

プロセス制御系設計用CADソフト(その21)
—特性変動をともなう空調システムへのPID制御の適用—

西脇 昭雄・黒須 茂・吉越 剛*

CAD System for Designing Control Systems
—Application of PID control to Air-conditioned System
with Change of characteristics—

Akio NISHIWAKI, Shigeru KUROSU, Takeshi YOSHIGOE*

1. はじめに

つねに外乱の影響下にさらされている空調空間は、運転時に定常特性を測定することが難しい。とくに、冷水弁の開度を操作量 m としたとき、0%と100%の近傍(全閉と全開)ではその特性を明確にする事は不可能であり、推量の領域を出ない。しかしながら、何度かのステップ応答実験から

手動リセット量: $m_0 = 30\%$ のとき
ゲイン定数 $K = 0.12 [^\circ\text{C}/\%]$
時定数 $T = 16 [\text{min}]$
むだ時間 $L = 3 [\text{min}]$

という測定データがえられ、このデータは信頼できそうであった。本研究で対象とする空調空間の特徴として、ゲイン定数 K と時定数 T が操作量 u の関数であり、 $m_0 = 30\%$ 付近の特性値は信頼できると仮定し、他の領域はデータから推定して求めると、Fig.1に示すようになる。

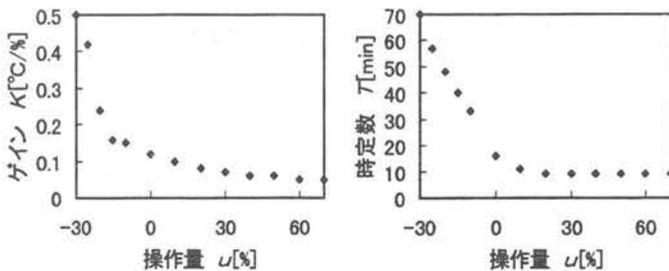


Fig.1 特性値の変動

2. PID制御系

冷房モードにおける部屋の温度制御は、操作量

を冷水バルブの開度、制御量を部屋の温度とする1入力1出力の制御系となる。ここで、部屋の伝達関数 $G_p(s)$ は1次おくれ+むだ時間系とし、つぎのように与える。

$$G_p(s) = \frac{-K(u)e^{-Ls}}{1+T(u)s} \quad (1)$$

ただし K は定常ゲイン、 T は時定数、 L はむだ時間である。コントローラは一般的なアナログコントローラを想定し、伝達関数 $G_c(s)$ をつぎのように与える。

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (2)$$

ただし k_p, k_i, k_d は比例、積分、微分ゲインである。このときの制御系はFig.2のようなブロック線

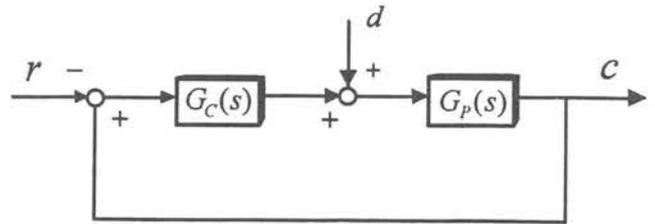


Fig.2 PID制御系

図で示される。

3. 空調空間のパラメータ

ステップ応答の測定データより、ゲイン定数 K を算出し、操作量 u に対して冷却熱量 Ku を求め、手動リセット量 $m_0 = 30\%$ を基準としたときの、ゲイン定数 K_0 と時定数 T_0 の変動分に対する

* 平成10年度機械工学科卒業生(現ソニーマックス(株))

相対比率 $\Delta K/K_0$, $\Delta T/T_0$ を求めると, Table 1 のようになる.

Table 1 空調空間のパラメータ

u	K	T	K/T	Ku	$ \Delta K/K_0 $	$ \Delta T/T_0 $
-30	0.50	70	7.14	-15.0	316	337
-25	0.42	57	7.36	-10.5	250	256
-20	0.24	48	5.00	-4.8	100	200
-15	0.16	40	4.00	-2.4	33	150
-10	0.15	33	4.54	-1.5	25	106
0	0.12	16	4.50	0	0	0
10	0.1	11	9.09	1.0	16	31
20	0.075	9	8.33	1.5	37	43
30	0.07	9	7.77	2.1	42	43
40	0.065	9	7.22	2.6	45	43
50	0.06	9	6.66	3.0	50	43
60	0.053	9	5.88	3.18	56	43
70	0.05	9	5.55	3.5	58	43

Table 1を u に対して図示すると, Fig.3のようになる.

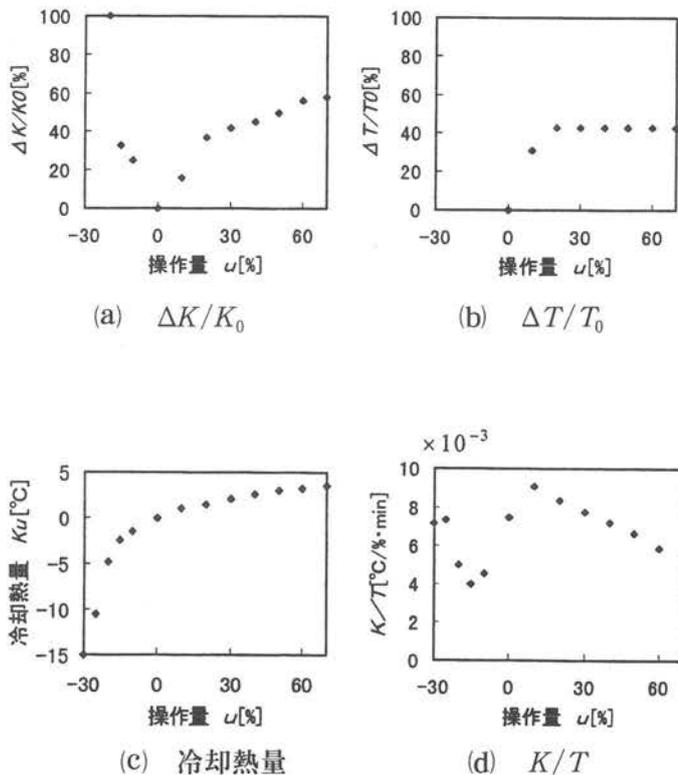


Fig.3 空調空間のパラメータ

Fig.3 (d)より, K/T の値が操作量 $u = 10\%$ のところで一番大きくなり, $u = -15\%$ のところで一番小さくなっていることがわかる. 操作量が $u = -15\%$ のプラントは先に述べる Table.2の結果より限界ゲイン(安定限界)が一番高い. つまり, ゲイン定数に対する時定数の割合が大きいとプラ

ントは安定であるということになる.

4. 限界ゲイン, 限界周期の算出

操作量 u が $-30 \sim 70\%$ において 10% 毎に動作点とした時, 限界感度法によって限界ゲイン K_u と, 限界周期 P_u を求めると, Table 2のようになる.

Table 2 限界ゲイン と限界周期

操作量 u	限界ゲイン K_u	限界周期 P_u
-30	74.36	11.83
-25	72.41	11.78
-20	107.03	11.75
-15	134.58	11.68
-10	119.15	11.61
0	75.01	11.23
10	63.98	10.93
20	71.41	10.74
30	76.51	10.74
40	82.39	10.74
50	89.26	10.74
60	101.05	10.74
70	107.11	10.74

このTable 2の限界ゲイン K_u の値より, $u = -15\%$ のプラントは, 一番安定限界から遠い, そして $u = 10\%$ のプラントは, 一番安定限界に近いことが分かる. Table 2の結果を図示すると Fig.4のようになる.

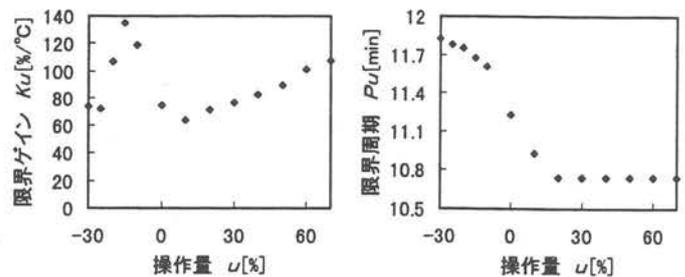


Fig.4 限界ゲイン K_u と限界周期 P_u

5. 動作点での手動リセット量 m_0 による特性値の変動

プラントのパラメータであるゲイン定数 K を算出するさいに, 操作量 m に対する冷却熱量 $f(m)$ の微係数をとることにより, ゲイン定数 K を算出した. しかし, このとき冷却熱量 K_u を求めた場合, 実際の操作量 m が 100% 近くなると冷却熱量 K_u が下がるという矛盾が出てきた. そこで, 微係数をとるのではなく, 定常値が一致する

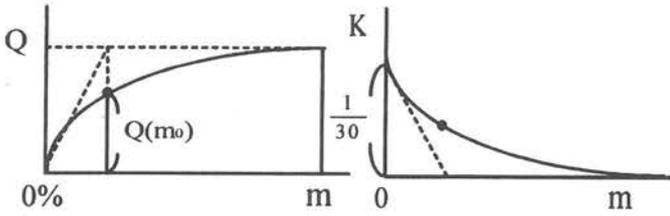
プロセス制御系設計用CADソフト(その21) -特性変動をともなう空調システムへのPID制御の適用-

ように準線形化している。その結果、操作量 m の基準値 m_0 によってゲイン定数 K は変動する。

○ 実際の操作量 m としたとき

冷却熱量 $Q = f(m)$
 $= 1 - e^{-\frac{1}{30}m}$

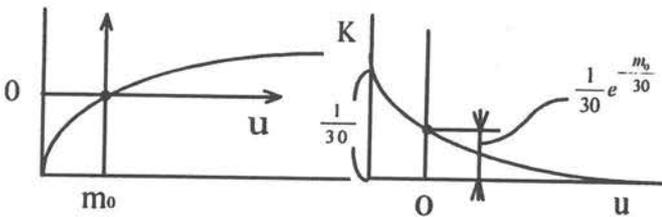
ゲイン定数 $\Delta Q = \frac{\partial f}{\partial m} \Delta m$
 $K = \frac{\partial f}{\partial m} = \frac{1}{30} e^{-\frac{m}{30}}$



○ 手動リセット量 m_0 を基準としたとき

冷却熱量 $Q = f(m_0 + u)$
 $= 1 - e^{-\frac{m_0 + u}{30}}$

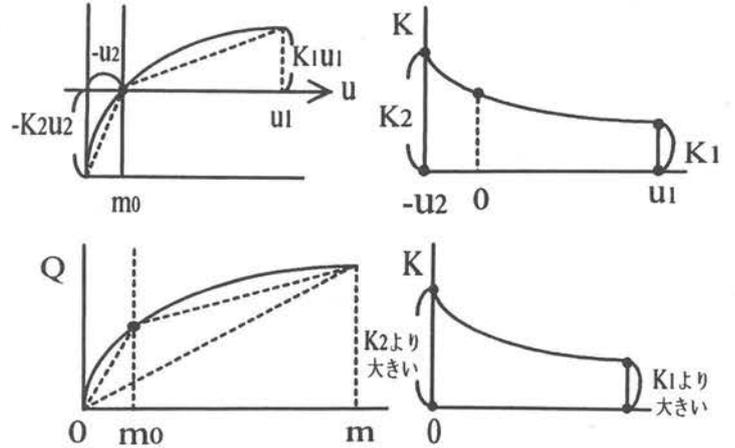
ゲイン定数 $K = \frac{\partial f}{\partial u} = \frac{1}{30} e^{-\frac{m_0 + u}{30}}$
 $= \frac{1}{30} e^{-\frac{m_0}{30}} e^{-\frac{u}{30}}$



$Q(m)$ にしても $Q(m_0)$ にしても微分値に変わりはない。それでは、なぜ手動リセット量 m_0 によってゲイン定数 K は変動するのか。それはもともと非線形関数 $f(u)$ を、物理的に矛盾しないように

$$f(u) = Ku \tag{7}$$

とおいてしまったことによる。

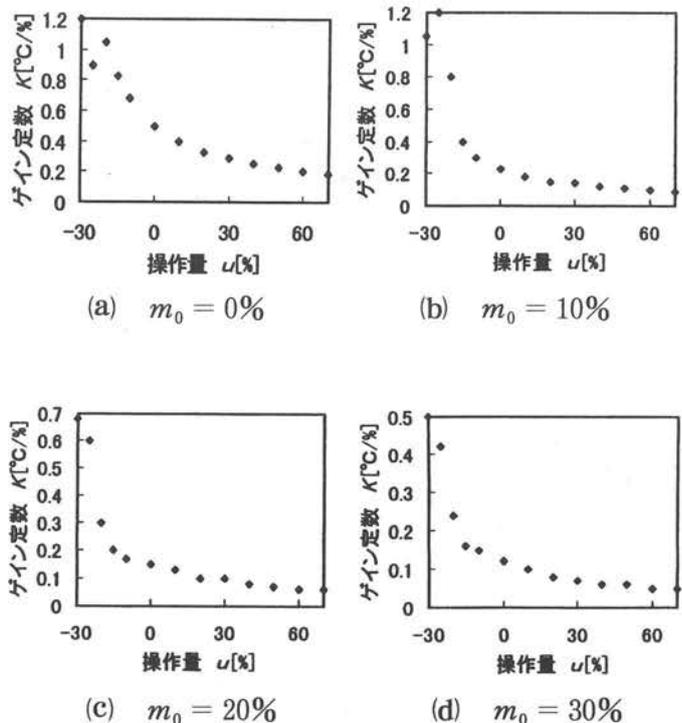


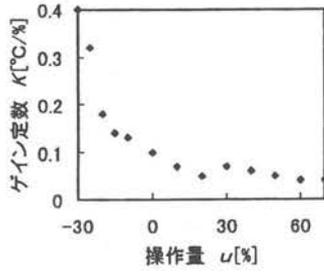
それでは実際に、手動リセット量を0~40%とにおいてゲイン定数 K を求めた結果をTable 3に示す。

Table 3 m に対するゲイン定数

実際の操作量 m	$m_0 = 0\%$	$m_0 = 10\%$	$m_0 = 20\%$	$m_0 = 30\%$	$m_0 = 40\%$
0	1.20	1.05	0.68	0.50	0.40
5	0.90	1.20	0.60	0.42	0.32
10	1.05	0.80	0.30	0.24	0.18
15	0.83	0.40	0.20	0.16	0.14
20	0.68	0.30	0.17	0.15	0.13
30	0.50	0.23	0.15	0.12	0.10
40	0.40	0.18	0.13	0.10	0.07
50	0.33	0.15	0.10	0.08	0.05
60	0.29	0.14	0.10	0.07	0.07
70	0.25	0.12	0.08	0.06	0.06
80	0.23	0.11	0.07	0.06	0.05
90	0.20	0.10	0.06	0.05	0.04
100	0.185	0.09	0.06	0.05	0.04

Table 3の結果をプロットするとFig.5に示すようになる。





(e) $m_0 = 40\%$

Fig.5 手動リセット量によるゲイン定数の変化

Fig.4を見ると4℃付近でのプラントの限界ゲイン(安定限界)は大きい. この理由は, 操作量の飽和によるものである. 4℃付近では目標値を変えた直後, 操作量が飽和してしまうために, 振動現象を呈してしまうことが分かる. (b)~(e)よりモデル誤差を考慮に入れたロバストPIDゲインを適用すると, 安定性が增大していることがわかる. モデル誤差が40%近くなると著しく応答の立ち上がり特性は悪化する.

6. 手動リセット量による応答の変化

限界感度法で求めたゲイン k_p, k_i, k_d よりロバスト性を考慮したコントローラのゲイン k'_p, k'_i, k'_d に修正するための式を次のように与える.

$$\left. \begin{aligned} k'_p &= (1 + \delta_p)k_p \\ k'_i &= (1 + \delta_i)k_i \\ k'_d &= (1 + \delta_d)k_d \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

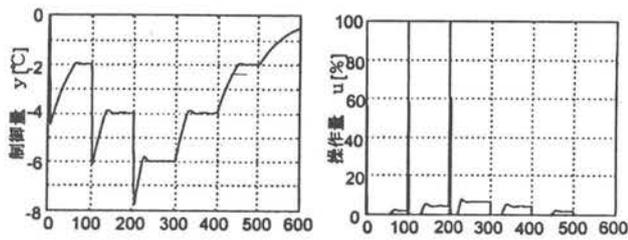
(8)の式より修正したコントローラのゲインを Table 4に示す.

Table 4 ロバストPIDゲイン

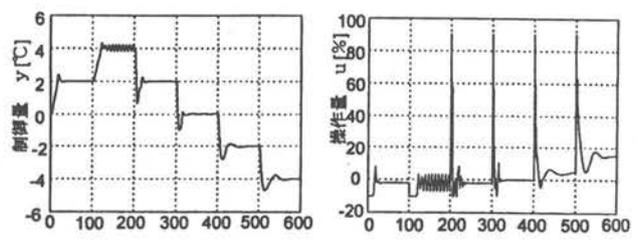
		限界感度法	モデル誤差 20%	モデル誤差 30%	モデル誤差 40%	モデル誤差 50%
$m_0 = 0\%$	K_p	18.59	13.30	12.77	6.27	3.84
	K_i	3.15	1.04	0.96	0.24	0.058
	K_d	27.32	17.24	14.3	13.45	13.28
$m_0 = 10\%$	K_p	19.28	13.77	13.21	6.56	4.08
	K_i	3.28	1.14	1.06	0.31	0.11
	K_d	28.34	17.83	14.8	13.91	13.74
$m_0 = 20\%$	K_p	63.08	44.96	43.09	21.72	13.81
	K_i	10.86	4.03	3.74	1.28	0.57
	K_d	91.46	57.32	48.78	44.74	44.18
$m_0 = 30\%$	K_p	45.01	31.83	30.41	16.15	11.02
	K_i	8.02	3.63	3.38	1.62	0.99
	K_d	63.01	38.93	32.47	30.43	30.04
$m_0 = 40\%$	K_p	54.84	38.53	36.70	20.38	14.67
	K_i	10.04	5.27	4.91	2.76	1.87
	K_d	74.58	45.51	38.07	35.62	35.15

Table 4の結果を用いて, 各手動リセット量に対するシミュレーションを実施した結果を Fig.6~ Fig.10に示す. この応答では, 部屋の温度の設定置を100分毎に2℃ずつ変化させている.

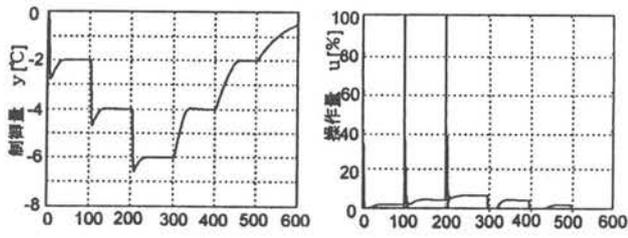
種々の手動リセット量での応答を比較すると, Fig.9の手動リセット量30%での応答が一番よい. Fig.9の(a)の限界感度法より求めた応答を見ると, 4℃付近で微かに振動している. しかし,



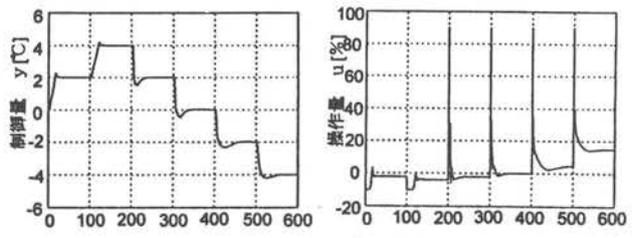
(a) 限界感度法



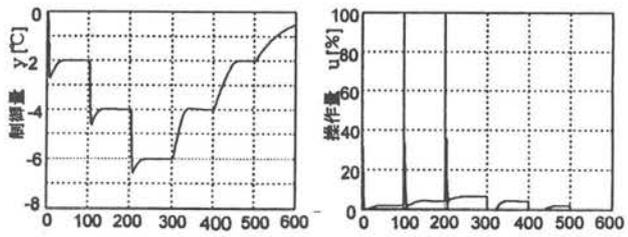
(a) 限界感度法



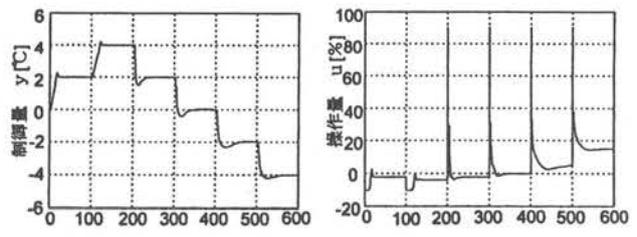
(b) モデル誤差20%



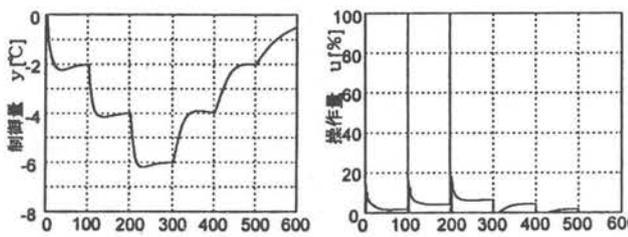
(b) モデル誤差20%



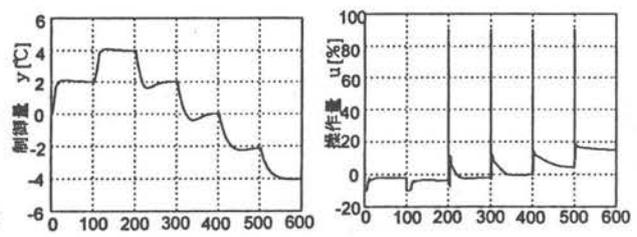
(c) モデル誤差30%



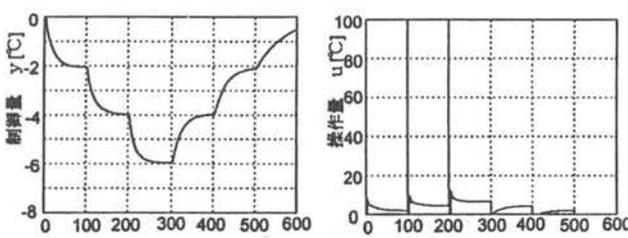
(c) モデル誤差30%



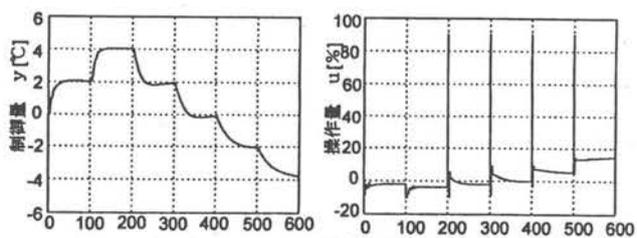
(d) モデル誤差40%



(d) モデル誤差40%



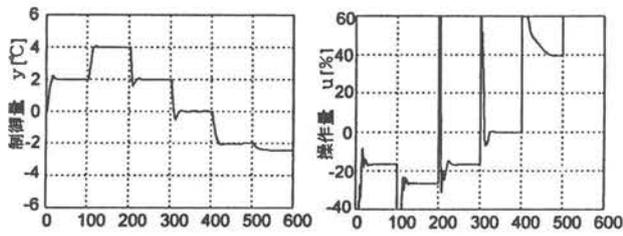
(e) モデル誤差50%



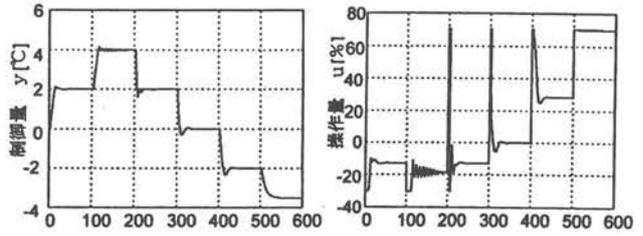
(e) モデル誤差50%

Fig.6 手動リセット量0%

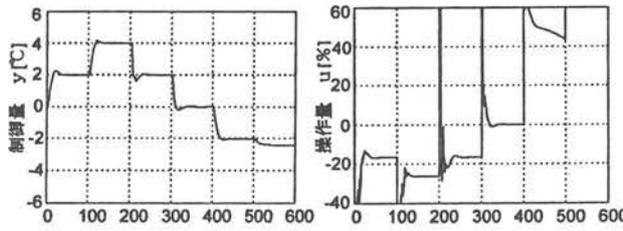
Fig.7 手動リセット量10%



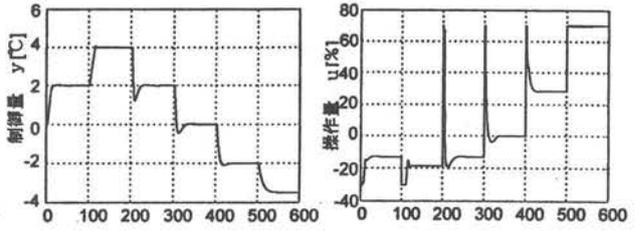
(a) 限界感度法



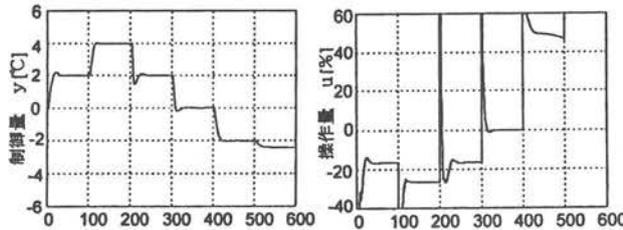
(a) 限界感度法



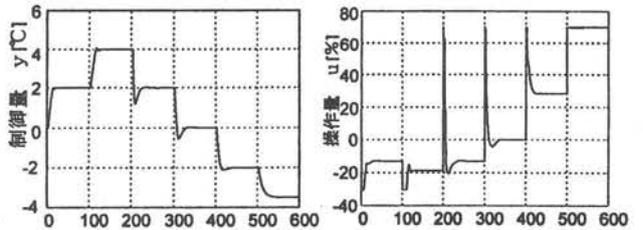
(b) モデル誤差20%



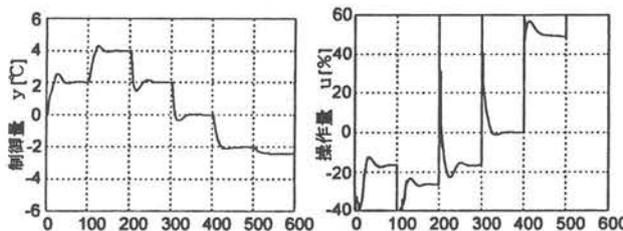
(b) モデル誤差20%



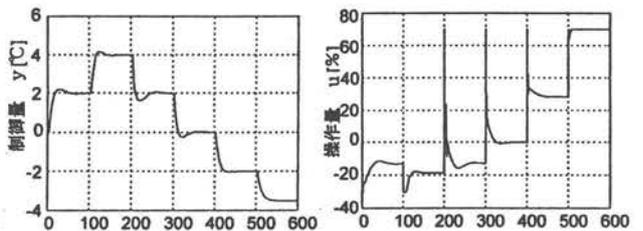
(c) モデル誤差30%



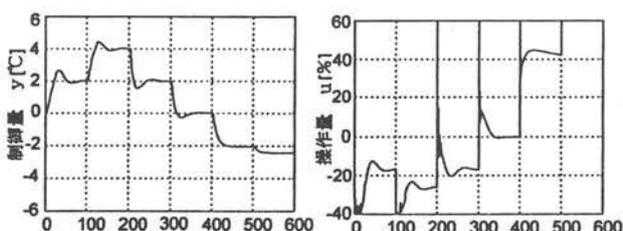
(c) モデル誤差30%



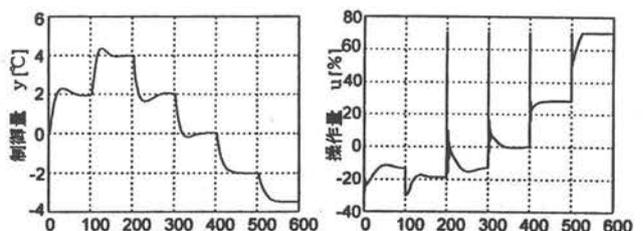
(d) モデル誤差40%



(d) モデル誤差40%



(e) モデル誤差50%



(e) モデル誤差50%

Fig.8 手動リセット量20%

Fig.9 手動リセット量30%

7. ベクトル軌跡による安定判別

Fig.9(a)の限界感度法で求めた応答では、4℃付近で振動していたが、Fig.4を見ると4℃付近の操作量での限界ゲイン(安定限界)は高いことから、操作量-30~0%の領域でベクトル軌跡を画くことで安定性を見る。

【周波数応答における安定条件】

- (i) 一巡伝達関数の位相 $\angle G(j\omega)H(j\omega)$ が -180° になる点において、そのゲイン $|G(j\omega)H(j\omega)|$ が1より小さい。
- (ii) 一巡伝達関数のゲイン $|G(j\omega)H(j\omega)|$ が1になる点において、その位相 $\angle G(j\omega)H(j\omega)$ が、 -180° より進んでいること。

一巡伝達関数をつぎのように示す。

$$G(s)H(s) = \frac{(k_d s^2 + k_p s + k_i) \cdot K e^{-L_p s}}{s(Ts+1)} \quad (12)$$

$$= \frac{(k_d K s^2 + k_p K s + k_i K)}{Ts^2 + s} e^{-L_p s}$$

(12)の式に各操作量のパラメータを代入し、ベクトル軌跡を画いた結果をつぎに示す。

【 $u = -30\%$ での安定性】

$$G(s)H(s) = \frac{31.5s^2 + 22.5s + 4.01}{70s^2 + s} e^{-3s}$$

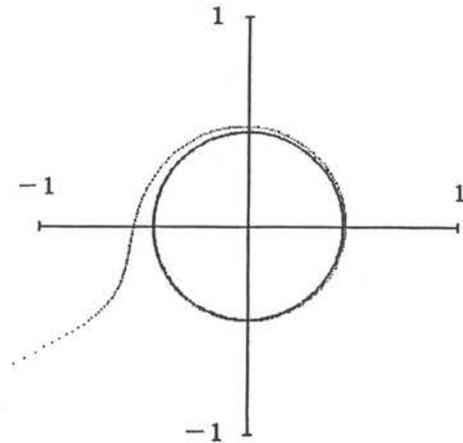
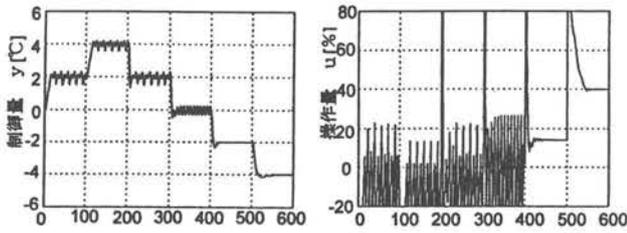
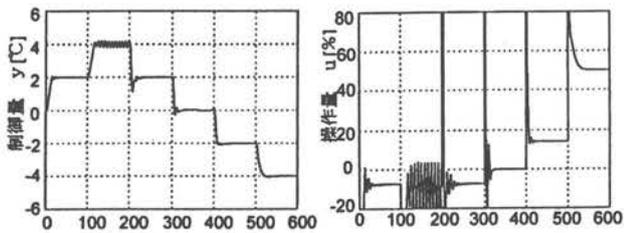


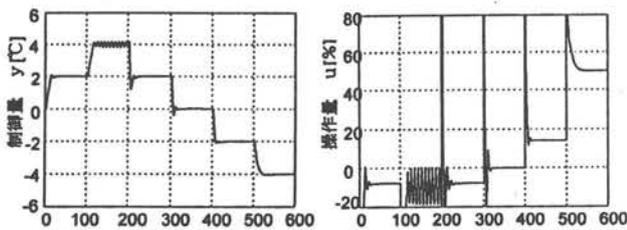
Fig.11



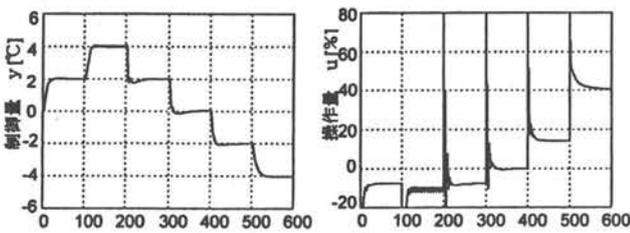
(a) 限界感度法



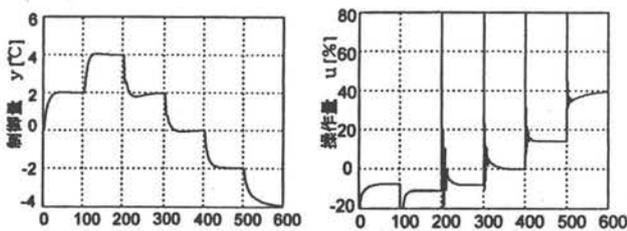
(b) モデル誤差20%



(c) モデル誤差30%



(d) モデル誤差40%

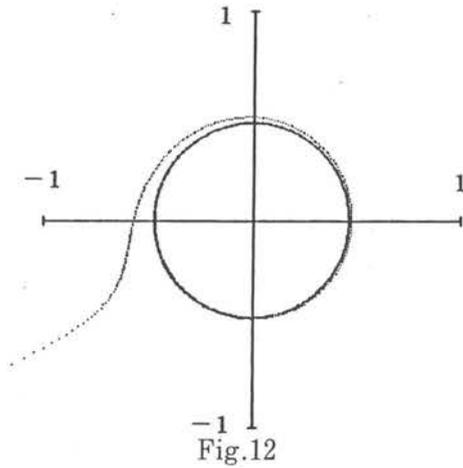


(e) モデル誤差50%

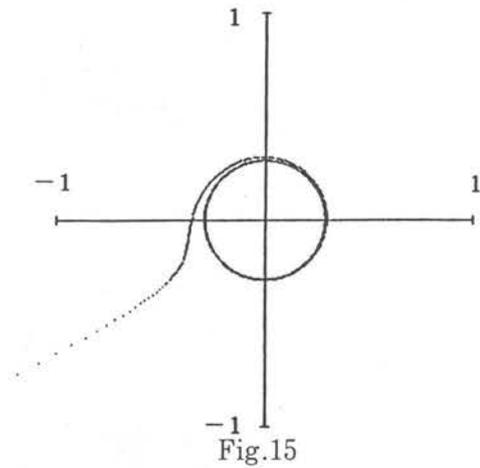
Fig.10 手動リセット量40%

【 $u = -25\%$ での安定性】

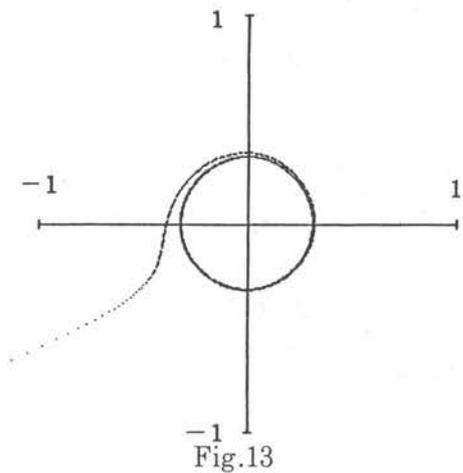
$$G(s)H(s) = \frac{26.46s^2 + 18.9s + 3.37}{57s^2 + s} e^{-3s}$$

【 $u = -10\%$ での安定性】

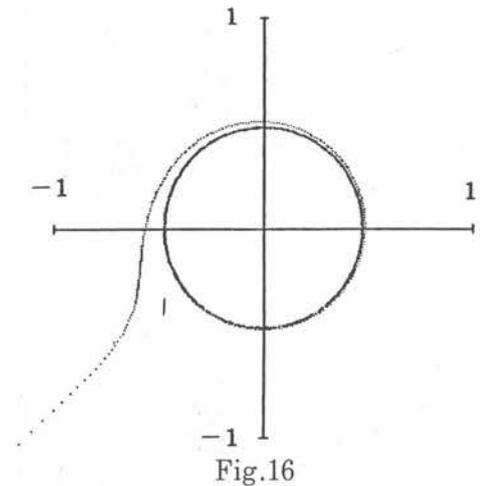
$$G(s)H(s) = \frac{9.45s^2 + 6.75s + 1.2}{33s^2 + s} e^{-3s}$$

【 $u = -20\%$ での安定性】

$$G(s)H(s) = \frac{15.12s^2 + 10.8s + 1.92}{48s^2 + s} e^{-3s}$$

【 $u = 0\%$ での安定性】

$$G(s)H(s) = \frac{7.56s^2 + 5.4s + 0.96}{16s^2 + s} e^{-3s}$$

【 $u = -15\%$ での安定性】

$$G(s)H(s) = \frac{10.1s^2 + 7.2s + 1.28}{40s^2 + s} e^{-3s}$$

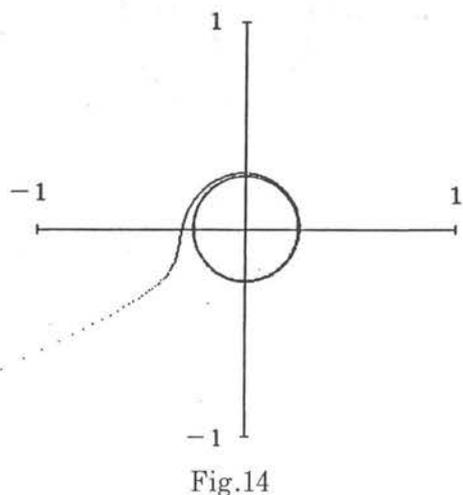


Fig.11～Fig.16の結果を見ると、操作量がマイナスの領域でも全て安定条件は満たされていることがわかる。またFig.14より操作量-15%におけるプラントが、一番ゲイン余裕が大きいことからFig.4の限界ゲインのグラフと同様の結果が得られていることが分かる。

8. おわりに

手動リセット量を30%としたとき、応答をとってみると、目標値を上げたとき、つまり操作量がマイナスになった場合、振動現象を呈するという結果が得られた。しかし、限界ゲインの結果を見ると、操作量が小さい領域では安定性が高い。

そこで、周波数応答におけるベクトル軌跡を画いてみたが、限界ゲインの結果と同じように、操作量がマイナスの領域でも安定条件は満たされていた。同様に、ラウス・フルビッツの方法で安定性を見たが、ベクトル軌跡による結果と同じであった。では、シミュレーションではなぜ振動現象を呈してしまったのか。それは、操作量の飽和によるものである。しかしながら、限界感度法による応答では、操作量の少ない領域において不安定であったが、ロバストPIDゲインを適用することによって、安定化する可能性を確認した。

参考文献

- 1) 松葉ほか：ステップ応答によるシステム同定 (その1), (1997)
- 2) 黒須 茂：制御工学入門, パワー社

「受理年月日 1999年7月30日」