

プロセス制御系設計用CADソフト(その23) —プラントの特性変動を考慮した H_∞ 補償器(その2)—

上村 靖司, 黒須 茂, 山崎 敬則*, 加藤 敦史**, 野田 善之***

Seiji KAMIMURA, Shigeru KUROSU, Takanori YAMAZAKI*,
Atsushi KATO**, Yoshiyuki NODA***

CAD Software for Designing Process Control System (Part 23) — Design of H_∞ Compensator for Plant with Changes in Characteristics (Part 2) —

1. はじめに

本稿では, ロバスト制御系設計の代表的な手法である H_∞ 制御を用いて, プラント(1次おくれ+むだ時間)の特性が変動しても安定性を保証する補償器の設計を行う. また, 設計された H_∞ 補償器と従来のPID補償器の特性も比較している.

2. 制御対象

制御対象は1次おくれ+むだ時間系の式(1)とし,

$$P(s) = \frac{K_p}{1 + T_p s} e^{-L_p s} \quad (1)$$

プラントゲイン $K_p=0.1$, 時定数 $T_p=15\text{min}$, むだ時間 $L_p=3\text{min}$ とした. H_∞ 補償器を設計する場合には, むだ時間を2次のパデで有理関数に近似した式(2)を用いている.

$$P(s) = \frac{b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} \quad (2)$$

ここで,

$$a_0 = T_p L_p^2, a_1 = (6T_p L_p + L_p^2)/a_0, \\ a_2 = (12T_p + 6L_p)/a_0, a_3 = 12/a_0, \quad (3)$$

$$b_1 = K_p L_p^2/a_0, b_2 = -6K_p L_p/a_0, b_3 = 12K_p/a_0$$

である. 2次のパデ近似を用いたのは, むだ時間を1次のパデで近似したときの限界感度が純粋なむだ時間で求めた限界感度と異なってしまうからである.

3. PID制御

比較に用いたPID制御のブロック線図をFig.1に示す. PID補償器には式(4)を用い,

$$K(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d \frac{s}{\tau s + 1} \quad (4)$$

各パラメータは限界感度法で算出した $k_p=51.0$, $k_i=9.17$, $k_d=71.4$ とし, $\tau=0.14$ は微分時間の1/10である.

*) 平成4年度機械工学科卒業生

(現東京農工大ベンチャー・ビジネス・ラボラトリー)

**) 平成11年度機械工学科卒業生(現長岡技科大)

***) 平成12年度電子システム専攻科卒業生(現豊橋技科大)

4. H_∞ 制御(特性変動考慮なし)

特性変動は一般化制御対象に組み入れて考えるので特性変動を考慮すると制御系が複雑になってしまう. はじめは, H_∞ 制御系設計に慣れるために, はじめは特性変動を考慮しない(ロバスト安定性を考えない)場合を扱うことにする. このとき, ユーザが決められる主な仕様は目標値追従特性である.

4.1 一般化制御対象

H_∞ 補償器を設計するための一般化制御対象には, 1型サーボ系となるようにプラントに積分器を付加したFig.2を用いた. ここで, $x_1 \sim x_4$: 状態量, $w_1 \sim w_4$: 状態外乱, $z_1 \sim z_4$: 制御量, z_u : 制御量(操作量を制御量と見たもの), z_y : 制御量(出力を制御量と見たもの), y : 観測量, w_n : 観測ノイズ, r : 目標値, e : 誤差, u : 操作量で, c_4 は w_4 , d_4 は z_4 の重み係数である. なお, $c_1 \sim c_3$, $d_1 \sim d_3$ は, 値を変えてもステップ応答にほとんど影響を与えなかったので0とし, このため, $z_1 \sim z_3$, $w_1 \sim w_3$ は図示していない. また, r は通常 w_4 の

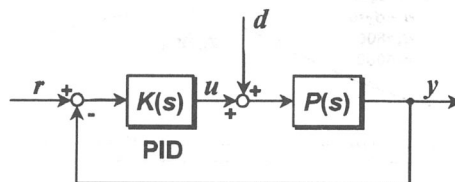


Fig. 1 PID制御系

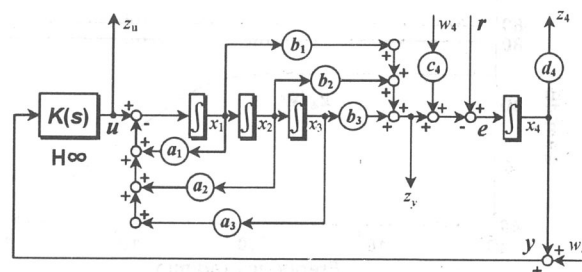


Fig. 2 H_∞ 制御系 (特性変動考慮なし)

位置に印加されるので, r と状態外乱とを同じように扱う文献もあるが, ここでは, 両者を分離して違いを明確にした。

一般化制御対象の一般的な状態方程式表現は式(5)で示され,

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ w \\ u \end{pmatrix} \quad (5)$$

本研究で用いた一般化制御対象(特性変動考慮なし)はFig.2の状態線図より式(6)となる。

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ z_u \\ z_y \\ z_4 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 & 0 & 0 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_3 & 0 & 0 & 0 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ w_n \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ r \\ u \end{pmatrix} \quad (6)$$

H_∞ 補償器の設計は, H_∞ 制御問題の一般的解法であるDGKF法¹⁾を用いて行うが, 前報で述べたDGKF法的前提条件を満たすには, 最低でも次の4つの入出力が必要となる。

- 1) 状態外乱の1つ
- 2) 観測ノイズ
- 3) すべての状態が可検出となるような状態量
- 4) 操作量を状態量と見たもの

Fig.2では, 順に w_4 ないし r , w_n , z_4 , z_u に相当する。

4.2 H_∞ ノルムと設計仕様との関係

Fig.2の系で目標値追従特性は $\|e/r\|$ の H_∞ ノルムを0に近づければ良くなるが, e を制御量にするとき式(5)の D_{11} が0となりDGKF法では H_∞ 補償器が求められなくなる。そこで, e の代わりに e の積分である z_4 を用いることにする。 $\|e/r\|_\infty \rightarrow 0$ も $\|z_4/r\|_\infty \rightarrow 0$ も r に対して e を小さくする仕様に違いはないであろう。 z_4 を制御量にすると z_4/r にはダイナミクスが含まれ, D_{11} が0でなくなりDGKF法が使えるようになる。制御対象に積分器を付加した一般化制御対象を用いることにはこのような意味もある。

さて, 状態外乱 w_4 がない, つまり, $c_4 = 0$ の場合, $\|z_4/r\|_\infty \rightarrow 0$ を H_∞ 制御問題で実現するには, z_4/r の H_∞ ノルムが外乱 w から制御量 z までのあらゆる通過特性, すなわち, r , w_n の2つの外乱から z_u , z_y , z_4 の3つの制御量への6つの通過特性(ゲイン)の最大値となっていなければならない。なお, 多入出力系ではゲインの最大値と H_∞ ノルム(最大特異値)とは異なるが, その差は通常小さいので, ここでは, ゲインの最大値で評価するものとした。

Fig.3は, 4節で用いたパラメータ ($d_4 = 800$, $\gamma = 5000$) における6つのゲイン線図を示した結果である。Fig.3によると, r から z_4 までのゲインが, 6つの中で最大値をとっているから, この系では, 目標値追従仕様が H_∞ 制御問題として扱えることが分かる。

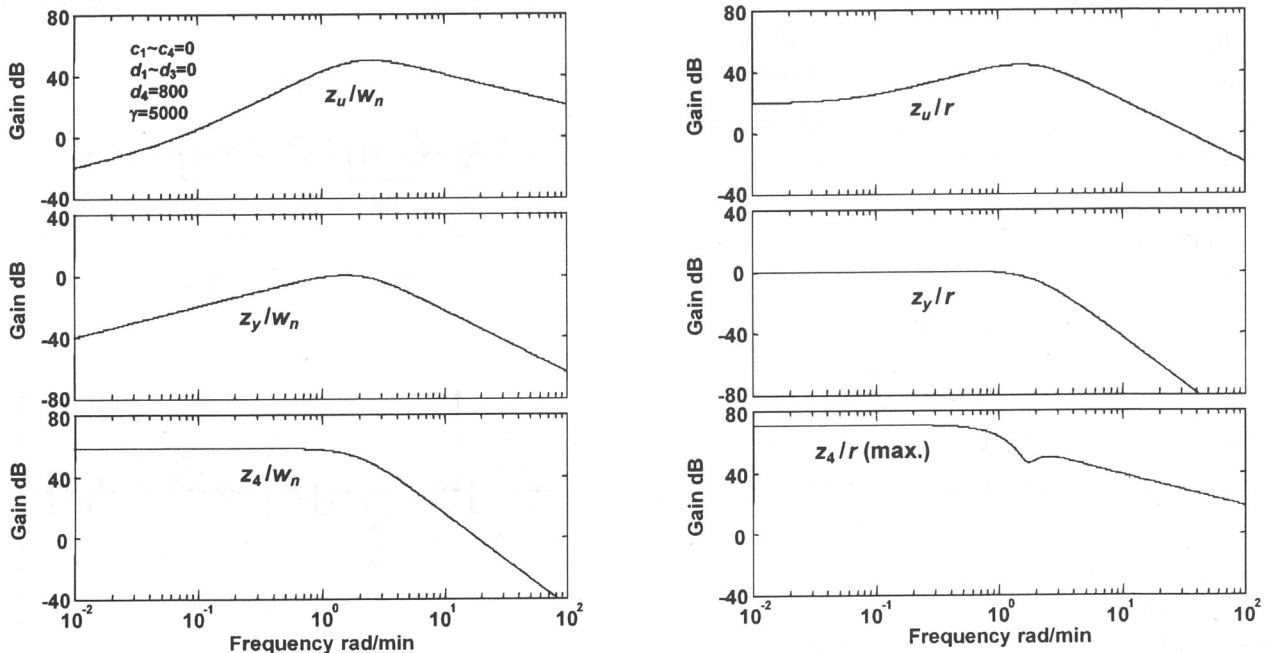
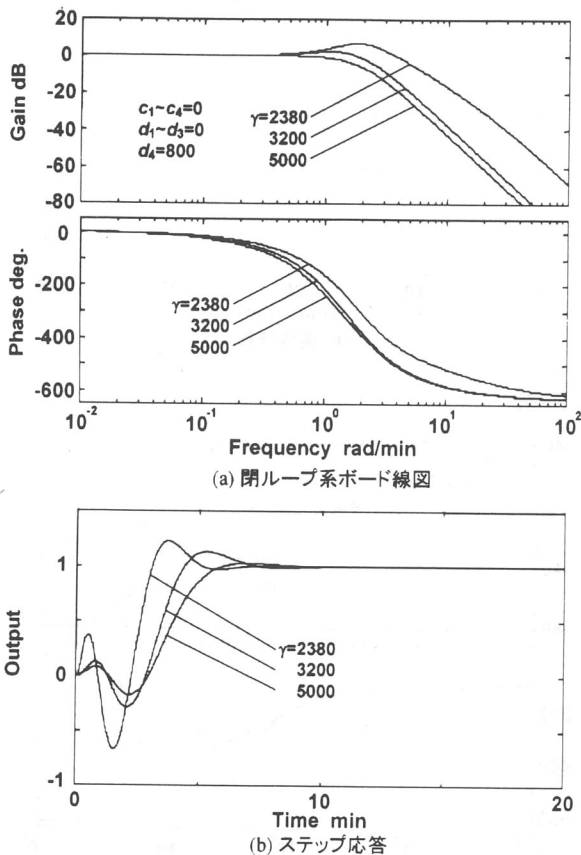
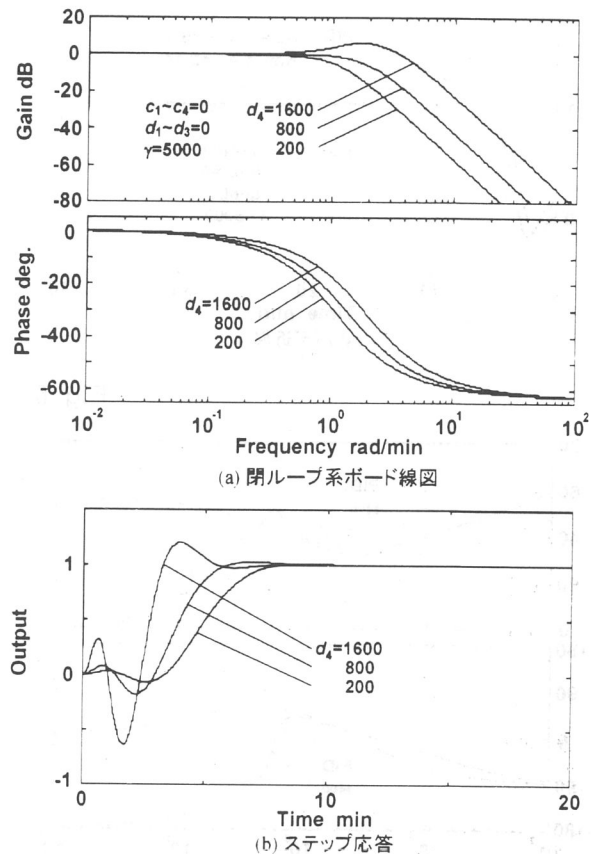


Fig. 3 閉ループ系のボード線図

Fig. 4 γ の效果Fig. 5 d_4 の效果

4.3 γ と重み係数 d_4 の效果

4.2で目標値追従特性は、 γ を0に近づけるほど良くなる事が分かったので、これを確認するために γ を変えた場合の閉ループ系の周波数特性およびステップ応答を調べた。

Fig.4は H_∞ 制御問題の設定に必要な唯一の条件： γ を変えた場合の(a)閉ループ系のボード線図、(b)ステップ応答である。なお、 γ 以外のパラメータは(a)に示した値ですべて固定している。Fig.4によると、 γ を小さくすると閉ループ系の周波数特性は帯域が広がり、ステップ応答の速応性は良くなる事が分かる。この結果から、 γ を0に近づけるほど目標値追従特性が良くなる事が示された。また、Fig.3の z_4/r の通過特性より、 $d_4 = 800$ 、 $\gamma = 2380$ での H_∞ ノルムは約67dBであるから、図に示した $\gamma = 2380$ (67.5 dB)は限界に近い値である。

Fig.5は、Fig.2の系で γ 以外に設定できる唯一のパラメータ d_4 を変えた場合の(a)閉ループ系のボード線図、(b)ステップ応答で、この場合も d_4 以外のパラメータは(a)に示した値ですべて固定している。 d_4 を変えると、一般化制御対象が変わることに注意しよう。Fig.5によると、 d_4 を大きくすると閉ループ系の周波数特性は帯域が広がり、ステップ応答の速応性は良くなる事が分かる。こ

の結果は次のように理解できる。 d_4 を大きくすると、 z_4/r の H_∞ ノルムが大きくなる。すなわち、 d_4 を大きくすることは、 γ を小さくすることと同じ意味をもつ。

5. PID制御と H_∞ 制御(特性変動考慮なし)との比較

5.1 比較するシステムの決定

PID制御と H_∞ 制御(特性変動考慮なし)とを比較するために、両制御方式の速応性(ステップ応答の時定数)を一致させることにした。具体的には、 H_∞ 制御の応答を d_4 および γ で調整し、3節で決めたPID制御の速応性に合わせた。この結果、 $d_4 = 800$ 、 $\gamma = 5000$ とした。

H_∞ 補償器は、一般化制御対象が4次であるから分母4次、分子3次となるが、制御対象に付加した積分器を補償器に加えるので分母が5次の式(7)となり、

$$K(s) = \frac{q_1 s^3 + q_2 s^2 + q_3 s + q_4}{s(s^4 + p_1 s^3 + p_2 s^2 + p_3 s + p_4)} \quad (7)$$

選定した、 $d_4 = 800$ 、 $\gamma = 5000$ の場合、

$$q_1 = 1.08 \times 10^3, q_2 = 2.24 \times 10^3, q_3 = 1.59 \times 10^3,$$

$$q_4 = 96.2, p_1 = 6.40, p_2 = 19.3, p_3 = 23.3, p_4 = 40.0$$

となる。

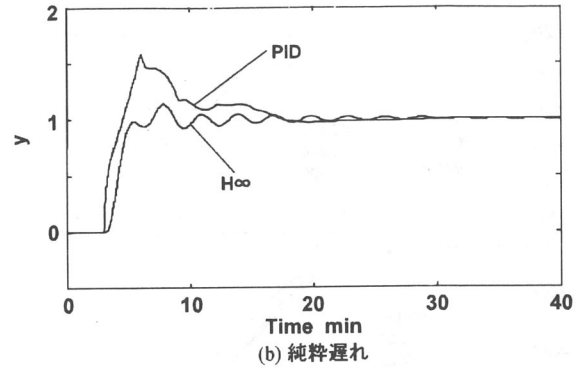
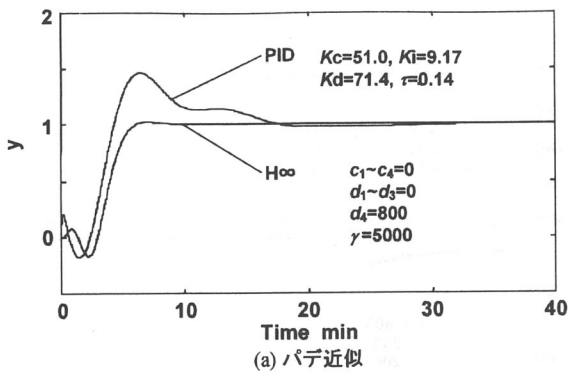


Fig. 6 ステップ応答

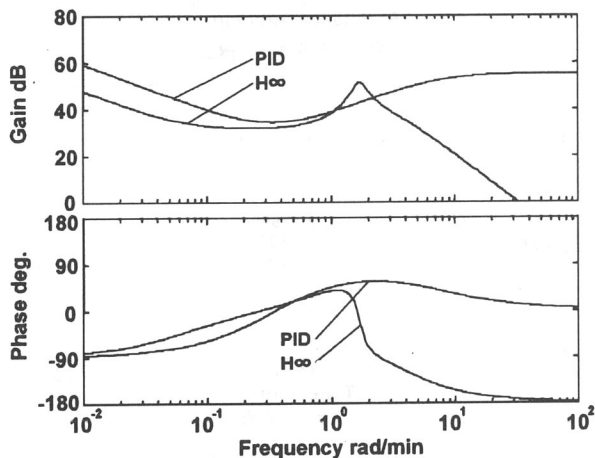


Fig. 7 補償器ボード線図

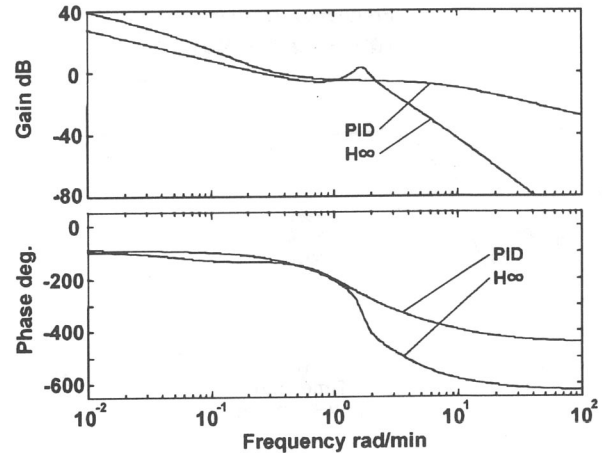


Fig. 8 開ループ系ボード線図

5.2 ステップ応答と周波数特性

5.1で定めた補償器を用いたステップ応答をFig.6に示す。ここで、(a)はむだ時間をパデ近似したプラント、(b)は純粋な遅れ要素を持つプラントで、ともにFig.6(a)中の制御パラメータを用いた応答である。

Fig.6(a)によると、速応性は設計した通り両制御方式ともほぼ等しくなるが、目標値への到達は H_∞ 制御が速いことが分かる。なお、時定数は H_∞ 制御のほうがやや大きくなるが、これ以上応答を速くすると逆応答も大きくなってしまいますので、5.1で選定したパラメータを適当であると考えます。

Fig.6(b)は、むだ時間をパデ近似したプラントで設計した補償器を純粋な遅れ要素を持つ系に適用すると、両制御方式とも高周波成分が現れることを示しているが、安定性には影響しなかったため、以下で述べる結果は、すべて1次遅れ+むだ時間(パデ近似)のプラントに関わるものである。

Fig.7は両制御方式の補償器の周波数特性を比較した結果である。Fig.7によると、低い周波数の特性は両者ともに似通っているが、 H_∞ 補償器は2rad/min弱の辺りに共振成分を有し、ここで位相が大きく遅れ、これより高い周波数でゲインが下がっている。これらの点が、両制御方式で異なる特性

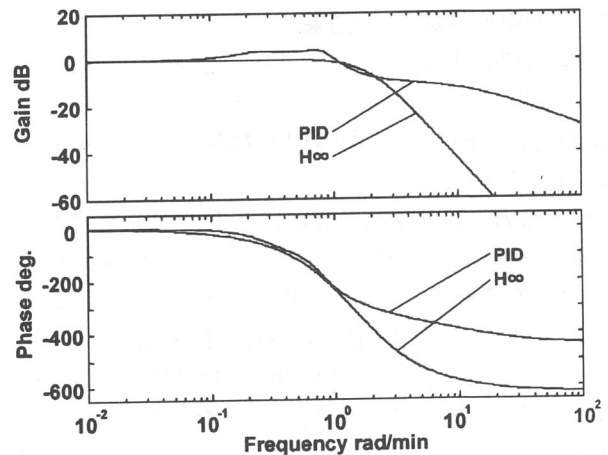


Fig. 9 閉ループ系ボード線図

である。

両制御方式の開ループ系(一巡伝達関数)の周波数特性をFig.8に示す。開ループ特性は、補償器とプラントの特性の積で示されるので、当然のことながら補償器の特性とよく似た傾向を示している。

Fig.9は両制御方式の閉ループ系の周波数特性を比較した結果である。Fig.8によると、 H_∞ 制御系は概ね良好な特性であるのに対して、PID制御系は0.1~1rad/min付近でゲインが1を超えるため、応答形状の悪化が懸念される。

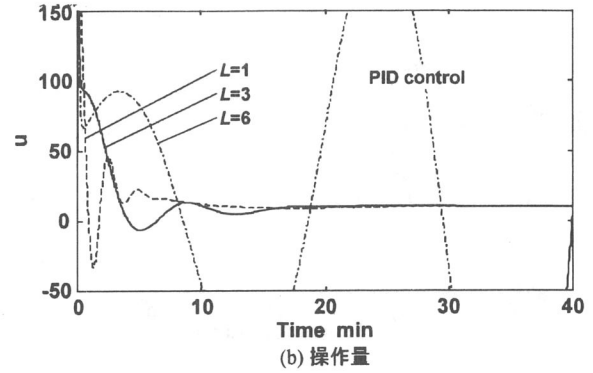
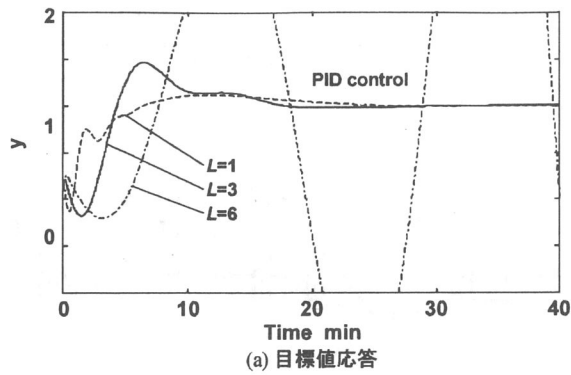
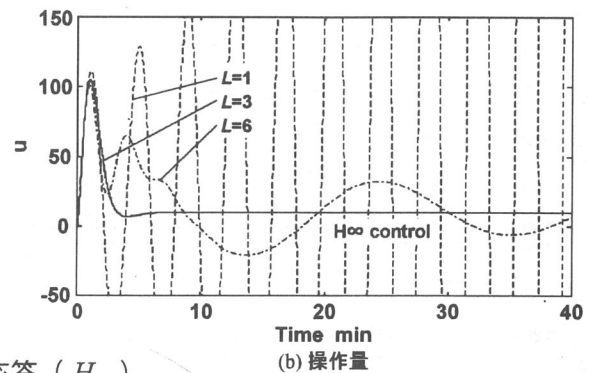
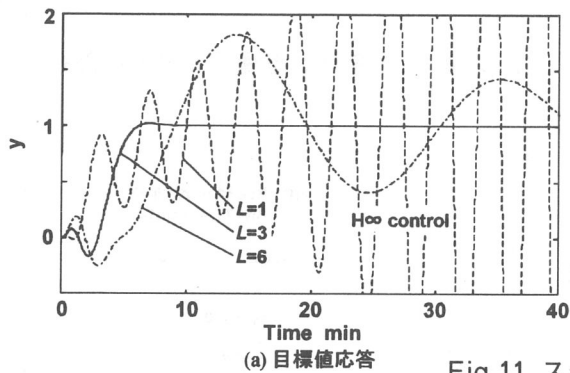


Fig.10 ステップ応答 (PID)

Fig.11 ステップ応答 (H_∞)

5.3 プラントの特性を変えたステップ応答

プラントの特性が変動する場合のロバスト性を調べるために $L_p = 3$ として求めたPID補償器および H_∞ 補償器を, L_p を変動させたプラントに適用した. Fig.10はPID制御, Fig.11は H_∞ 制御の結果で, それぞれ, (a)は目標値に対する応答, (b)はそのときの操作量を示している.

Fig.10およびFig.11の結果から, L_p を6まですると, PID制御では不安定になってしまうが, H_∞ 制御は安定を保ち, PID制御よりもロバスト性が良いことが分かる. しかし, L_p を1まで短くすると逆にPID制御のほうがロバスト性が良いという結果になった. すなわち, H_∞ 制御の有用性を示すには, L_p が設計値の3から1まで変動する場合でも安定化できる H_∞ 補償器が設計できなければならない. なお, $L_p = 3$ の場合, 両制御方式の速応性が等しくなるように d_4 および γ を調整して補償器を設計しているにもかかわらず, 操作量の最大値は H_∞ 制御のほうがPID制御よりも小さくなっていることが分かる.

Fig.12は $L_p = 3$ として求めた両補償器を用いた一巡伝達関数のナイキスト線図で, この補償器とむだ時間を変えた ($L_p = 1$ および 6) プラントとから成る一巡伝達関数の結果も同時に示している. Fig.12を見て, まず気が付くのは, H_∞ 制御系のベクトル軌跡が虚軸に近いところに描かれていることであらう. $L_p = 1$ の場合, H_∞ 補償器の共振成分で不

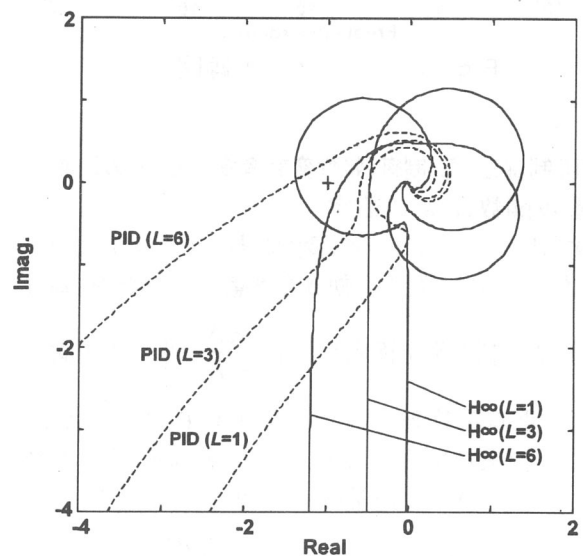
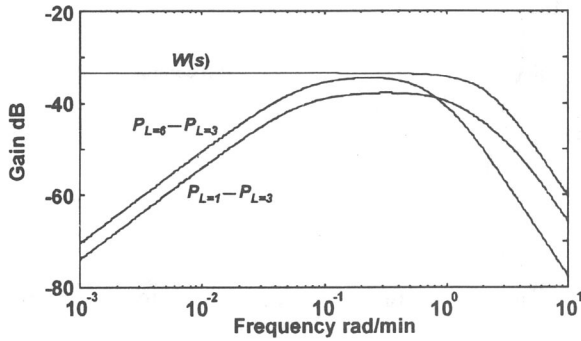
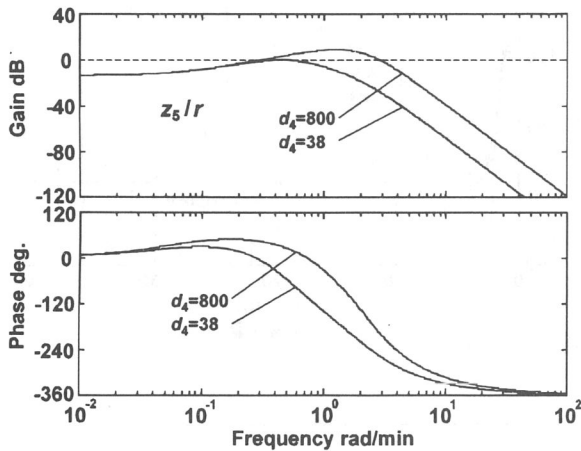
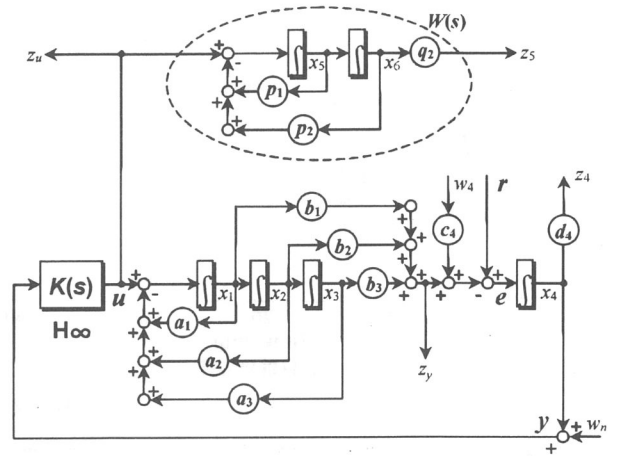
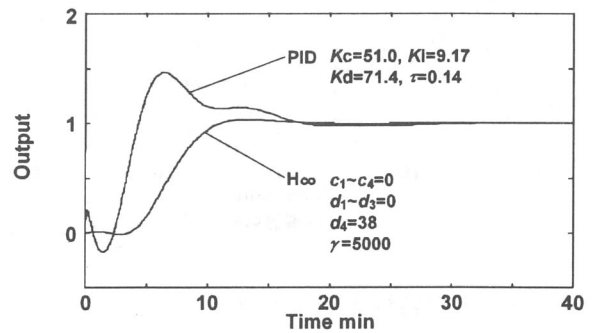


Fig.12 開ループ系ナイキスト線図

安定になってしまうが, この共振成分を抑制できれば, H_∞ 制御系はPID制御系に比べて位相余裕が大きくなるのでロバスト性を向上できると考えられる. しかし, H_∞ 補償器の共振成分は, 閉ループ系の周波数特性を改善するので両者はトレードオフの関係にあると思われる. この他にFig.12の結果から, 限界感度法で設計されたPID制御系は, むだ時間が長くなるというプラントの特性変動に対して, 簡単にロバスト性を失ってしまうことが良く分かる.

Fig.13 モデル化誤差と重み関数 $W(s)$ との関係Fig.15 r/z_5 のボード線図Fig.14 特性変動を考慮した H_∞ 制御系Fig.16 特性変動を考慮した H_∞ 制御と PID 制御のステップ応答

6. PID制御と H_∞ 制御(特性変動考慮あり)との比較

6.1 重み関数 $W(s)$ の設定

前報で述べたように、特性変動があっても安定性の保証をしたい場合は、特性変動 Δ を考慮した一般化制御対象を基に H_∞ 制御系を構成し、 $\left\| \frac{K\Delta}{1+KP} \right\| < 1$ を満たすように重み係数あるいは γ を決めれば良いが、一般に Δ の次数は高くなり、これが補償器の次数に反映されるので、通常は Δ のゲインを上回りかつ次数の低い $W(s)$ を設定し、 $\left\| \frac{KW}{1+KP} \right\|_\infty < 1$ を満たす問題に帰着させる。

Fig.13はプラントの変動分と重み関数 $W(s)$ との関係ゲイン線図で示した結果で、 $P_{L=1}-P_{L=3}$ はむだ時間が3分から1分に変動したときのプラントの変動分を表している。今回は、むだ時間が基準の3分から、1分ないし6分まで変動しても安定性が保証される仕様とするために、 $P_{L=1}-P_{L=3}$ および $P_{L=6}-P_{L=3}$ を上回る $W(s)$ として、

$$W(s) = \frac{0.1}{s^2 + 3.6s + 4.8} \quad (8)$$

を選んだ。

6.2 特性変動を考慮した一般化制御対象

特性変動を考慮した一般化制御対象のブロック線図は Fig.14 のようになり、状態方程式は式(9)となる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ z_u \\ z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_v \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_3 & 0 & 0 & 0 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -p_1 & -p_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ w_d \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ r \\ u \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここで、 x_5, x_6 : 重み関数 $W(s)$ の状態量、 z_5 制御量 ($W(s)$ の出力) で、それ以外のパラメータは式(6)と同じである。ここで、 $\frac{z_5}{r} = \frac{KW}{1+KP}$ である

から、 $\left\| \frac{z_5}{r} \right\|_\infty < 1$ を満たせば特性変動があっても

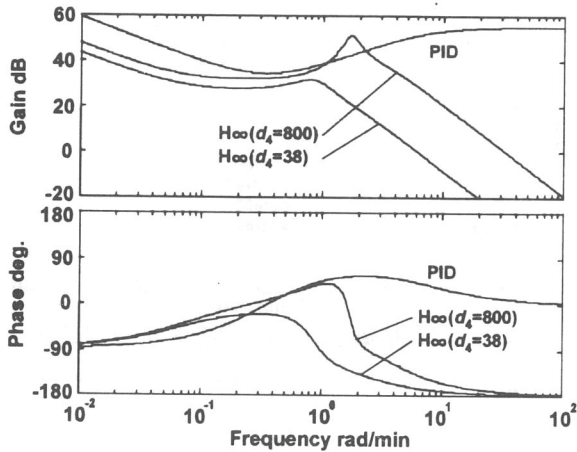


Fig.17 補償器ボード線図

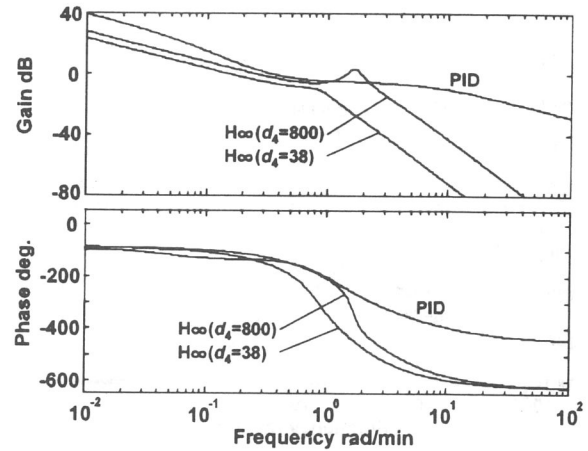


Fig.18 開ループ系ボード線図

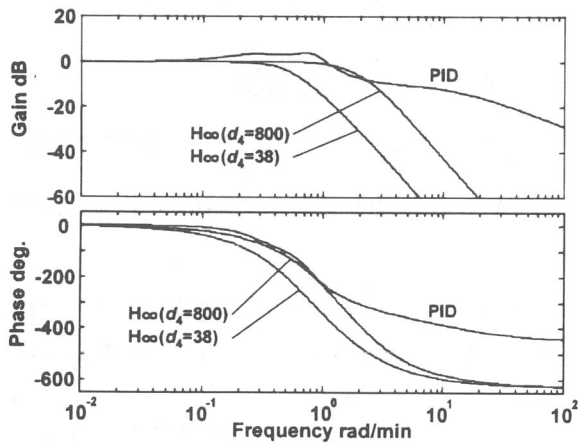


Fig.19 閉ループ系ボード線図

閉ループ系は安定となる。ただし、これは十分条件である。

6.3 特性変動を考慮した H_∞ 補償器

特性変動を考慮した H_∞ 補償器は、一般化制御対象が6次であるから分母6次、分子5次となるが、制御対象に付加した積分器を補償器に加えるので分母が7次の式(10)となり、

$$K(s) = \frac{q_1 s^5 + q_2 s^4 + q_3 s^3 + q_4 s^2 + q_5 s + q_6}{s(s^6 + p_1 s^5 + p_2 s^4 + p_3 s^3 + p_4 s^2 + p_5 s + p_6)} \quad (10)$$

選定した、 $d_4=800$ 、 $\gamma=5000$ の場合、

$$\begin{aligned} q_1 &= 1.08 \times 10^3, q_2 = 6.13 \times 10^3, q_3 = 1.48 \times 10^4, q_4 = 1.65 \times 10^4 \\ q_5 &= 7.96 \times 10^3, q_6 = 4.62 \times 10^2, p_1 = 1.00 \times 10^5, p_2 = 4.71 \times 10^5 \\ p_3 &= 1.23 \times 10^6, p_4 = 2.16 \times 10^6, p_5 = 2.56 \times 10^6, p_6 = 1.92 \times 10^6 \end{aligned}$$

となる。

6.4 通過特性とステップ応答および周波数応答

Fig.15は z_5/r の通過特性を示した結果で、Fig.15によると、 z_5/r を1以下にするには d_4 を38まで下げる(比例ゲインを下げることに等しい)必要がある。なお、 $d_4=800$ ではゲインが1を超えてしまうため、むだ時間が変動した場合の安定性は保証できない。

Fig.16はステップ応答のシミュレーション結果で、Fig.16によると、 d_4 を38まで下げたことによって H_∞

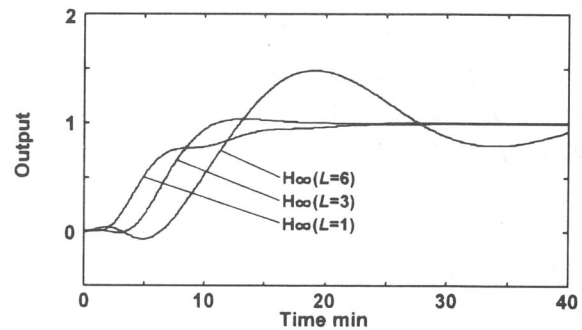


Fig.20 むだ時間が変動した時のステップ応答

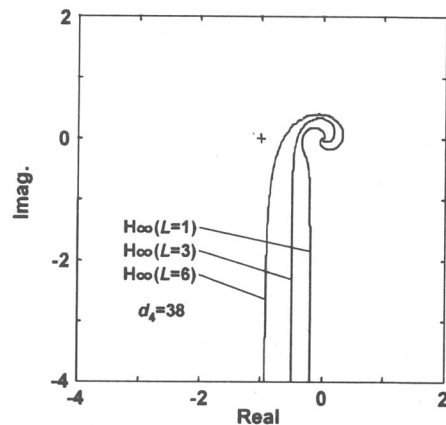
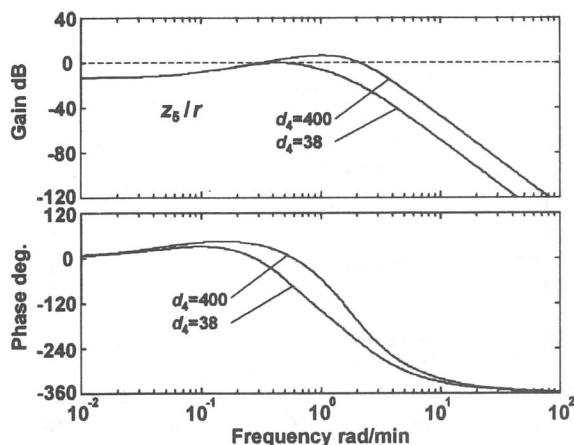


Fig.21 開ループ系ナイキスト線図

制御の速応性はPID制御よりも悪くなるが、整定時間は短く、オーバーシュートも少なくできることが分かる。

Fig.17はPID補償器および H_∞ 補償器の周波数特性を比較した結果である。Fig.17によると、 d_4 を800とした H_∞ 補償器は $d_4=38$ の補償器に比べて全体的にゲインが高く、位相が進んでいることが分かる。

PID補償器および H_∞ 補償器を用いた開ループ系の周波数特性をFig.18に、閉ループ系の周波数特性をFig.19に示す。

Fig.22 r/z_5 のボード線図

6.5 プラントの特性を変えたステップ応答

プラントの特性が変動する場合のロバスト性を調べるために $L_p=3$ として求めたPID補償器および H_∞ 補償器を, L_p を変動させたプラントに適用した。

Fig.20は特性変動を考慮した設計通りに $L_p=1$ の場合でも安定化できることを示しているが, この例は, H_∞ 制御に対して良く言われるように保守的な設計を行うことをも示している。それは z_5/r を1以下にするという十分条件で安定性を保証するからに他ならない。

Fig.21は $d_4=38$ のナイキスト線図でFig.21によると, 共振成分がなくなり位相余裕が大きくとれている様子が分かる。

6.6 応答の改善

d_4 が38の場合は保守的な設計になってしまうので, むだ時間 L_p を1~6まで変えても安定性が保証されるところまで d_4 を上げた($d_4=400$)。その z_5/r のゲイン線図をFig.22に示す。Fig.24のステップ応答によると, $L_p=1$ のときでも安定性は保たれているが, Fig.22で z_5/r の通過特性は1を超えている。この結果は, z_5/r が1以下で必ず安定ということが十分条件であることを物語っている。

Fig.23はステップ応答のシミュレーション結果で, Fig.23によると, H_∞ 制御は d_4 を400としたことで $d_4=38$ のときよりも速応性は良くなるが, Fig.24に示すようにロバスト性は悪くなる。

さて, 一般的に速応性に対する指標(ここでは z_4/r)と, 安定性に対する指標(ここでは z_5/r)とは, 一つの系に混在しているが, この両者はどちらも H_∞ ノルムを使うので, どちらかに適当な重みをつけて一つの指標で両方の性能を満足させようとする方法が用いられる。

これが混合感度法と呼ばれる方法である。

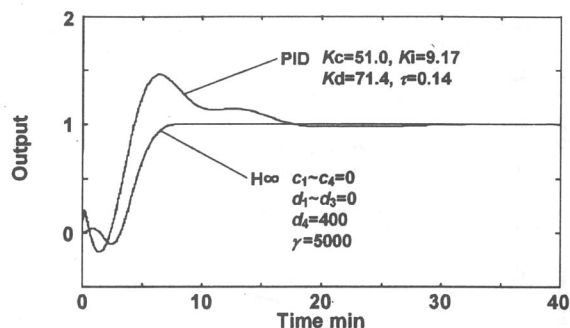
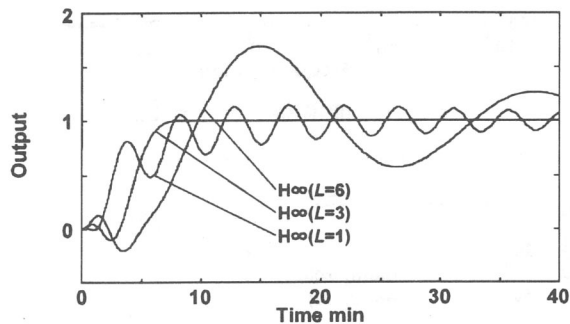
Fig.23 PID制御と H_∞ 制御のステップ応答

Fig.24 むだ時間が変動した時のステップ応答

7. おわりに

本稿では, 1次おくれ+むだ時間系に対して H_∞ 制御を適用しPID制御と比較した結果, 次の結論を得た。

- 1) ステップ応答の時定数(速応性)が等しくなるようにPID補償器および H_∞ 補償器を設計し, この補償器を特性(むだ時間)が変動するプラントに適用した結果, L_p が長くなる場合は H_∞ 制御のロバスト性が, L_p が短くなる場合はPID制御のロバスト性が良くなった。
- 2) 特性変動を考慮して設計した H_∞ 制御系は, 特性変動があっても仕様通りに安定性を維持することができるが, 前述の補償器より大幅にゲインを下げることになり応答は遅くなる。
- 3) H_∞ 制御は保守的(十分条件)な設計を行うので, d_4 あるいは γ を変更して応答を改善するのが実用的と思われる。ただし, この場合ロバスト性は悪くなる。
- 4) PID補償器と H_∞ 補償器と違いは, H_∞ 制御の共振周波数付近の特性と, 高周波でゲインが落ち, 位相が遅れる部分である。

参考文献

- 1) J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar and B. A. Francis : State-Space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problems, IEEE Transactions on Automatic Control, 34, 8, (1989) 831/847.