

数学教材作成の方向性と方法

The way of making a mathematical subject and policy

玉 木 正 一

Masakazu TAMAKI

1. 始めに 数学の授業は計算力の養成と論理や概念を学ぶという2つの側面を持っている。この2つの面の相乗効果を利用して高い段階に進んで行くというのが現行のスパイラル方式である。しかし、新分野の授業開始時に、一つ前の段階の計算力や概念をマスターしていないままで授業に参加する者も少なくない。この場合、心理的には次の段階に進めないことになる。そこに補助教材の必要性がでてくる。しかし現行のワープロ等をそのまま使用したのでは数式、表、グラフを盛り込んだ原稿を作成するには非常な困難がつきまとう。これを軽減する最近の手法を紹介する。急ぐ方は 5. 数式エディターを先に読まれると良い。

2. 数学の補助教材 数学の補助教材は (1) テキストで不足している資料の追加 (社会では年表、国語では原書などで、数学では数表、公式集で、内容よりは使い方が大切) (2) 問題、例題の追加、入試等のためのパターンを覚えるための演習等 (3) 問題等に解答のスペースをつけた作業領域を確保するための教材、いわゆるサブノートと言われる物が主になる。

3. 高専での需要 電卓が発達する前は、数表は数値を探すと言う行為を通して動機付けに役立ってきた。現在は数表は桁数が小さすぎて役立たない。例題、問題の追加は、解法に熟練するのには役立つが、高専生の置かれた立場からすると、判断力や全体を見渡す力、勉強すべき方向を見いだす力の養成の方が急務である。教科書、付属の問題集 (高等学校で使われている物は量も多く、習熟度別に配置されているが、高専の問題集は論理や分野別に配置されている) だけで十分であろう。最後にサブノート形式に書かれた教科書は最も望ましい物であるが、価格、大きさが問題となり実現していない。

4. 理想のテキスト 読んだだけで、論理が頭に入ってくる、ざっと目を通しただけで、全てが分かってしまい、専門家と肩を並べられるようになる。その様なことは望むべきでないが、学校教育以外でもその様な希望する者は多い。企業に於いても、高価な新しいソフトや装置を導入する場合も多い。現場教育、社員教育は企業の命運がかかっている。その為のマニュアル等には少々の経費がかかっても、重複があっても、充実した物を採用している。ビジネス的手法ではあるが、人間の能力を最大限発揮させようという方針は、学校教育でも見習うべき点である。学年制、カリキュラム等の秩序を保つ事も大事であるが、up to date な話題を盛り込んだ教材を提供して心理的に受け入れ易くする努力が必要となる。

どの様な方針で教材を作成するかと言う問題が残るが、その技術的な方法は別の機会に述べる。ここでは残る「清書すると言う困難」に対処する。

5. 数式エディター 次の数式、漢字、仮名交じり文を入力してみよう。

公式 $\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$, $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ を利用して次の計算をなさい。

(1) $\sum_{k=1}^n k(k+2)$ (2) $\sum_{k=1}^n (k+1)(k+3)$

たったこれだけであるが入力は大変難しい。2, 3分では出来ないであろう。特に第1行はワープロ付属の数式エディターでは、分数の中間線が高くなり、おかしい書式となる。

Tex 数式の出力は、Tex が最も優れているが、入力はいただけない。実際には既存の文書の一部を枠組みとして、数式部分をコピーや書き換えで貼り付けていく事が多い。

ワードの数式エディター ワードの数式エディターを起動させるには、メニューバーの 表示→ツールバー→ユーザー設定→コマンド→挿入→右の欄から Microsoft 数式エディターをクリックしてメニューバーにドロップしボタンを設定すればよい。このとき office2000 の CDROM を要求された。文章を入力中に数式が必要になったら、このボタンを押し、数式エディターを起動させる。一太郎の場合と違い入力中の文章が画面から消えないので扱いやすい。

カルキング 数式処理ソフトのカルキングを使うのが最も易しい。上記の例はマルチ画面で一方はワード、他方はカルキングでフォントの大きさを 12 ポイントにあわせる。カルキングで式を作成し、ワードにそのままドロップしたのである。

6. カルキングで、数式邦文交じりの文章を作成する。

まずカルキングのフォントを MS 明朝、または JS 明朝にあわせる。12 ポイントにあわせる。(ワープロとサイズが合えば何ポイントでも良い) メニューバーよりオプション、プロパティ、書式、改行幅の設定を行う。(50%、又は 75%で良いと思う) これで設定が出来た。

文章をうち、数式部分に来たら、前候補キーで半角に切り替える。そこでカルキングのエディターを働かせる。カルキング自体がエディターなので、F2,F3,F4,F5、shift+F4,F5,F6 の 6 個の作業が殆どである。

F2,F3,F4 は右下付き 2/3 ポイントの活字、分数書式、上付き 2/3 ポイントの活字、これで大抵の分数式、多項式が書ける。F5 は平方根を導く。

shift+F4,F5,F6 は数学記号のテーブル (ウィザード)、ギリシャ文字テーブル、演算記号等のテーブルこれで書くと

$$\text{公式 } \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1), \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) \text{ を利用して次の計算をなさい。}$$

となってしまう。ここで式の部分を数式表示用のフォントに切り替える。式の部分をマウスでアクティブして、フォントを切り替える。上では SimplexMartini を用いた。TimesRoman の斜体でも良い。

次に必要な部分をワードに貼り付ける。ビットマップになるので極端な拡大をしたときにどうするかという問題が出てくるが、Acrobat の PDF ファイルを経由すれば、この問題は解決する。

7. 式とグラフと邦文及び表の交じった文章を作成する。 配置を含めて次のような文章を作成してみよう。

[例題 4] ある溶液の pH を 8 回測定し次の値を得た。

7.86, 7.90, 7.81, 7.94, 7.84, 7.92, 7.91, 7.93

この溶液の pH の測定値は正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ をつくり、上の値は、これから抽出した標本の実現値とみて、 σ^2 の 95% 信頼区間を求めよ。

回数	ph	x^2
1	7.86	61.7796
2	7.9	62.41
3	7.81	60.9961
4	7.94	63.0436
5	7.84	61.4656
6	7.92	62.7264
7	7.91	62.5681
8	7.93	62.8849
合計	63.11	497.8743

ワードだけでこの様な配置で文章を作成するのは難しい。エクセルから直接クリップに拾ってドロップすると、そこから行替えがおこり、図表として貼り付けられてしまう。

メニューバーより 挿入→オブジェクトファイル→エクセル と選択すればその地点に表を挿入できるが、上記のように文章右に 1 文字あけて表を入れるのは難しい。

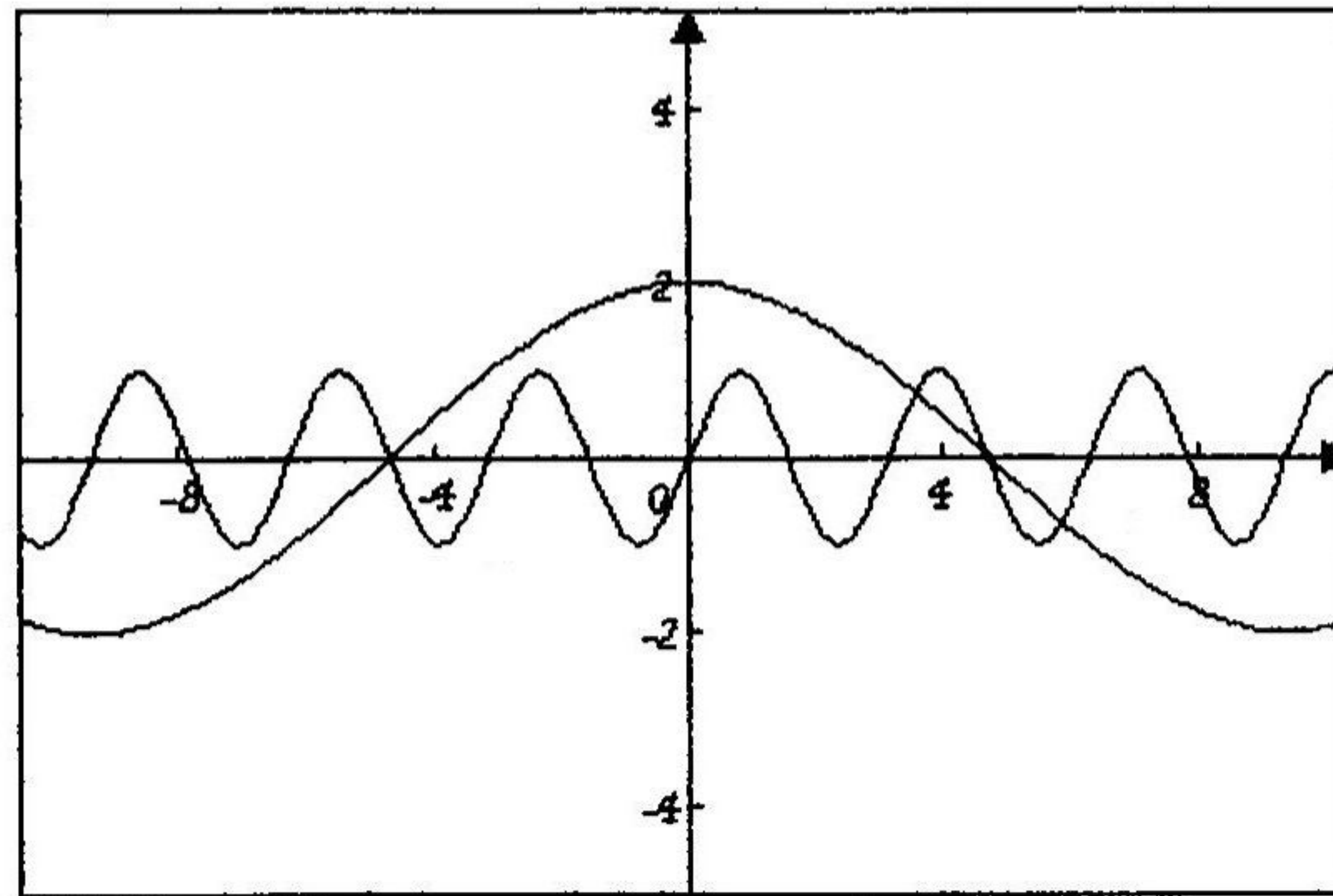
上記はカルキングのページに文章を配置して、右側に直接エクセルよりドロップした。この時点でエクセルはカルキングにオブジェクトとしてはいる。2つをそのままマウスでクリップしてもオブジェクトは落ちてしま

うので、カルキングの拾いたい部分の頂点に空白文字を配置しておく、これは勿論見えない。またカルキングは透過文字なので図表に影響を与えない。

[例題4] 次の関数のグラフをかきなさい。

① $y = \sin 2x$

② $y = 2\cos \frac{x}{3}$



カルキングにはグラフ機能があるので任意の位置にグラフを配置できる。しかし、グラフはビットマップ方式でカルキング内にコピーしておかなければワードには移植できない。

8. 計算機能と式の作成 カルキングの計算機能を用いると原稿の作成が容易になる。

手書き清書と比べて、ワープロを用いると漢字を忘れても選択機能を利用することで、原稿制作が著しく楽になる。同様にカルキングの計算機能を利用すると原稿に計算上の誤りを減らすことが出来る。これはTexには無い機能である。

次の例は分数式の計算例題を作成する過程である。

$$\frac{x-5}{(x+1)(x+2)} + \frac{x-2}{(x+1)(x-1)} + \frac{-x+7}{(x+2)(x-1)} \quad (1)$$

$$\frac{x-5}{x^2+3x+2} + \frac{x-2}{x^2-1} + \frac{-x+7}{x^2+x-2} = \quad (2)$$

$$\frac{x-5}{x^2+3x+2} + \frac{x-2}{x^2-1} + \frac{-x+7}{x^2+x-2} = \frac{x-5}{x^2+3x+2} + \frac{x-2}{x^2-1} + \frac{-x+7}{x^2+x-2} = \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{x-5}{x^2+3x+2} + \frac{x-2}{x^2-1} + \frac{-x+7}{x^2+x-2} &= \frac{x-5}{(x+2)(x+1)} + \frac{x-2}{(x-1)(x+1)} + \frac{-x+7}{(x-1)(x+2)} \\ &= \frac{x^2+8}{x^3+2x^2-x-2} \end{aligned} \quad (4)$$

(1)はカルキングのエディター機能を使って入力した。(2)は分母のみ展開して、問題を完成させた。(3)ではウィンドウズのショートカットキーを用いて問題を繰り返し表記した。Ctrl+x、Ctrl+vを2回繰り返し右辺の計算の用意をする。左手小指と中指、人差し指のみで出来るので、キーボードから手を離さないで済む。

(4)マウスで(3)の右辺の分母を選択して因数分解をする。更に等号、計算を行い解答の流れを示すことが出来る。原稿に取り入れるのは(4)のみにする。

Insert キーを用いると容易に上書きモードに変更できる。

行列、括弧計算
と上書きの利用 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 33 & 12 \\ -5 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 8 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 37 & 16 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$

これと Ctrl+x、Ctrl+v キーを追加すると上のような計算が容易に出来る。

[例題] 次の行列を対称行列と交代行列の和に分解しなさい。

$$\begin{pmatrix} 1 & 8 & 2 \\ 3 & -2 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 2 \\ 3 & -2 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{と定義する。}$$

公式では $\frac{1}{2}(A + {}^tA)$ が対称行列で $\frac{1}{2}(A - {}^tA)$ が交代行列である。

これを計算すると

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(A + {}^tA) &= \frac{1}{2} \times \left(\begin{pmatrix} 1 & 8 & 2 \\ 3 & -2 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 8 & -2 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \begin{pmatrix} 2 & 11 & 1 \\ 11 & -2 & 7 \\ 1 & 7 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{11}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{11}{2} & -2 & \frac{7}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{7}{2} & 3 \end{pmatrix} \\ \frac{1}{2}(A - {}^tA) &= \begin{pmatrix} 0 & 2.5 & 1.5 \\ -2.5 & 0 & 1.5 \\ -1.5 & -1.5 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

定義した後で Ctrl+F7 で代入形式が計算される。カルキングには不定積分の機能と図形作成の機能がない。図形は DesignCad、花子等を使って作成し、カルキングにドロップすればよい。計算機能はより能力の高い Mathcad からドロップすればよい。

9. PDF ファイルの利用 アクロバット・ディスタイラーを利用すれば PDF ファイルを作成できる。カルキングには 1 ファイルにつき 30 ページ程度しか編集できない欠点がある。またワードもウィンドウズの不安定性により、多くのファイルを貼り付けると、フリーズする傾向がある。原稿が完成して後々の編集が不要の場合、PDF ファイルにすると、数百ページのファイルの管理も容易になる。またハイパーリンクを貼り付けることにより、Tex 以上に引用や関連性の理解が易しくなる。

平成 14 年は 2 年生微分積分学に 153 ページ、代数学・幾何学に 156 ページ、3 年生解析学に 92 ページ、応用数学 1 に 55 ページの書き込み式サブノートを用意した。PDF ファイルに音声による注釈をつけることが出来るので CDROM を直接に自習用教材として使用させる事も容易である。

10. 最後に 今回は簡単な数式の貼り付けと編集についてあつかったが、どのような性格の教材をどのようなメディアで使用するか、その他の編集ソフトに何があるか、効率的な使用方法は何か？という問題について全く触れることが出来なかった。数式処理ソフトを考えると、教育現場では処理能力も大事であるが、便宜性の方が優先されるべきであろう。またその様なソフトも開発されつつある。

(小山工業高等専門学校一般科 tamaki@oyama-ct.ac.jp)

参考文献

1. 田河生長他 基礎数学 大日本図書
2. 田河生長他 線形代数学 大日本図書
3. 田河生長他 確率統計 大日本図書

「受理年月日 2002 年 9 月 30 日」