

プロセス制御系設計用 CAD ソフト(その 29) —省エネを考慮した PID コントローラの調整—

増淵 寿, 小沢 圭介*, 野田 善之**, 黒須 茂

Hisashi MASUBUCHI, Keisuke OZAWA*,
Yoshiyuki NODA**, Shigeru KUROSU

CAD Software for Designing Process Control System —Tuning of PID Controller under Consideration of Energy Savings—

Performance indices used by the previous paper are not practical in process control because of oscillatory responses in disturbance suppression and reference tracking characteristics. In this paper, we improve performance indices to strengthen damping for disturbance suppression characteristics and consider robustness of control plant with changes in characteristics.

1. はじめに

さきの報告¹⁾では, 最適化手法を用いて PID ゲインを求めた結果, 外乱応答も目標値応答もともに振動的になり, 従来の部分的モデルマッチング法(オーバーシュート 0%)で求めた応答と比較して, プロセス制御では実用性の乏しいことが明らかになった。そこで本稿では, 外乱抑制特性において減衰性を強めるために, 評価関数の改良を考える。

2. 評価関数の改良

今回報告する内容は, つぎの評価関数

$$\text{ISTE} = \int_{L_p}^{80} (t - L_p)^2 (r - y)^2 dt$$

: 時間自乗誤差自乗積分値

$$\text{ISC} = \int_0^{80} (u - u_0)^2 dt : \text{操作量自乗積分値}$$

$$\text{ISTC} = \int_0^{80} \left(\frac{du}{dt} \right)^2 dt : \text{操作量微分自乗積分値}$$

をもとにして, 新しい評価関数を定義する。

$$J_4 = \int_{L_p}^{80} (t - L_p)^2 (r - y)^2 dt + w_1 \int_0^{80} (u - u_0)^2 dt + w_2 \int_0^{80} \left(\frac{du}{dt} \right)^2 dt$$

ここで, 応答における減衰性を重視するために, 新しく ISTE を導入した。

これらをもとに, 外乱抑制特性, I-PD 方式に対して最適化問題を解き, PID ゲインを求めた結果についてである。

3. 数値計算による結果

3.1 J_4 による最適化手法

重み w_1 , w_2 の種々の値に対して求めた PID ゲインを Table 1 に示す。また, 重み w_2 に対する PID ゲインの様子を Fig.2 に示す。

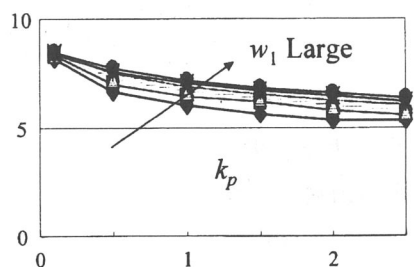
Table 1 PID gains optimized

w_1	w_2	k_p	$k_i T_p$	k_d / T_p
0	0.1	8.1860	26.985	0.0591
	0.5	6.6608	20.693	0.0178
	1.0	5.9990	18.094	0.0108
	1.5	5.6219	16.613	0.0086
	2.0	5.3583	15.661	0.0068
	2.5	5.3145	15.029	0.0058
1	0.1	8.3504	22.549	0.1631
	0.5	6.9983	18.348	0.0523
	1.0	6.4396	16.664	0.0298
	1.5	6.1673	15.384	0.0209
	2.0	5.8203	14.618	0.0163
	2.5	5.5415	14.308	0.0139
2	0.1	8.4065	21.006	0.2187
	0.5	7.2895	17.431	0.0797
	1.0	6.6738	15.815	0.0487
	1.5	6.3524	14.891	0.0325
	2.0	6.0427	14.197	0.0251
	2.5	5.7179	13.778	0.0208
3	0.1	8.4434	20.064	0.2560
	0.5	7.4951	16.749	0.1016
	1.0	6.9030	15.295	0.0599
	1.5	6.5324	14.434	0.0425
	2.0	6.2526	13.986	0.0336
	2.5	6.0415	13.412	0.0275

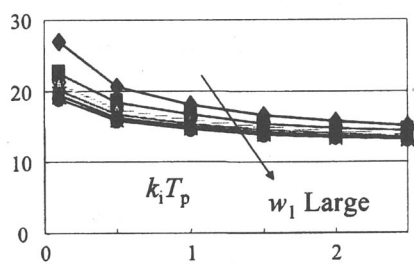
*電子システム専攻科 2 学年

**平成 12 年度電子システム専攻科卒業生
(現豊橋技術科学大学大学院)

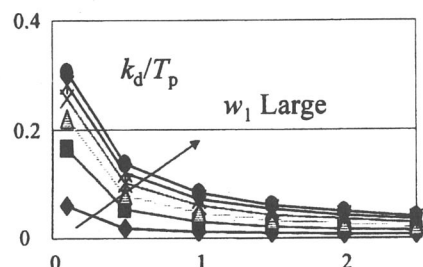
4	0.1	8.4360	19.406	0.2827
	0.5	7.5806	16.217	0.1200
	1.0	7.0500	14.969	0.0725
	1.5	6.6896	14.171	0.0522
	2.0	6.4687	13.666	0.0412
	2.5	6.2101	13.267	0.0341
5	0.1	8.4703	18.896	0.3045
	0.5	7.7093	15.820	0.1365
	1.0	7.1838	14.574	0.0838
	1.5	6.8245	13.856	0.0607
	2.0	6.6000	13.485	0.0484
	2.5	6.3666	13.185	0.0401



(a) Proportional gain



(b) Integral gain

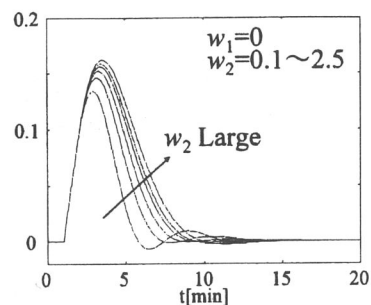


(c) Derivative gain

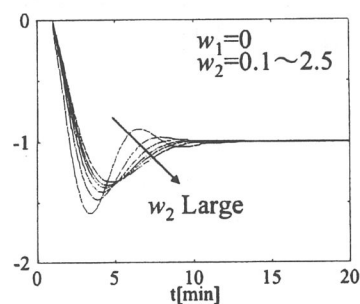
Fig.2 Comparison of PID gains for various weighting factors w_1 and w_2

Fig.2 より, 重み w_1 による影響は多少あるものの w_2 の増加にともない PID ゲインは減少傾向にあり, $k_i T_p$, k_d / T_p は一定値に近づく。

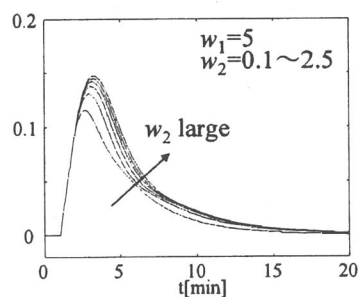
Table 1 に示す PID ゲインを用いて, 外乱抑制特性と操作量を示したのが Fig. 3 (a)~(d) である。Fig. 3 より, つぎのことがわかる。



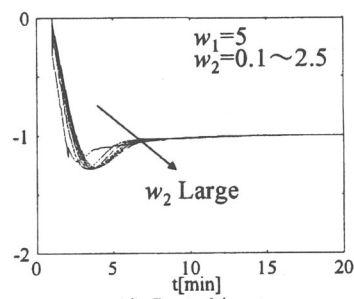
(a) Step response to disturbance input



(b) Control input



(c) Step response to disturbance input



(d) Control input

Fig.3 Step responses to disturbance input for various weighting factors w_1 and w_2

(a), (b) より, 重み $w_2=0.1$ のときのみ振動が残っているが w_2 の増加にともない確実に振動が抑制されている。(c), (d) より, 外乱応答における振動は完全に消えているが, 重み w_1 により整定時間を長くし, 応答が緩慢になる。

重み w_1 , w_2 に対する評価関数各値のグラフを Fig. 4 (a)~(c) に示す。Fig. 4 より, つぎのことがわかる。

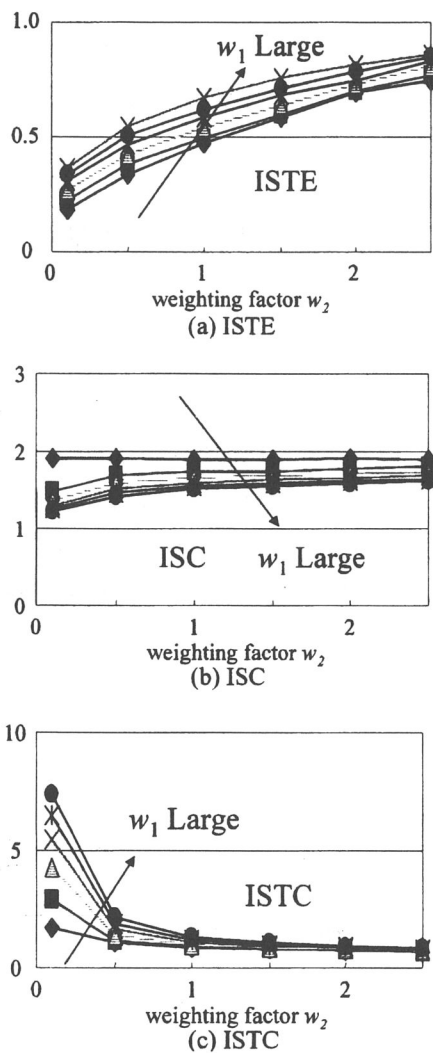


Fig.4 Comparison of performance indices for various weighting factors w_1 and w_2

w_1 によって評価関数の各値に若干の影響がでているが、 w_2 を大きくすると ISTE は一様に増加し、 J_3 による最適化手法と同様に、ISTC は一定値に近づく。(b)より、重み w_1 を加味したとき ($w_1=1\sim5$) と $w_1=0$ としたときの ISC の値は 2 倍と変わらない。よって、 w_1 の影響は数値上ないと考えられる。

3.2 J_4 による最適化手法と部分的モデル

マッチング法(オーバーシュート 0%)の比較

制御方式：I-PD 方式，制御目的：外乱抑制に対して求められた PID ゲインを用いて、 J_4 による最適化手法(OPT-d)と部分的モデルマッチング法(PMM-d (0%))の I-PD, I-P を外乱応答，目標値応答から比較する。

このとき、 J_4 による最適化手法の重み係数は $w_1=0$, $w_2=1$ である。PID ゲインを Table 2 に示す。

Table 2 PID gains tuned

	k_p	k_i	k_d
OPT-d	5.9990	1.8094	0.1084
PMM-d(0%)I-PD	6.853	1.973	1.700
PMM-d(0%)I-P	4.122	0.894	

・外乱抑制特性：

Table 2 に示す PID ゲインを用いて、I-PD 方式で外乱抑制特性を示したのが Fig. 5 (a), (b) であり、その制御成績を示したのが Table 3 である。

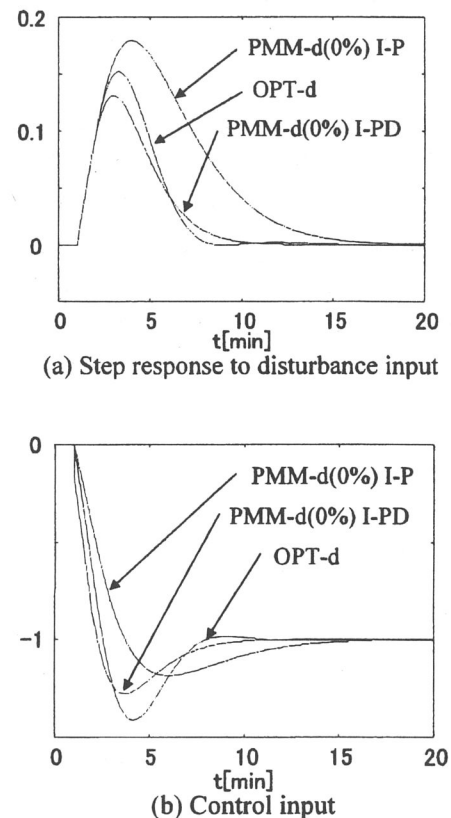


Fig.5 Comparison of responses to disturbance input for OPT-d and PMM-d (0%)

Table 3 Performance indices for disturbance suppression characteristics

	ISE	ISTE	ISC	ISTC
OPT-d	0.0613	0.4694	1.8940	0.8674
PMM-d(0%)I-PD	0.0464	0.3530	1.4779	3.8814
PMM-d(0%)I-P	0.1395	2.6178	1.9350	0.4158

・目標値追従特性：

目標値追従特性を示したのが Fig.6 であり、その制御成績を示したのが Table 4 である。これより ISTE を導入した結果、確実に振動性は抑えられている。

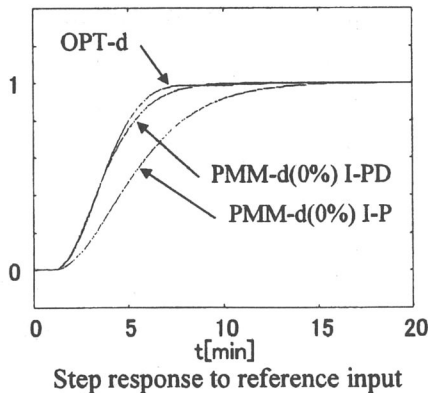


Fig.6 Comparison of responses to reference input for OPT-d and PMM-d(0%)

Table 4 Performance indices for reference tracking characteristics

	ISE	ISTE	ISC	ISTC
OPT-d	1.7122	4.4387	14.294	13.119
PMM-d(0%)I-PD	2.0263	5.1497	10.062	5.7141
PMM-d(0%)I-P	3.1601	22.493	4.3098	1.5385

PMM-d(0%)との比較より, きわめて似た応答を示しているが k_p , k_i はほとんど差異はないのに対し, k_d は 1/10 以下に抑えられている。

J_4 による最適化手法では, I-PD 方式を I-P 方式に移行させようとしている。この事実は, エネルギーを重視する場合に D 動作を抑えるという以前の研究結果に一致している。

4. L_p を変化させたときの J_4 による最適化手法

4.1 部分的モデルマッチング法(0%)との比較

種々のむだ時間に対して求めた PID ゲインを Table 5 ~ Table 7 に示す。また, その様子を Fig. 7 (a)~(c) に示す。

ここで, 種々のむだ時間に対する重み w_2 の選定は J_4 による最適化手法 $L_p=1$ の結果より, ISTE と ISTC の比 $ISTE/(w_2 \text{ ISTC})$ がおよそ 0.6 になるような重み w_2 を選んだ。このように制御成績で関連付けることにより, むだ時間に対し適切な重みを選定できると考えた。

Table 5 PID gains optimized

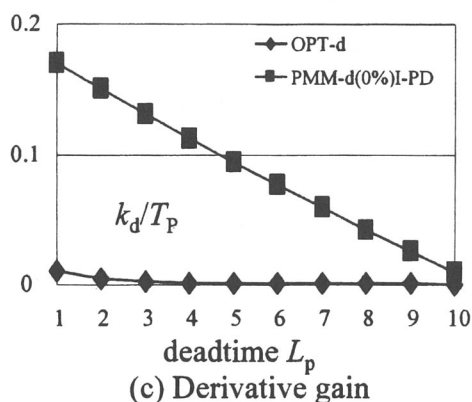
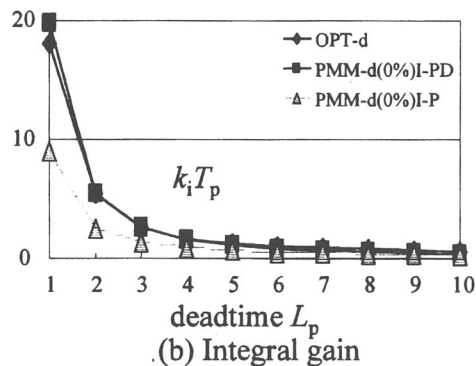
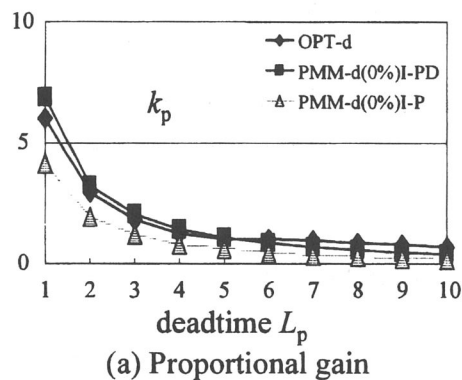
L_p	w_1	w_2	k_p	k_i	k_d	$k_i T_p$	k_d/T_p	T_i	T_d
1	0	1	5.9990	1.8094	0.1084	18.0940	0.0108	3.3154	0.0181
2	0	40	2.9766	0.5453	0.0470	5.4530	0.0047	5.4591	0.0158
3	0	500	1.8287	0.2602	0.0185	2.6020	0.0019	7.0272	0.0101
4	0	3000	1.2558	0.1560	0.0091	1.5600	0.0009	8.0482	0.0072
5	0	6000	1.0459	0.1242	0.0066	1.2420	0.0007	8.4212	0.0063
6	0	8000	1.0115	0.1045	0.0086	1.0450	0.0009	9.6804	0.0085
7	0	11000	0.9508	0.0901	0.0100	0.9010	0.0010	10.5482	0.0105
8	0	18000	0.8435	0.0774	0.0099	0.7740	0.0010	10.8946	0.0117
9	0	25000	0.7879	0.0682	0.0073	0.6820	0.0007	11.5536	0.0092
10	0	50000	0.6745	0.0581	0.0027	0.5810	0.0003	11.6012	0.0040

Table 6 PID gains tuned for PMM-d(0%) of I-PD control

L_p	k_p	k_i	k_d	$k_i T_p$	k_d/T_p	T_i	T_d
1	6.853	1.973	1.700	19.730	0.170	3.47	0.248
2	3.237	0.540	1.503	5.400	0.150	5.99	0.464
3	2.035	0.261	1.311	2.610	0.131	7.80	0.644
4	1.436	0.159	1.124	1.590	0.112	9.03	0.783
5	1.079	0.110	0.942	1.100	0.094	9.81	0.873
6	0.842	0.082	0.764	0.820	0.076	10.27	0.907
7	0.674	0.065	0.590	0.650	0.059	10.37	0.875
8	0.549	0.053	0.419	0.530	0.042	10.36	0.763
9	0.452	0.044	0.251	0.440	0.025	10.27	0.555
10	0.375	0.038	0.087	0.380	0.009	9.87	0.232

Table 7 PID gains tuned for PMM-d(0%) of I-P control

L_p	k_p	k_i	$k_i T_p$	T_i
1	4.122	0.894	8.940	4.61
2	1.919	0.248	2.480	7.74
3	1.177	0.137	1.370	8.59
4	0.815	0.088	0.880	9.26
5	0.600	0.064	0.640	9.38
6	0.459	0.050	0.500	9.18
7	0.359	0.041	0.410	8.76
8	0.286	0.034	0.340	8.41
9	0.229	0.030	0.300	7.63
10	0.185	0.026	0.260	7.12

Fig.7 PID gains deadtime versus L_p

むだ時間の増加とともに PID ゲインは小さくなっている。とくに, $L_p=1$ のときと同様に I-PD 方式を I-P 方式に移行させる傾向は変わらない。

Table 5~Table 7 に示す PID ゲインより求められた制御成績を Table 8~Table 10 に示す。また, その様子を Fig. 8 (a)~(c) に示す。

Table 8 Performance indices for disturbance suppression characteristics (OPT-d)

L_p	w_1	w_2	ISTE	ISE	ISC	ISTC
1	0	1	0.4694	0.0613	1.8940	0.8674
2	0	40	9.7224	0.3656	3.5056	0.3882
3	0	500	62.692	1.0535	5.0598	0.2055
4	0	3000	229.24	2.1585	6.7580	0.1251
5	0	6000	430.74	3.1320	8.3083	0.1050
6	0	8000	623.39	3.9096	9.4739	0.0996
7	0	11000	898.58	4.8243	10.751	0.0928
8	0	18000	1354.7	6.0432	12.223	0.0802
9	0	25000	1862.1	7.1793	13.563	0.0730
10	0	50000	2809.4	8.8729	15.281	0.0591

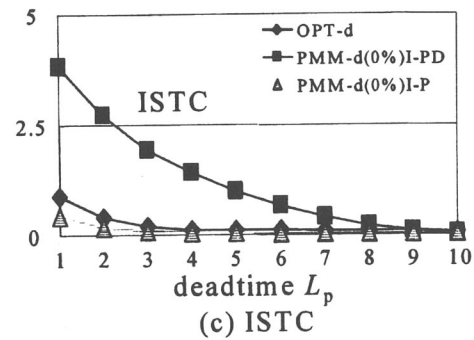
Table 9 Performance indices for disturbance suppression characteristics (PMM-d(0%)I-PD)

L_p	ISTE	ISE	ISC	ISTC
1	0.3530	0.05	1.48	3.80
2	9.2075	0.32	2.82	2.72
3	57.8933	0.94	4.27	1.93
4	193.2575	1.93	5.90	1.40
5	520.6436	3.26	7.73	0.98
6	1103.0366	4.93	9.79	0.64
7	2228.6763	6.89	12.06	0.39
8	3399.5828	9.16	14.55	0.21
9	5452.8313	11.6	17.19	0.09
10	8011.2880	14.23	19.97	0.03

Fig.7 より, つぎのことがわかる。

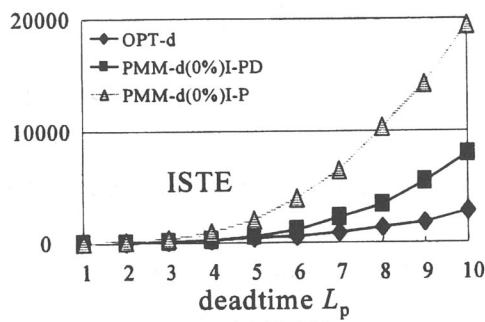
Table 10 Performance indices for disturbance suppression characteristics (PMM-d(0%)I-P)

L_p	ISTE	ISE	ISC	ISTC
1	2.6178	0.1395	1.9350	0.4158
2	64.5980	0.8692	3.8099	0.1616
3	298.1338	2.1528	5.9589	0.0931
4	918.5917	4.0231	8.3948	0.0602
5	2077.9	6.2916	11.0687	0.0430
6	3920.6	8.8529	13.9200	0.0328
7	6529.8	11.6169	16.8998	0.0263
8	10336	14.713	20.1561	0.0215
9	14158	17.513	23.1410	0.0187
10	19378	20.6864	26.5539	0.0160

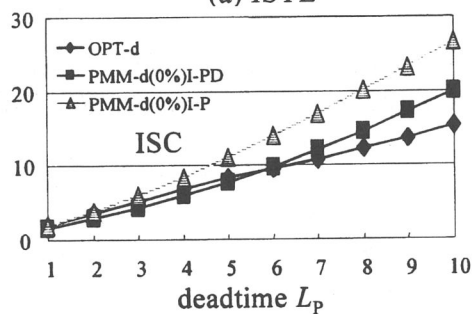
Fig.8 Comparison of performance indices deadtime versus L_p

むだ時間 L_p の増加に対し, ISTE, ISC は増加傾向にあり, ISTC は減少傾向にある。

部分的モデルマッチング法の場合, I-P 方式に比べ I-PD 方式の方が ISTE, ISC がともに小さくなっていることから, D 動作の有用性が顕著に表れている。



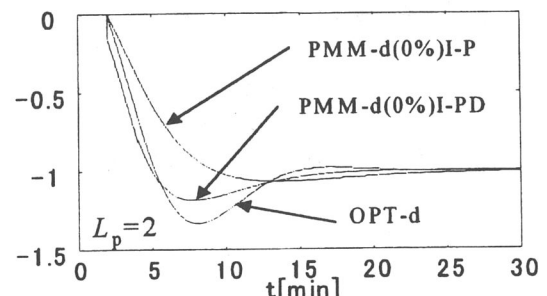
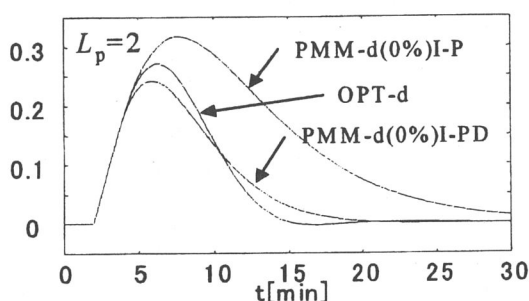
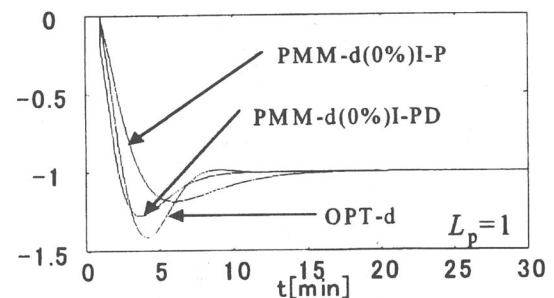
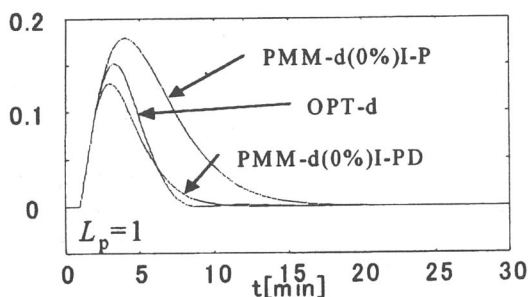
(a) ISTE



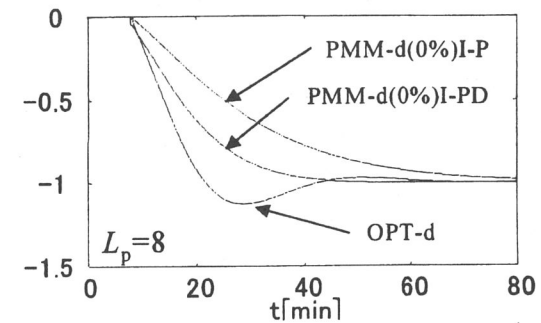
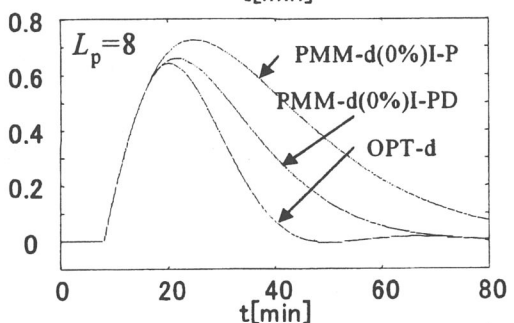
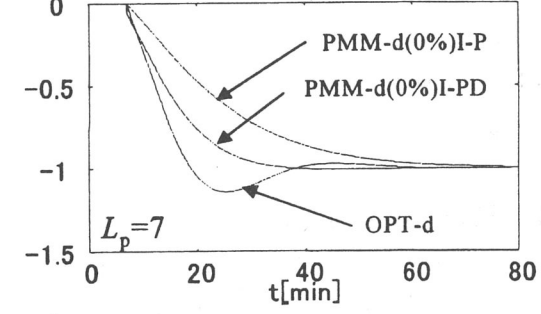
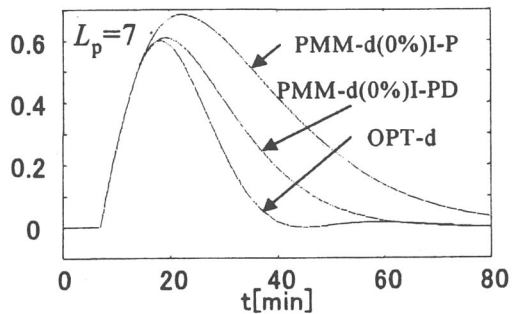
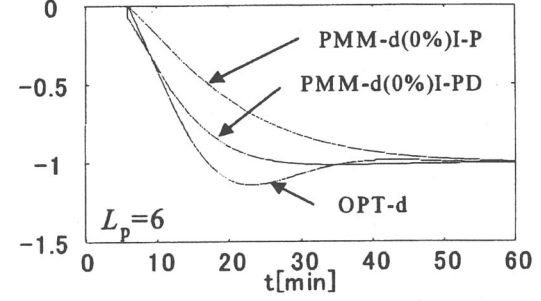
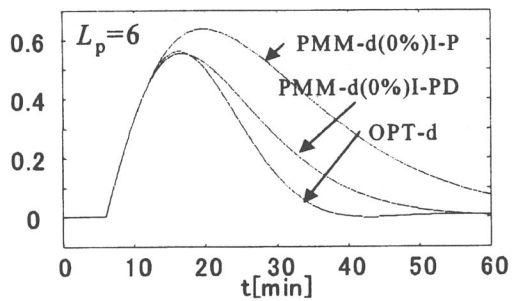
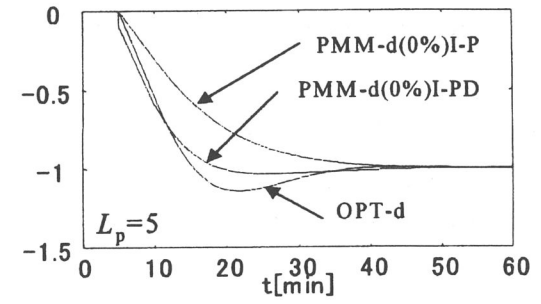
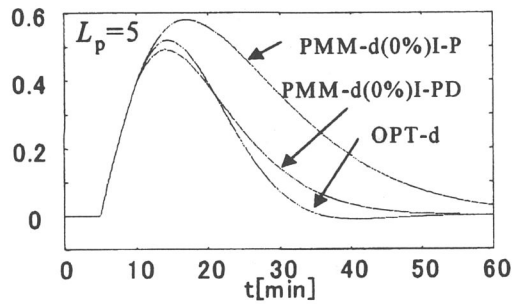
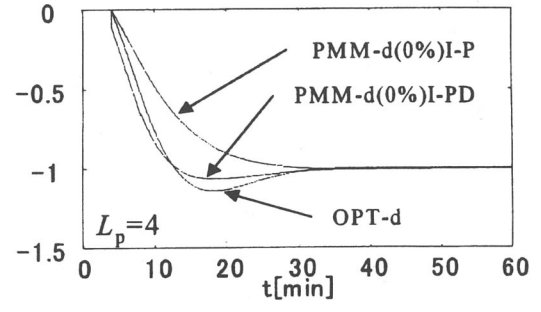
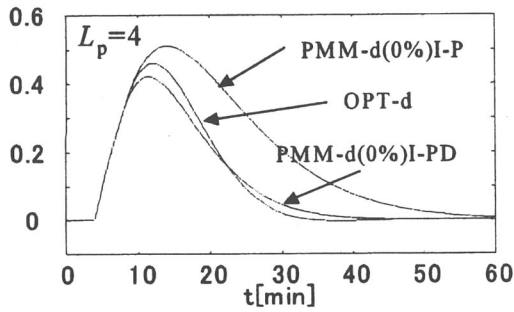
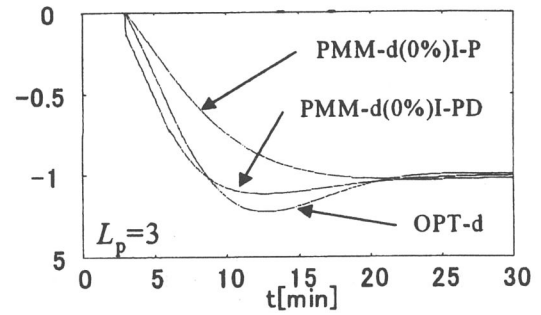
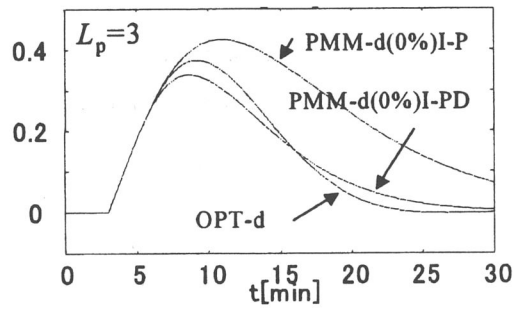
(b) ISC

4.2 外乱抑制特性の比較

Table 5~Table 7 に示す PID ゲインを用いて, 外乱抑制特性を示したのが Fig.9 である。



プロセス制御系設計用 CAD ソフト(その 29) ー省エネを考慮した PID コントローラの調整ー



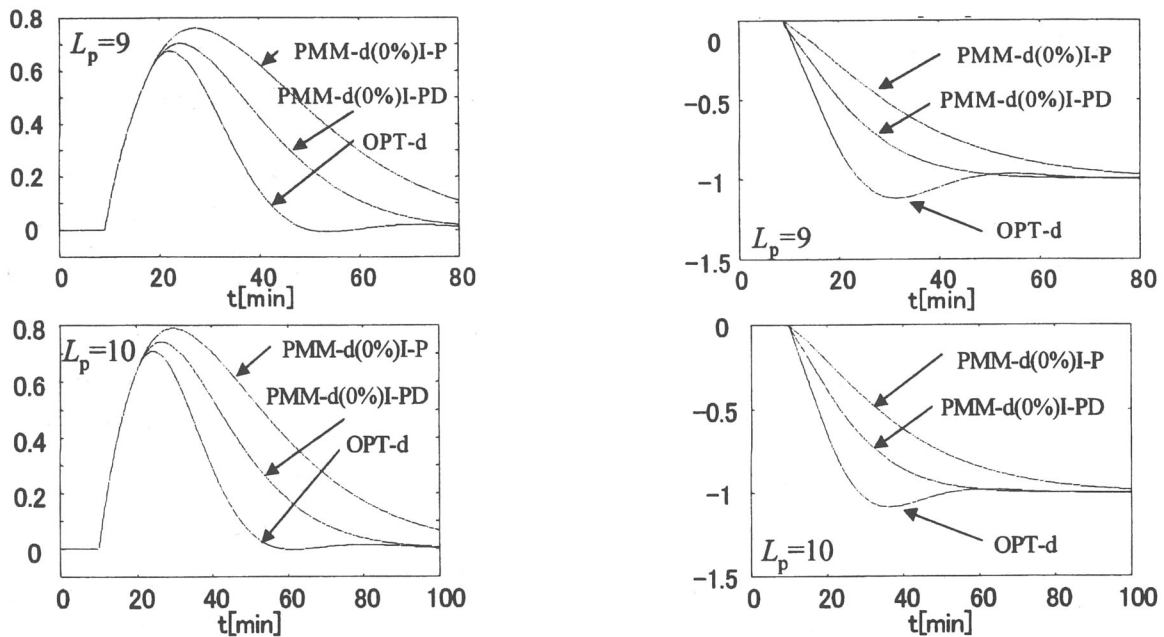


Fig.9 Comparison of responses to disturbance input for OPT-d and PMM-d(0%)

Fig.9 より, つぎのことがわかる。

むだ時間が小さなシステム ($L_p \leq 5$) において, OPT-d と PMM-d (0%) I-PD はきわめて似た応答を示している。

むだ時間が大きなシステム ($L_p \leq 7$) では, PMM-d (0%) I-PD の外乱応答における過渡的な最大振幅が OPT-d より大きくなっている。これは, むだ時間をパデ近似している影響だと考えられる。つまり, L_p/T_p が 0.6 を超えると応答が緩慢となり, パデ近似では部分的モデルマッチング法の良さが損なわれてしまう。

PMM-d(0%)I-P は, 応答特性が振動的にならないように過渡応答を大きくしていることから, OPT-d や PMM-d(0%)I-PD に比べ制御性の悪さを示している。

4.2 目標値追従特性の比較

Table 5~Table 7 に示す PID ゲインを用いて, 目標値追従特性を示したのが Fig.10 である。

Fig.10 より, つぎのことがわかる。

最も速応性がよいのは, OPT-d である。目標値追従特性においてもむだ時間が小さなシステム ($L_p \leq 5$) に対し, OPT-d と PMM-d (0%) I-PD はきわめて似た応答を示している。

5. J_4 による最適化手法のロバスト性

プラントの特性値が変動したとき, J_4 による最適化手法のロバスト安定性について考察する。

5.1 ロバスト安定性の条件

プラントの伝達関数 $G_p(s)$ は

$$G_p(s) = \frac{K_p}{T_p s + 1} e^{-L_p s}$$

であり, コントローラの伝達関数は

$$G_c(s) = \frac{k_i + k_p s}{s}$$

となる。相補感度関数は定義により

$$T(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)}$$

である。

乗法的モデル化誤差 $\Delta(s)$ は

$$G_p'(s) = (1 + \Delta(s))G_p(s)$$

のように表される。ここで, $\Delta(s)$ は

$$\Delta(s) = \frac{(1 + \delta_K)(T_p s + 1)}{T_p(1 + \delta_T)s + 1} e^{-L_p \delta_L s} - 1$$

である。

変動分は $\delta = \delta_K = -\delta_T = -\delta_L = 10 \sim 50[\%]$ である。

ロバスト安定性の条件はつぎのように表される。

$$|T(j\omega)| |\Delta(j\omega)| < 1$$

つまり, このボード線図が 0[dB] 以下ならばロバスト安定性が満たされていることになる。

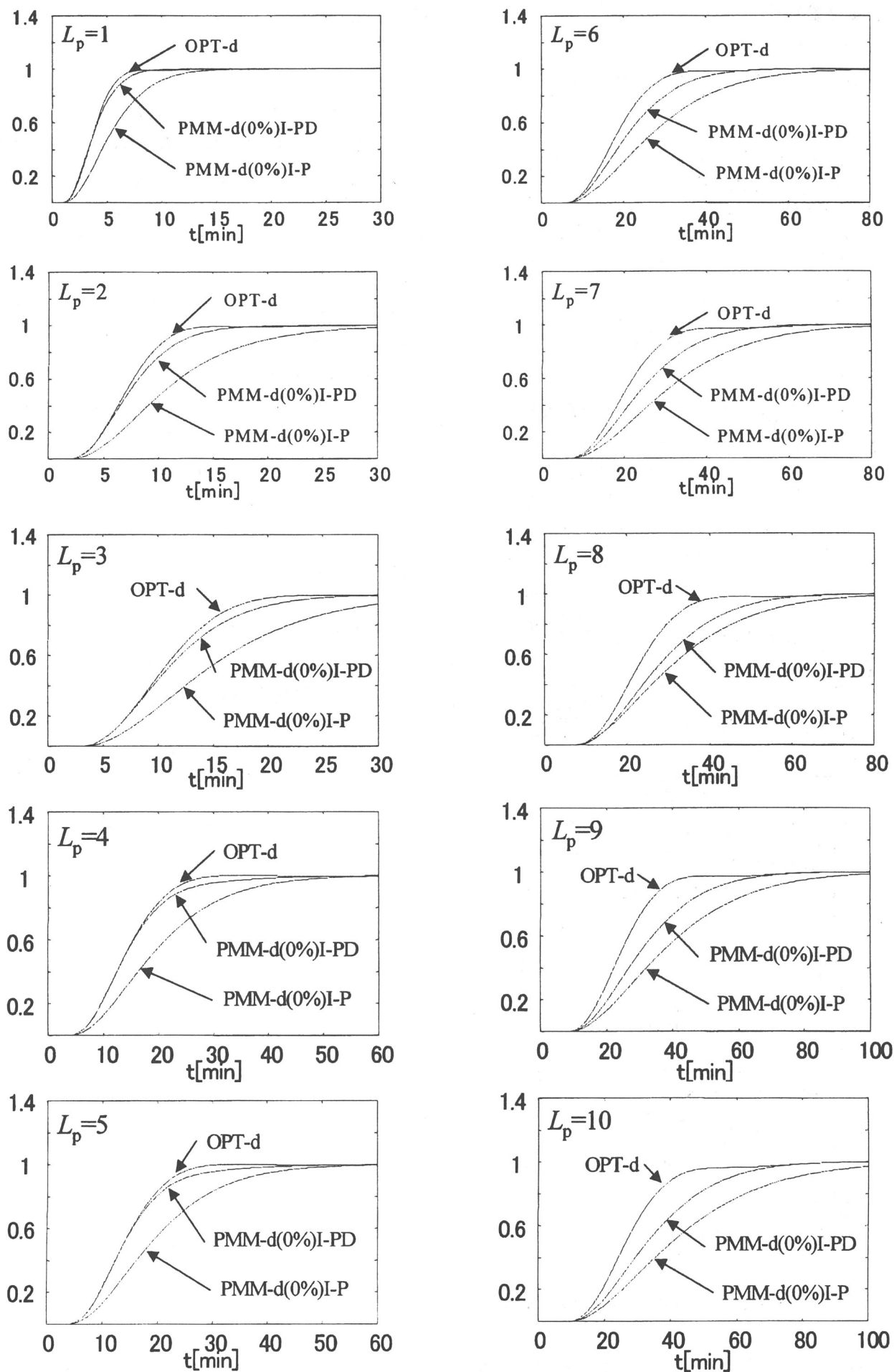


Fig.10 Comparison of responses to reference input for OPT-d and PMM-d(0%)

5.2 周波数特性

パラメータ変動分 δ に対する $T(j\omega)$, $\Delta(j\omega)$, $T(j\omega)\Delta(j\omega)$ のボード線図を Fig.11(a)~(e) に示す。

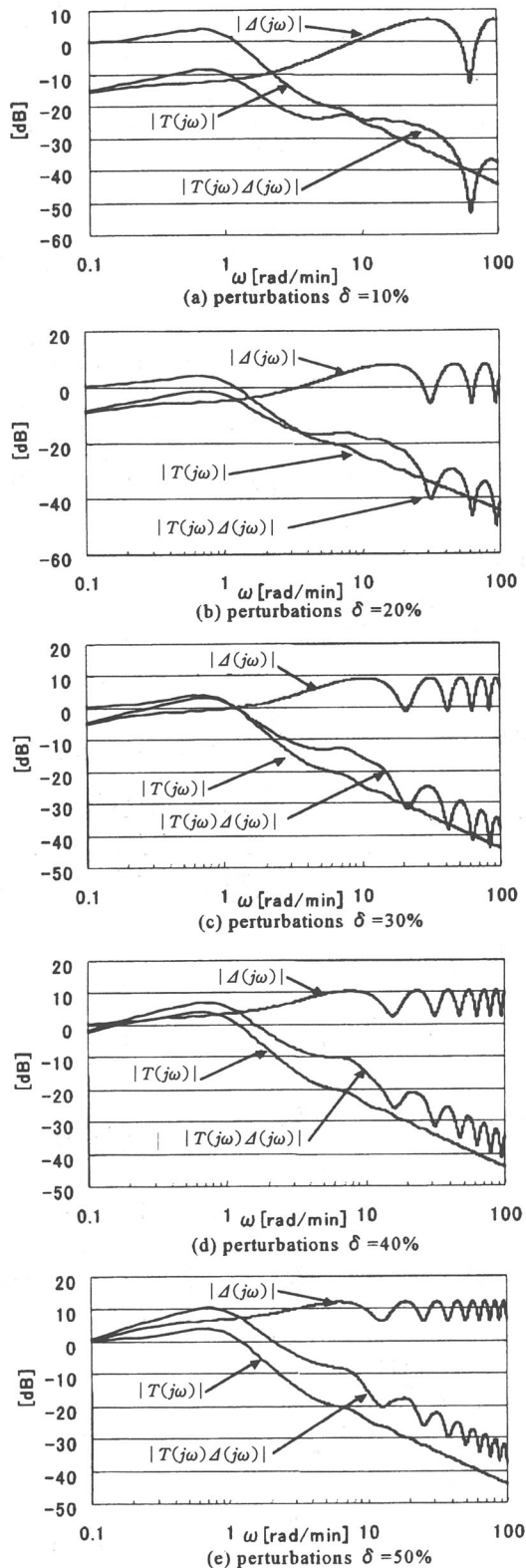


Fig.11 Gain diagrams of the closed-loop system

Fig.11 より, つぎのことがわかる。 J_4 による最

適化手法のロバスト安定性は, 特性変動 $\delta = 20\%$ まで満たしている。

6. おわりに

本稿では, 最適化手法における応答特性の改善をはかるために新しい評価関数 ISTE を導入した結果, 外乱応答, 操作量および目標値応答の振動を抑えている。この結果は, 振動を嫌うプロセス制御において, J_4 による最適化手法が実用性のあることが明らかとなった。

OPT-d と PMM-d(0%) はきわめて似た応答特性を示しているが, OPT-d は D 動作を抑え, ほとんど I-P 動作で制御している。これは, 評価関数にエネルギーを考慮した場合に D 動作は貢献しないことを意味している。さらに, プラントの特性変動を考慮に入れたロバスト安定性は, 変動率 $\delta = 20\%$ まで保証された。今後, 応答特性のシミュレーションにより事実関係を確認する。さらに, D 動作の意義についても検討したい。

7. 参考文献

- 1) 渡利久規, 小沢圭介, 野田善之, 黒須茂:
プロセス制御系設計 CAD ソフト (その 28)
—省エネを考慮に入れた PID コントローラの調整—
小山高専研究紀要 第 34 号 (2002)

「受理年月日 2001 年 8 月 24 日」