

制御理論講話 (その4) —内部モデル制御—

山崎 敬則, 渡利 久規, 古瀧 雅和*, 黒須 茂**

A Lecture on Control Theory (Part4)

— Internal Model Control —

Takanori YAMAZAKI, Hisaki WATARI, Masakazu KOTAKI*, Shigeru KUROSU**

1. はじめに

制御系設計の流れを大雑把に示すと、つぎのようになる。

- 1) 制御系設計用簡易モデルの構築
- 2) 制御仕様の設定
- 3) 補償器の設計
- 4) 制御性能の確認

この中で、制御系設計作業の80%を占めるというのが1)のモデルの構築(モデリング)であり、基本的に厳密なモデルを必要としない古典制御理論に基づくPID調節器の適用分野が広いことは周知の通りである。

これに対して、厳密なモデルを前提とした現代制御理論は、すべてプラントについて完全なる知識に基づいて制御系の設計がはじまる。近年、あらかじめモデル変動の幅を事前に設計に取り組み、安定性や制御性能を保証するロバスト制御が実用化の域に達している。

本稿では、プラントの知識がわかっているならば、それを有効に活用する内部モデル制御(internal model control)の基本的な考え方を述べ、従来のPID制御系との関連、さらに内部モデル制御によるPIDパラメータの調整についてお話する。

例によって長屋の住人である熊さんと八つあんが、ご隠居さんのところにお中元でもち込まれたお酒の臭いを察知してやってきました。

ご隠居「どうしたい。しばらく、顔を見せないから景気でもよくなったのかと思っていたんだが、二人ともやけに顔色がいいね。その分じゃ、だいぶ羽振りもいいね」

八つあん「どうもこうもありませんぜ。例の国立機関の独法化にともなって、どこの長屋でも改修工事をやっているでしょう。うちの長屋もすっかり冷暖房完備になってしまっ、どいつもこいつもすっかり居心地がよくなって、例の「閉じこもり」というやつです?部屋からでてきませんぜ」

熊さん「その昔は花見に行ったり、紅葉狩りに行ったり、結構和気あいあいと楽しんだですがね。最近では、寄り合いを開いてもでてこないんですぜ」
ご隠居「世の中せち辛くなると、どうしても人間関係が疎遠になるものじゃよ。それにしても、こうして相変わらず二人揃って、じいさんの話を聞きにくるところはうれしいね。二人ともよい心掛けだよ」

熊さん「ところで、ご隠居。今日は何を話を聞かせてくれるんですかい?」

ご隠居「前は1次おくれ+むだ時間系についてむだ時間の処理の仕方について話したから、今回は

*) 平成15年度機械工学科在学中

**) 研究所 "Crotech"

その延長上で、フィードフォワード方式の制御問題について話すとするかい？」

八つあん「ご隠居、な…なんです。そのフィードフォワードっていうのは？」

ご隠居「今まで液面制御なんかでも、PID制御によるフィードバック制御で、プラントが非線形系であっても結構うまく制御されていたんだよ。PID制御では、プラントの伝達関数がよくわからなくてもうまく働いてくれたが、プラントについて僅かの知識でもわかっていれば、それを有効に活用しようというのがフィードフォワードの考え方じゃよ。

質量を計測するはかりの発達を見ても、古代エジプトの時代から天秤やさお秤などのフィードバック方式が主流であったが、その後、ばね秤などのフィードフォワード方式に変わり、現代もっとも高感度を誇る電子天秤なんかもフィードフォワード方式なんじゃよ」

2. 内部モデル制御

ご隠居「それでは、内部モデル制御の基本的な考え方について説明しよう。Fig.1に示すフィードフォワード制御を考える。このとき、プラントの真の伝達関数を $G_p(s)$ とし、モデリングによって得られた伝達関数を $G_M(s)$ と表わそう。

さて、このモデル $G_M(s)$ を使って、目標値 $r(s)$ から制御量 $y(s)$ に到る伝達関数はつぎのようになる。

$$y(s) = G_p(s)G_c(s)r(s) \quad (1)$$

コントローラを $G_c(s)$ として、プラントのモデル $G_M(s)$ の逆関数 $G_M(s)^{-1}$ をとってみる。まず、モデル $G_M(s)$ が完全に真の伝達関数 $G_p(s)$ に一致しているとき、

$$y(s) = G_p(s)G_M(s)^{-1}r(s) = r(s) \quad (2)$$

となる。つまり、 $y(s)$ は瞬時にして $r(s)$ に一致

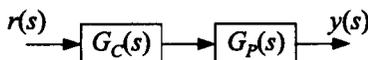


Fig.1 フィードフォワード方式

させることができるわけじゃよ」

八つあん「そんな無茶な。それじゃあ、PIDもへつたくれもないじゃありませんか？」

ご隠居「確かに、そうは問屋がおろさない。 $G_c(s)$ が $G_M(s)$ の逆関数として設計されると、 $G_c(s)$ の分子の s 次数が分母の次数大きい有理関数になってしまう(これを **improper** という)。純然たる微分器は実現不可能(**infeasible**)であると習っているだろう。

そこで、コントローラ $G_c(s)$ の分子の次数が分母の次数より2次以上大きくならないように、 $F(s)$ を $G_M(s)^{-1}$ にかけて、改めて

$$G_c(s) = F(s)G_M(s)^{-1} \quad (3)$$

とする。そうすることによって、(1)式は

$$y(s) = G_p(s)G_M(s)^{-1}F(s)r(s) = F(s)r(s) \quad (4)$$

となり、 $F(s)$ が(定常ゲインが1となる)を満たすように設計すれば、十分時間がたつと、 y は r に漸近する。

この関数 $F(s)$ は、フィルタとよばれ、一般に

$$F(s) = \frac{1}{(1+\alpha s)^n} \quad (5)$$

がよく用いられる。次数 n は $F(s)G_M(s)^{-1}$ の分子の次数が分母の次数より2次以上大きくならないように選ぶのじゃよ」

熊さん「2次以上には何か意味あるんですかい？」

ご隠居「PIDコントローラの伝達関数

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (6)$$

で知っているように、測定値の1階微分(D動作)は許容しているのじゃよ。

現実問題として、フィードフォワード制御では外乱に対しては、まったく対処ができない。だから、外乱が存在したり、モデルに誤差(モデル化誤差という)を含んでいる場合には、(4)式のようにはない」

八つあん「そこで、フィードバック方式を使うんでしょう？」

ご隠居「その通り。そこで、プラントに並列にモデルを置き、操作量 u を加えたときのプラントからの出力 $y(s)$ とモデル $G_M(s)$ の出力 $y_M(s)$ を比

較する。この $y(s)$ と $y_M(s)$ との差 $y(s) - y_M(s)$ をコントローラに戻す。外乱やモデル化誤差がなければ $y(s) - y_M(s)$ がゼロとなり、フィードフォワード方式の(4)式と等価になる。この構造を示すと、Fig.2のようになり、内部モデル制御 (Internal Model Control, 略してIMC) とよばれる]

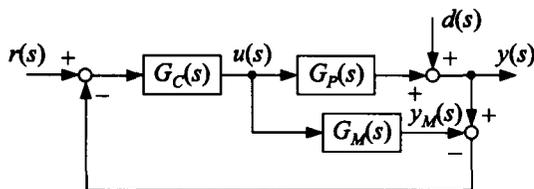


Fig.2 内部モデル制御

八つあん「この構造だけを見ると、カルマンフィルタの推定方式やモデルに基いた適応制御方式にも似ていますね？」

ご隠居「フィードバック構造で誤差を測定して、誤差を少なくするようにコントローラを設計する問題はみんな同じ形式で書けるように思うよ。

Fig.2の構造において、 $r(s)$ ならびに $d(s)$ から $y(s)$ への伝達関数を求めると、つぎのようになる。

$$y(s) = \frac{G_P(s)G_C(s)}{1 + \{G_P(s) - G_M(s)\}G_C(s)}r(s) + \frac{1 - G_M(s)G_C(s)}{1 + \{G_P(s) - G_M(s)\}G_C(s)}d(s) \quad (7)$$

モデル化誤差がない場合には、 $G_P(s) = G_M(s)$ であるから、(7)式は

$$y(s) = F(s)r(s) + \{1 - F(s)\}d(s) \quad (8)$$

と書けるのじゃよ]

熊さん「なんか、またいつものようにベテンにかけられているような感じがしますぜ？1次おくれ系を例にして、コントローラ $G_C(s)$ を示してくださいませんか？」

ご隠居「わしも隠居してから制御をにわか勉強したもので実のところはよくわからないが、IMCではコントローラ $G_C(s)$ の内部にモデル $G_M(s)$ を含めて、 $y(s)$ へのプラント $G_P(s)$ の影響がないようにする。つまり、感度が下げている点に利点があるのじゃ。それでは、1次おくれのプラントの伝達

関数

$$G_P(s) = \frac{K_P}{1 + T_P s} \quad (a)$$

として、プラントのモデルを

$$G_M(s) = \frac{K_M}{1 + T_M s} \quad (b)$$

とすれば、 $n = 1$ の $F(s)$ を用いてコントローラ $G_C(s)$ は、

$$G_C(s) = \frac{1}{(1 + \alpha s)} \frac{1 + T_M s}{K_M} \quad (c)$$

となる。 $G_P(s) = G_M(s)$ のとき、(8)式より

$$y(s) = \frac{1}{1 + \alpha s} r(s) + \frac{\alpha s}{1 + \alpha s} d(s) \quad (d)$$

八つあん「モデルの逆関数をとってコントローラを設計するといいますが、つねに逆関数がとれるわけではないんでしょう？」

ご隠居「その通り。つぎに逆関数のとれない場合を説明しよう。たとえば、非最小位相系のモデル、つまり不安定なゼロ点をもつ場合、

$$G_M(s) = \frac{K_M(1 - \alpha s)}{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)} \quad (\alpha > 0) \quad (9)$$

のとき、このモデルの逆関数をとると、コントローラ $G_C(s)$ は

$$G_C(s) = \frac{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)}{K_M(1 - \alpha s)} F(s) \quad (10)$$

となり、これでは不安定なコントローラとなる。

また、むだ時間系を含む系のモデル

$$G_M(s) = G_M(s)e^{-L_P s} \quad (11)$$

であるとき、このモデルの逆関数をとると、コントローラ $G_C(s)$ は

$$G_C(s) = G_M(s)^{-1} e^{L_P s} F(s) \quad (12)$$

となる。分子に $e^{L_P s}$ をもつことから、入力信号の未来の値を使うことになり、実現不可能であるのじゃ。そういう場合にどのように対処して設計するかが問題だよ]

八つあん「わかりますよ。そういうときにはモデルの伝達関数がとれる部分(善い子) $G_{M-}(s)$ ととれない部分(悪い子) $G_{M+}(s)$ にわけて、善い子だけでコントローラを実現すればいいんでしょう？つまり、

$$G_M(s) = G_{M-}(s)G_{M+}(s) \quad (13)$$

として,

$$G_C(s) = F(s)G_{M-}(s)^{-1} \quad (14)$$

とするわけです」

ご隠居「逆関数をとれる部分 $G_{M-}(s)$ をinvertible といって最小位相推移系となり, とれない部分 $G_{M+}(s)$ はnoninvertible といって $|G_{M+}(j\omega)| = 1$ を満たすようにし, 全域通過系 (all path filter) の特性をもつように設計するのじゃ.

たとえば, 1次おくれ+むだ時間系を例にとると,

$$G_P(s) = \frac{K_P}{1+T_P s} e^{-L_P s} \quad (a)$$

$$G_M(s) = \frac{K_M}{1+T_M s} e^{-L_M s} \quad (b)$$

としたとき,

$$G_{M-}(s) = \frac{K_M}{1+T_M s}, \quad G_{M+}(s) = e^{-L_M s} \quad (c)$$

とに分解する. ここで $|G_{M+}(j\omega)| = 1$ を満たしている. この分解を使って, コントローラ $G_C(s)$ は

$$G_C(s) = \frac{1}{1+\alpha s} \frac{1+T_M s}{K_M} \quad (d)$$

となる.

Fig.3の構造において, $r(s)$ ならびに $d(s)$ から $y(s)$ への伝達関数を求めると, …」

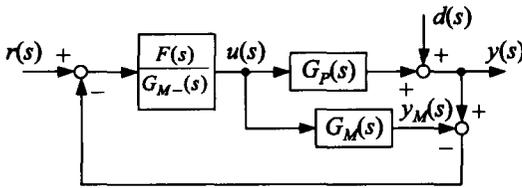


Fig.3 内部モデル制御

熊さん「それは, ご隠居. わしらにまかせて下さいな. (7)式に(13), (14)式を代入すればいいんでしょう?つまり,

$$y(s) = \frac{G_P(s)G_{M-}(s)^{-1}F(s)}{1 + \{G_P(s) - G_{M-}(s)G_{M+}(s)\}G_{M-}(s)^{-1}F(s)}r(s) + \frac{1 - G_{M+}(s)F(s)}{1 + \{G_P(s) - G_{M-}(s)G_{M+}(s)\}G_{M-}(s)^{-1}F(s)}d(s) \quad (15)$$

ですから, モデル化誤差がなければ $G_P(s) = G_M(s) = G_{M+}(s)G_{M-}(s)$ ですから, 結局

$$y(s) = G_{M+}(s)F(s)r(s) + \{1 - G_{M+}(s)F(s)\}d(s) \quad (16)$$

となります.]

ご隠居「むだ時間要素 $e^{-L_M s}$ に Padé の近似を用いて, 非最小位相系

$$G_M(s) = \frac{K_P}{1+T_P s} \frac{1 - \frac{L_M s}{2}}{1 + \frac{L_M s}{2}} \quad (a)$$

を対象にして, コントローラ $G_C(s)$ を設計したらどうじゃ」

八つあん「合点承知の介だ. まず, $G_M(s)$ を

$$G_{M-}(s) = \frac{K_P}{1+T_P s}, \quad G_{M+}(s) = \frac{1 - \frac{L_M s}{2}}{1 + \frac{L_M s}{2}} \quad (b)$$

とに分解する. もちろん, $|G_{M+}(j\omega)| = 1$ は満たしている. この分解を使って, コントローラを設計すると,

$$G_C(s) = \frac{F(s)}{G_{M-}(s)} = \frac{1}{1+\alpha s} \frac{1+T_M s}{K_M} \quad (c)$$

となります」

3. PID制御との関連

ご隠居「Fig.2に示す内部モデル制御(IMC)の制御構造をブロック線図の等価変換を行うと, Fig.4に示すような通常のフィードバック系が得られる. 内部モデル制御系のコントローラ $G_C(s)$ とフィードバック系の $G_{CO}(s)$ の間には

$$G_{CO}(s) = \frac{G_C(s)}{1 - G_C(s)G_M(s)} \quad (17)$$

$$G_C(s) = \frac{G_{CO}(s)}{1 + G_{CO}(s)G_M(s)} \quad (18)$$

の関係がなりたつのじゃよ」

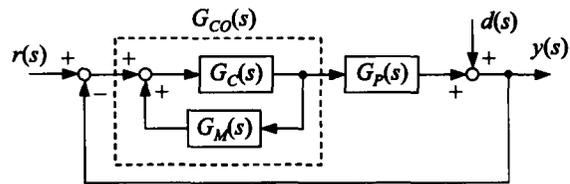


Fig.4 等価なフィードバック構造

八つあん「さきほどのむだ時間に Padé の近似を用いた例題に適用すると、フィードバック系のコントローラ $G_{co}(s)$ は、

$$\begin{aligned} G_{co}(s) &= \frac{G_C(s)}{1 - G_C(s)G_M(s)} \\ &= \frac{1}{1 + \alpha s} \frac{1 + T_M s}{K_M} \\ &= \frac{1}{1 + \alpha s} \frac{1 + T_M s}{K_M} \frac{1 - \frac{L_M s}{2}}{1 + \frac{L_M s}{2}} \\ &= \frac{(1 + T_M s)(1 + \frac{L_M s}{2})}{K_M \left\{ (1 + \alpha s) \left(1 + \frac{L_M s}{2} \right) - 1 + \frac{L_M s}{2} \right\}} \\ &= \frac{\frac{2T_M + L_M}{2K_M(\alpha + L_M)} \left\{ \frac{T_M L_M}{2T_M + L_M} s + 1 + \frac{1}{(T_M + \frac{L_M}{2})s} \right\}}{\left\{ \frac{\alpha L_M}{2(\alpha + L_M)} s + 1 \right\}} \end{aligned}$$

(19)

となり、これはつぎのフィルタつきのPIDコントローラと等価になる。

$$G_{co}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \frac{1}{\tau s + 1} \quad (20)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} K_P &= \frac{2T_M + L_M}{2K_M(\alpha + L_M)} \\ T_I &= T_M + \frac{L_M}{2} \\ T_D &= \frac{T_M L_M}{2T_M + L_M} \\ \tau &= \frac{\alpha L_M}{2(\alpha + L_M)} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

このように、(17)式を用いると、さまざまなプラントがPIDコントローラに等価変換できることになるわけじゃ¹⁾

熊さん「ご隠居、PIDコントローラに等価変換できるから、なんだというんです？ 応答のことなんか、まったく考えてないじゃないですか？ 話がよく見えませんね」

ご隠居「熊さんは頭が鈍いくせに、鋭い質問をするね。そういう男って、お役所に多いんだよ。自

分じゃ、なにもできないくせに、やたらもの知り顔して鋭いことを聞いてくる奴…」

熊さん「ご隠居も佳境に入ってくると、わけのわからぬことをいって、話をそらす悪い癖があるよ。そういうじじいって、お役所に多いんだよ」

ご隠居「すまん、すまん。実はわしにも本当のところはよくわからんのだ。文献2)の受け売りになるがね。内部モデル制御の興味深い特長はロバスト性を考慮に入れて設計できる点にある。つまり、フィルタ $F(s)$ の選定の仕方によってロバスト性を調整できる。制御性能とロバスト性能のトレードオフはフィルタのパラメータの調整だけで解決する。あとでその辺の話をするがね。

目標値追従特性がよくなるようにIMCを設計したとき、設計は本質的には極-ゼロ相殺であるから、相殺された極が代表極に比べてゆっくりした応答ならば、外乱応答は決してよくならない。この事実を Åström はシミュレーションによって明らかにしている」

4. スミス補償器

ご隠居「前稿³⁾でむだ時間を含んだプラントに対して、スミス補償器(Smith predictor)について話したが、覚えているかい？」

八つあん「むだ時間系を制御するのに、むだ時間をコントローラに含ませて特性方程式からむだ時間を除外して、設計する方法でしょう？」

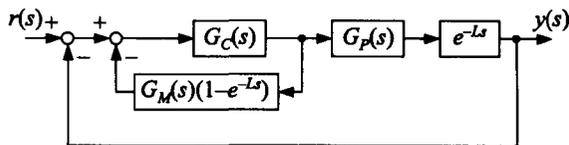


Fig.5 スミス補償器

ご隠居「その通りだ。スミス補償器を用いたフィードバック系を示すと、Fig.5のように画け、等価変換するとFig.6のようなIMC構造となるわけじゃ。」

Fig.6より、 $y(s)$ に現れる $u(s)$ の影響がむだ時

間だけ遅れてから $u(s)$ を動かしていたのでは遅すぎる。そのため、むだ時間に相当する時間だけ将来の $y(s)$ の値をモデル $G_M(s)$ を使って、 $G_M(s)u(s)$ と予測し、コントローラにフィードバックする形になっている。一方で、おくれで $y(s)$ に現れる $u(s)$ の影響 $G_M(s)e^{-Ls}$ で推定して、 $y(s)$ より差し引くことで、先に計算した予測値をフィードバックするという形になっている。

モデル化誤差がなければ、 $r(s)$ から $y(s)$ への伝達関数は、

$$y(s) = \frac{G_C(s)G_P(s)e^{-Ls}}{1+G_C(s)G_P(s)} \quad (22)$$

となるわけじゃ

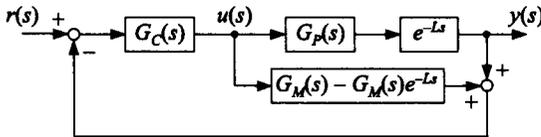


Fig.6 スミス補償器(等価変換)

八つあん「わかりませんね。なにがいたいんですかい？」

ご隠居「むだ時間を含んだプラントを内部モデル制御で設計してみよう。Fig.7において、

$$K(s) = F(s)G_M(s)^{-1} \quad (23)$$

とにおいて、Fig.7(b)のような等価なフィードバック制御系を考える。Fig.7の両者のコントローラの間には

$$K(s) = F(s)G_M(s)^{-1} = \frac{G_C(s)}{1+G_C(s)G_M(s)} \quad (24)$$

$$G_C(s) = \frac{K(s)}{1-K(s)G_M(s)} = \frac{F(s)G_M(s)^{-1}}{1-F(s)} \quad (25)$$

の関係がなりたつ。

いま、プラントが1次おくれ+むだ時間系

$$G_M(s)e^{-Ls} = \frac{K_M}{1+T_Ms} e^{-Ls} \quad (26)$$

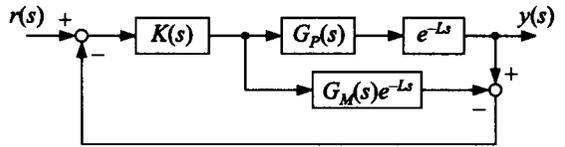
としたとき、

$$F(s) = \frac{1}{1+\alpha s} \quad (27)$$

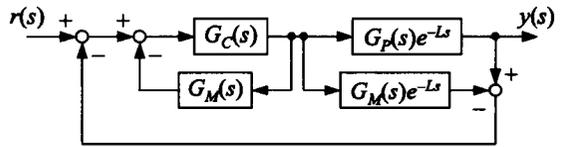
を使って内部モデル制御系のコントローラ $G_C(s)$ を設計すると

$$G_C(s) = \frac{1}{1+\alpha s} \frac{1+T_Ms}{K_M} e^{-Ls} = \frac{T_M}{\alpha K_M} \left(1 + \frac{1}{T_Ms}\right) \quad (28)$$

となり、PI制御と等価になる。つまり、これらの等価性からこの内部モデル制御系はスミス補償器とPIコントローラを用いた制御系に等価であることがわかったわけじゃ⁹⁾



(a)



(b)

Fig.7. 内部モデル制御とスミス補償器

八つあん「ご隠居。等価であることにそんな重大な意味があるんですかい？」

ご隠居「そりゃそうだよ。今、流行りの H_∞ 制御にしても、状態フィードバックにしても、内部モデル制御との等価性でも発見されれば、設計手法が一段と容易になるのじゃ。芝浦に住む桑田というわしの先輩が提案しているむだ時間が優勢なプラントに適用した変則的なIMCを紹介しよう⁹⁾。

まず、Fig.8 (a) を見てもらいたい。閉ループ伝達関数は

$$y(s) = \frac{G_C(s) \frac{K_P e^{-Ls}}{1+T_Ps}}{1+G_C(s) \frac{K_P e^{-Ls}}{1+T_Ps}} \quad (29)$$

となり、これを規範モデルと等しくおくと、

$$y(s) = \frac{e^{-L_M s}}{1 + T_M s} r(s) \quad (30)$$

ここに, $T_M = T_P$, $L_M = L_P$ とする.

$$G_C(s) = \frac{1}{K_P} \frac{1}{1 - \frac{e^{-L_P s}}{1 + T_P s}} \quad (31)$$

つまり, Fig.8(b)のような正帰還となる.

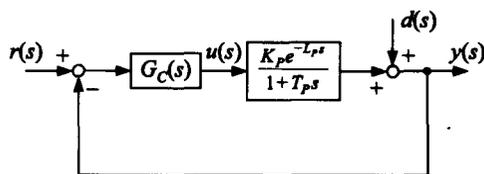
これは, $1/K_P$ と正帰還を入れ替えて書き直すと, Fig.8(c)のようになる. これは $G_C(s) = 1$ とおいたときのIMC構造になっている. $r(s)$ ならびに $d(s)$ から $y(s)$ への応答は

$$y(s) = \frac{e^{-L_P s}}{1 + T_P s} r(s) + \left(1 - \frac{e^{-L_P s}}{1 + T_P s}\right) d(s) \quad (32)$$

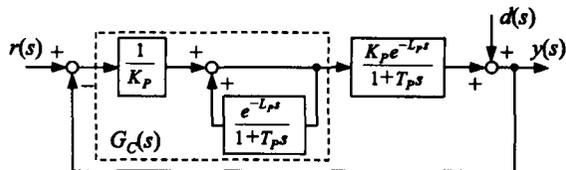
となるわけじゃ. (32)式の分母にむだ時間を含んでいないのでパラメータ調整が容易になるわけじゃ」熊さん「(32)式においてプラントの時定数 T_P と同じにしたのはどういう訳ですか? これでは速応性や安定度も増すというフィードバック制御の本質に離反することにならないのですか?」

ご隠居「むだ時間が優勢なプラントでは, PI制御によって制御性能が劣ることはすでにわかっているのじゃよ. だからダムの流量制御など時定数 T_P と同程度の速応性のある制御が実現できたということはすばらしい利点になるのじゃ」

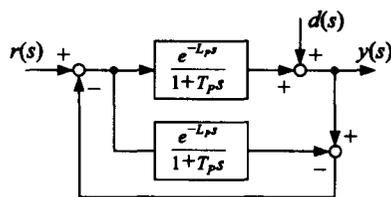
八つぁん「どうもIMCの威力がピンときませんね. ご隠居. 別の視点から説明してもらえませんか?」ご隠居「フィードバック系制御の設計では, 一巡伝達関数 $G_C(s) G_P(s)$ におけるゲイン交点から位相交点まで中間周波数帯域の特性を問題にしていたことを覚えているだろう? 正帰還構造になっている $G_C(s)$ は(31)式よりむだ時間 L_P が支配的なとき, 近似的に



(a)



(b)



(c)

Fig.8 変則的IMC

$$G_C(s) = \frac{1}{K_P} \frac{1}{1 - e^{-L_P s}} \quad (33)$$

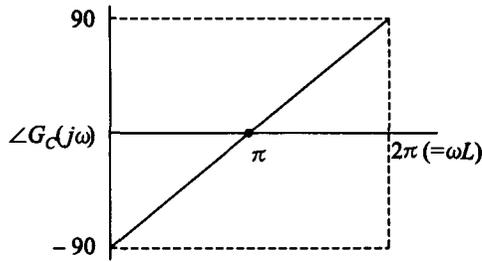
周波数伝達関数 $G_C(j\omega)$ は

$$G_C(j\omega) = \frac{1}{K_P} \frac{1}{1 - \cos \omega L + j \sin \omega L} \quad (34)$$

となるから, 位相 $\angle G_C(j\omega)$ は

$$\angle G_C(j\omega) = -\tan^{-1} \frac{\sin \omega L}{1 - \cos \omega L} \quad (35)$$

となる. これをグラフに画くと, Fig.9に示すように ωL に関して線形になる. つまりD動作と同じように位相を進める働きがある. ただし, D動作では位相を改善すると同時にゲインも大きくしてしまい, ゲイン余裕がなくなり, 不安定になってしまうためにD動作は使えないのじゃ. そこでPI制御を適用するに留めるのだが, IMCでは, 位相だけをD動作と同じように改善できるので, 速応性は向上することになるのじゃ」

Fig.9 $\angle G_C(j\omega)$

熊さん「ご隠居. さきほどコントローラのパラメータ調整が容易であるといいましたね? (31)式のコントローラで, K_p, T_p, L_p , といったパラメータはすでに決まっているじゃありませんか. なにを調整するんです」

ご隠居「IMCのパラメータ調整とは, モデル K_M, T_M, L_M を同定すれば, それは即, パラメータ調整になるということじゃ. これに対して, PIDコントローラの K_p, T_i, T_d はプラントを同定しただけでは決まらないからのお。」

5. 安定性

熊さん「内部モデル制御系の安定性についてお話ししてくれませんか?」

ご隠居「(14)式に示すように

$$G_C(s) = \frac{F(s)}{G_{M-}(s)} \quad (36)$$

としてコントローラを設計した場合, IMCの閉ループ伝達関数は,

$$\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{G_p(s) \frac{F(s)}{G_{M-}(s)}}{1 + F(s) G_{M+}(s) \frac{\{G_p(s) - G_M(s)\}}{G_M(s)}} \quad (37)$$

となり, 特性方程式は

$$1 + F(s) G_{M+}(s) \Delta(s) \quad (38)$$

ここに,

$$\Delta(s) = \frac{G_p(s) - G_M(s)}{G_M(s)} \quad (39)$$

であり, モデル化誤差(プロセスとモデルの相対誤差)を表わしている.

IMCの安定条件はスモールゲイン定理より, 任意の ω に対して

$$|F(j\omega) G_{M+}(j\omega)| |\Delta(j\omega)| < 1 \quad (40)$$

がなりたつように設計しておけばよい.

一般に, モデル化誤差 $\Delta(s)$ はFig.10に示すように低周波域では $|\Delta(j\omega)|$ は小さく高周波域では $|\Delta(j\omega)|$ は大きい.

$\Delta(j\omega)$ が大きくなると, 安定性を保証するにはフィルタ $F(s)$ の時定数 α を大きくしなければならない. 時定数 α を大きくすることは, 速応性を犠牲にしていることになる. このようにロバスト安定性と制御性能の向上とはトレードオフの関係にあることがわかってもらえると思うが・・・」

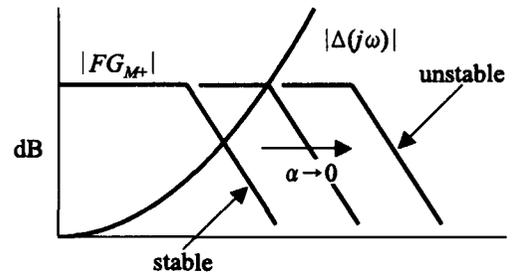


Fig.10 Frequency response for modeling error

参考文献

- 1) 大嶋正裕: プロセス制御システム, コロナ社, 112/127 (2003)
- 2) K. Åström and T. Häggglund: PID Controllers: Theory, Design and Tuning, ISA, 162/164 (1995)
- 3) 西脇, 黒須, 山崎, 野田: 制御理論講話(その3) —むだ時間—, 小山高専紀要, 35号, 113/122 (2002)
- 4) 橋本伊織, 長谷部伸治, 加納学: プロセス制御工学, 朝倉書店, 88/93 (2002)
- 5) 桑田龍一: PID調整とIMC, SICEセミナー「計装エンジニア講座」, 13/21 (2002年6月)

〔受理年月日 2003年9月30日〕