. おわりに

以上、光弾性実験に基づいた有限要素解析を行ってきた。的確な境界条件を与えることができれば、実験結果をよく再現することが確認され、改めて光弾性実験と有限要素法の組み合わせによる解析の有用性が明らかにされた。

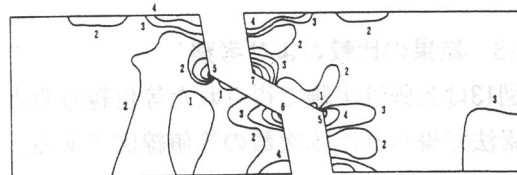


(a)有限要素法



(b)光弾性実験

図19 結果の比較 (条件1)

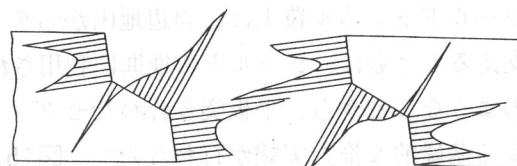


(a)有限要素法

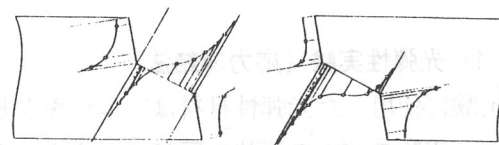


(b)光弾性実験

図20 結果の比較 (条件2)



(a)有限要素法



(b)光弾性実験

図21 継手部の縞次数分布

〔参考文献〕

- 1) 山崎, 三浦: 光弾性実験構造解析, 日刊工業新聞社.
- 2) 橋本, 山下, 山崎: シールドトンネル覆工セグメント継手部の応力解析, 日本光弾性学会第18回研究発表講演会講演論文集, No.18, pp95-98(1996).
- 3) 橋本, 山下, 山崎: シールドトンネル覆工セグメント継手部の応力解析Ⅱ, 日本光弾性学会第19回研究発表講演会講演論文集, No.19, pp141-144(1997).
- 4) 山下, 橋本, 山崎: 平板突き合わせセグメント継手部のFEM解析, 日本光弾性学会第20回研究発表講演会講演論文集, No.20, pp53-56(1998).
- 5) 尾上: 図解鉄筋コンクリート造建築入門, 井上書院.
- 6) 山崎, 今田, 野本他: シールドトンネル覆工応力について (5), 日本光弾性学会第19回研究発表講演会講演論文集, No.19, pp137-140(1997).

(受理年月日 1998年9月30日)