

制御理論講話 (その 6) —PID 制御 (その 1)—

渡利 久規, 山崎 敬則, 古瀧 雅和*, 黒須 茂**

A Lecture on Control Theory (Part 6) — PID Control (Part 1)—

Hisaki WATARI, Takanori YAMAZAKI, Masakazu KOTAKI*, Shigeru KUROSU**

1. はじめに

1992 年にシステム制御情報学会において須田信英編「PID 制御」¹⁾が和書として著され, 1995 年にスウェーデンの Åström らによる「PID Controller: Theory, Design and Tuning」²⁾が著されたのをはじめ, PID 制御関連の研究は依然その衰えを見せるどころか, 益々新しい発展の様相を見せている.

著者らも, 1987 年から岡山武ビルシステムカンパニーとの共同研究をスタートし, 現在に到るまで活動を続けている. デジタル制御理論の実用化にむけて, 古典制御理論との融合をはかり, 理論と現場のギャップを埋め, 実プラントの制御に実用化するとの主旨であったが, この数年来「PID 制御の調整」³⁾をメインテーマとして活動している.

PID 制御は制御量の測定値からの情報を唯一の情報として, 適切な重み係数をもたせ, 偏差信号, その微分, 積分を足し合わせるにより, プラントを制御している. PID 制御は最良ではないとしても, 構造・理解, 調整の容易さなどにより, 今でも広く使われている.

本稿では, 古い歴史をもつ PID 制御をもう一度古典制御理論から光をあて, より使いやすい, 高

性能なコントローラをつくるための足掛かりにしたい.

今年の初夏は異常に暑く, 雨も少なかった. しかし, つぎからつぎへと大型の台風がきて, 四国, 中国に洪水による被害をもたらした. プロ野球界では 2 リーグ制から 1 リーグ制へとオーナーたちが一方的に決定して, それに対して選手会が反発して, プロ野球はじまって以来のスト決行となった. 社会的には, 小学生同士の校内殺傷事件, 幼児虐待, 幼児誘拐殺人といった暗いニュースが新聞をにぎわしている. わが高専長屋の住人も独法化によって財政面では圧迫されているにもかかわらず, 相も変らぬ極楽とんぼの八つあん, 熊さんは淋しがり屋のご隠居の講釈を聞きにやってきた. 合い間合い間に揚げ足をとっては, ご隠居を怒らせるのであった.

2. PID 制御の考え方

熊さん「ご隠居, 制御理論の産業界での応用の歴史を見ると⁴⁾,

1940~50 年代 全電子制御装置の実用化(空気式から電子式へと変換), PID 制御, 最大原理, 動的計画法

1960 年代 プロセスコンピュータを用いて DDC によるアドバンスト制御(PID 制御, フィードフォワード制御, スミスむだ時

*) 平成 16 年度機械工学科卒業(名古屋大学工学部在学中)

**) 研究所 “Crotech”

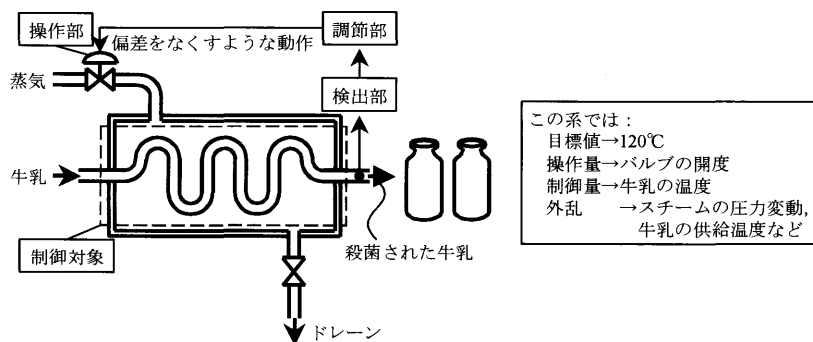


Fig. 1 フィードバック制御系

間制御, 非干渉制御), 状態空間法, レギュレータ理論, フィルタリング理論

1970 年代 DCS の展開と普及, モデル予測制御の開発, 内部モデル原理

1980 年代 比較的小規模なモデル予測制御, セルフチューニング調節計, 2 自由度 PID 制御, ロバスト制御, H_∞ 制御

1990 年代 大規模なモデル予測制御とオンライン最適化, 非線形モデル予測制御の開発

2000 年代 新規分野での利用(バッチプラントの反応器)

というように発展, 進化してきたわけですが, プラントの下層レベルでは相も変わらず PID 制御が主流なんでしょう」

ご隠居「そりゃあ, そうだよ. PID 制御に関する企業研修は結構あるんだよ. 今春, ㈱山武において制御理論の応用技術を必要とする空調分野の専門技術者を対象にして“PID 制御コース”を3日間にわたってセミナーを実施したところ, 評価アンケートを見ると, 八つあん, 熊さんを相手にしているときよりもはるかに悪いんだよ. まいったね」

八つあん「そりゃあ, そうでしょ. わしらはご隠居に話を合わせるのに長けていますからね. はなから一杯飲めるのが目的で, きているようなものですから...」

熊さん「おいおい. あまり本当のこと, ズバズバいうなよ」

ご隠居「まあよい. おまえたちの魂胆はわかっておるわい. 今日は, 現場における PID 制御をもう少しわかり易く解説しようと思うのじゃ」

八つあん「どの教科書を見ても, 平易に解説とっているわりには平易じゃないんだよ. とくにご隠居の書いた本⁵⁾なんか値段だけ一人前で, 内容に関しては...」

熊さん「よせったら. お前はご隠居の耳が遠くなったことをいいことにして...」

ご隠居「昨年になるが, 和尚がもってきた仕事で日本能率協会“技術教育ソフトウェア”の中の設備の基礎 計装・制御編⁶⁾で数式を用いなくて PID 制御を解説したことがある. 今日はそれにちょっと手を入れて必要最小限の数式を入れて説明することにしよう」

2.1 フィードバック制御系の構成

ご隠居「プロセス工業に多く用いられる装置に熱交換器がある. Fig. 1 は牛乳を殺菌する温度制御を示している. この装置は, 牛乳をある指定された温度(目標温度)に保持して殺菌するのが目的である. このとき, 操作するのは熱交換器の外側に供給される蒸気流量である. 通常, 蒸気の入口側には調節バルブが取り付けられているから, 測ることのできるバルブの開度が操作量 m となる. 内壁の管を流れる殺菌するべき牛乳の部分

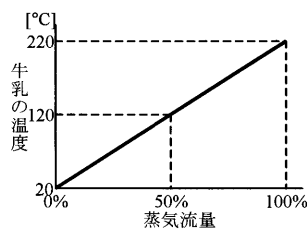


Fig. 2 プロセスの静特性

対象という。牛乳の温度を制御するから、牛乳の温度が**制御量** y となる。制御量である牛乳の温度を変動させる要因として、蒸気を供給する側の圧力変動や牛乳を供給する側の温度の変動などが挙げられる。それらが制御系を乱す働きをもつので**外乱** d という。殺菌工程では、牛乳を目標温度120℃で2秒間保持して、つぎの工程に輸送していくさいに、外乱によって目標温度より下がってしまったり、上がってしまったことがある。そのとき、牛乳を目標温度に偏差なく保持するために、どのように制御するのが問題となる。それでは人間の頭脳に対応する**調節部**の制御動作に注目して、お話ししていくことにしよう

熊さん「ご隠居が牛乳の殺菌工程についても詳しいとは知りませんでしたね。お見それしました」

ご隠居「いやいや、わしの教え子に牛乳会社で活躍している者がいるので、早速尋ねてみたが、やはり現場ではちがうのじゃ。まず、熱媒には急激な温度変化を避けるために温水を使うらしいが、まああまりうるさいことを言わないで大筋を理解してほしい。

つぎに、プロセスの静特性について説明する。今、この熱交換器において制御していない場合を考える。ある一定の蒸気流量を流すと、牛乳の温度はある一定の温度に温められる。そのとき、バルブを開けて蒸気流量を一定の量だけ増やせば、牛乳の温度は一定の温度だけ上昇する。あらかじめ、蒸気流量とそれに対する牛乳の温度との関係を求めておいて、目標温度に相当する蒸気流量を流しておけば、一応目標温度を保つことができる(Fig. 2 参照)。これを「プロセスの静特性」という。

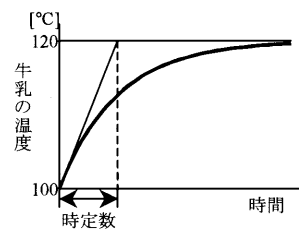


Fig. 3 一次遅れ系

この場合に牛乳のもちだす熱量と蒸気のもちこんだ熱量とはつねに平衡(バランス)している。制御を考える上では、この「プロセスの静特性」を見て、バルブの大きさや調節部の働きなどを決めることが大切である」

八つあん「ご隠居、Fig. 2の静特性はいかにも嘘くさい絵ですね。入力(蒸気流量)ですよ。非線形性の代表格のように思いますがね」

ご隠居「お前さんは、だから駄目なんだよ。非線形性がどうのこうの、パラメータが運転条件によって変動するとかしないとかいっては話を進めなくさせてしまうんだよ。とにかく、ビールでも飲んで話だけは聞けよ。

つぎに蒸気流量に応じて温度が変わり、時間的な遅れを生ずる「一次遅れ系」について説明しよう。こんどは「プロセスの静特性」を時間的に温度がどのように上昇していくか、という観点から見えていくことにする。今、バルブを開いて蒸気流量を増やしたとき、牛乳の温度がどのように上昇していくのかを示すと、Fig. 3のようになる。もちろん、牛乳の温度が瞬時に一定の温度になるのではなく、蒸気によって徐々に牛乳の温度は上昇していく。そして牛乳のもちだす熱量と蒸気のもちこんだ熱量とが平衡(バランス)したところで、牛乳は一定の温度に落ち着く。このような特性をもつプロセスを「一次遅れ系」といい、蒸気流量の一定値に応じて牛乳の温度(制御量)が一定値に落ち着く特性をもったプロセスを「自己平衡性のあるプロセス」とよんでいる。私たちの身のまわりのプロセスの多くはこの性質をもっている。たとえば、流出弁のある液面プロセス、速度調節用

のモータなどが挙げられ、自然界がもつある種のフィードバック作用と解釈できる」

熊さん「つまり、牛乳の温度が高くなれば、牛乳がもち出す熱量が増えるということですね。もちだす熱量が牛乳の温度上昇を抑えるというのがフィードバック作用なんですね？」

ご隠居「まあ、そういうことだ。つぎに、むだ時間について説明しておこう。蒸気流量の調節バルブの位置を熱交換器より少し外側に遠ざけてみると、調節バルブが開いて蒸気流量が増えてから、牛乳の温度が上昇しはじめる時間がかかる。これは牛乳の温度を計測している温度センサの位置を遠ざけても同じことがいえる。このように配管によって接続されたプロセスでは、配管の距離が長いと熱の伝わる時間が長くなり、その結果、蒸気流量を増やしても、その変化が制御量の変化として現れるには一定の時間がかかる。むだ時間は、物質やエネルギーが移動し伝搬する速度が有限であるため移動に必要な時間であり、ベルトコン

ベアや熱プロセスによく見られる現象である。前に述べた一次遅れ系の「時定数」と「むだ時間」がプロセスの「遅れ」を表す特性値です。このように「遅れ」があっても、制御量をできるだけ速く目標値に保つように制御しなければならないことになる」

八つあん「むだ時間ですがね。実はむだ時間を測定するのが意外と難しいという声を聞いたことがあるんですがね？」

ご隠居「プロセス系では確かに実測困難だね。牛乳の温度が目標値を境に行ったり来たりする波打つ現象をハンチングというが、そのときの周期から推測する方法もあるがね…」

2.2 基本的な制御動作

ご隠居「制御系では、熱交換器(制御対象)の牛乳の温度(制御量)を計測して、目標値と比較し、その間に差(偏差)があれば、その偏差をゼロにするようにする。つまり、偏差信号を調節部に入れて演算し、適切な信号をつくり、蒸気流量の調節バルブ(操作部)にこの信号を送って制御量を目標値に一致するように訂正動作を行う。熱交換器のようなプロセス制御では、調節部が一つにまとまったコントローラがもちいられ、制御量を制御するのに、パラメータのいくつかが用途に応じて加減できるようになっている。そのパラメータをどのように調整するかが本稿のテーマである。」

(1) オンオフ制御

ご隠居「牛乳の温度上昇は調節バルブを全開にし

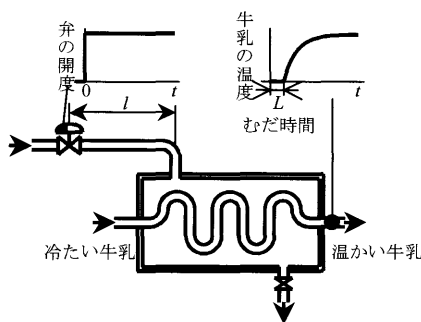


Fig. 4 むだ時間

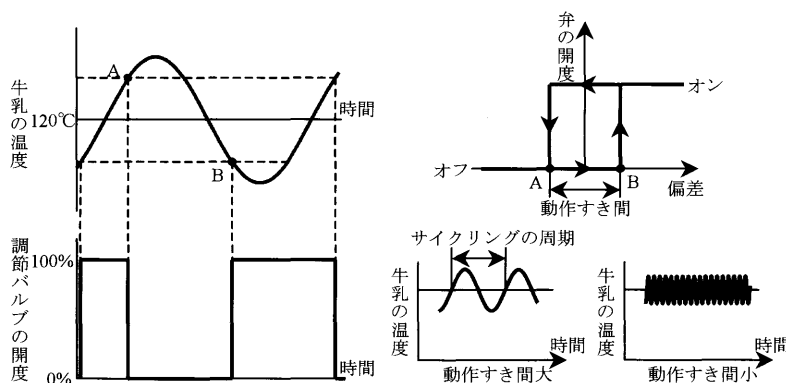


Fig. 5 オンオフ制御

たことで止まり、温度は下がり始めて今度は目標温度を下回ることになる。すると、また偏差が生じたので、再び調節バルブを全開にして、温度上昇させることになる。このように全開・全閉を繰り返しながら、目標温度付近に維持する制御が一番原始的な制御方式であり、これを**オンオフ制御**とよんでいる。

オンオフ制御は、調節バルブの開度でいうと、オンでは 100%(全開)、オフでは 0%(全閉)の操作量を送りだす制御で、制御量を一定に保つ必要がなく、たとえば電気こたつのようにある温度範囲に収まっていればよいというプロセスに多く用いられる。目標値を中心にして、ある範囲の中に収めるため、目標値を上回ったA点でオフにして、目標値を下回ったB点でオンにしている制御なので、**2 位置制御**ともよばれている。またこの間隔を**動作すき間**といい、動作すき間が狭いと、頻繁にオンオフを繰り返して、サイクリングの周期も短くなる。その結果、調節バルブが振動を起こして、摩耗や老朽化や事故の要因となる」

(2) PID 制御

ご隠居「コントローラは入力信号として偏差(またはそれを変換した制御動作信号)をうけて動作し、その出力信号を調節バルブに伝える。コントローラの入力信号 e と出力信号 u の関係を**制御動作**とよんでいる。時刻 t においてコントローラで計算される操作量の値を $m(t)$ 、制御量の測定値を $y(t)$ 、目標値を $r(t)$ とする。また、時刻 t_0 で定常状態にあり、そのときの操作量(**手動リセット量**という)および制御量の値がそれぞれ m_0, y_0 であったとする。偏差 $e(t)$ は

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (1)$$

とすると、制御動作はつぎのように表される。

- ・ 比例動作 : P 動作 ($t > t_0$)

$$m(t) = k_p e(t) + m_0 \quad (2)$$

- ・ 比例積分動作 : PI 動作 ($t > t_0$)

$$m(t) = k_p e(t) + k_i \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + m_0 \quad (3)$$

- ・ 比例積分微分動作 : PID 動作 ($t > t_0$)

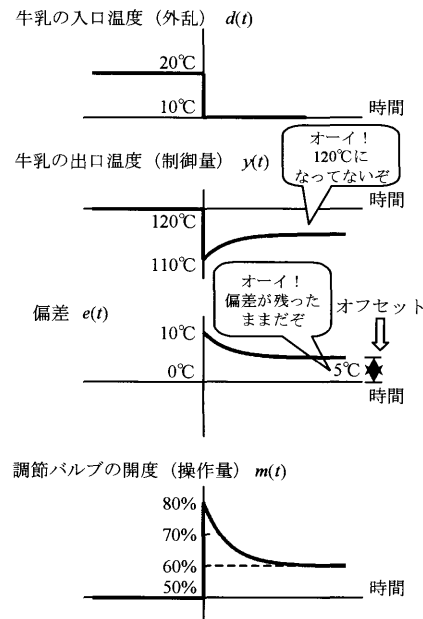


Fig. 6 P制御

$$m(t) = k_p e(t) + k_i \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de}{dt} + m_0 \quad (4)$$

ここに k_p は**比例ゲイン**、 k_i は**積分ゲイン**、 k_d は**微分ゲイン**とよばれ、それぞれのゲインのうち k_i 、 k_d は

$$k_i = \frac{k_p}{T_i}, \quad k_d = k_p T_d \quad (5)$$

と表される。ここに T_i は**積分時間**、 T_d は**微分時間**とよばれ、時間の単位をもち、その値は常に正である。

(a) P 動作

オンオフ動作ではサイクリングを生じてしまうために、牛乳の温度 $y(t)$ が目標温度 $r(t)$ に落ち着かないという問題が起こる。これをなくすには、偏差に応じて操作を行う制御が必要となる。その最も基本的な制御動作が偏差 $e(t)$ に比例した操作量を与える **P(比例)動作**である。つまり、現在の偏差が大きければ大きい操作量を出力し、小さければ操作量も小さくしてよいという制御動作である。外乱によって牛乳の温度が目標温度より下がってしまった場合に、偏差が大きいために弁を大きく開け、目標値に近づいてきたら、(偏差が

小さくなってきたら)徐々に弁の開度を絞っていく。

いま, 目標温度(120℃), 調節バルブの開度(50%)で蒸気流量, 牛乳の入口温度(20℃), 牛乳の出口温度(120℃)が一定の値に落ち着いていて, 偏差がちょうど0で平衡しているとする。

このとき, なんらかの原因で牛乳の入口温度が20℃から10℃に下がって, 出口温度が120℃から110℃に下がったとする。正(プラス)に偏差は増えるから, 偏差に比例して調節バルブが開き, 多くの蒸気を送り込んで牛乳の温度を上昇させようとする。その結果, 偏差は減って, 一度開いたバルブが閉まり, 元の開度(50%)に近づこうとする。ところが, そうするとせっかく温まった牛乳の温度は再び120℃より下がってしまう。なぜならバルブの開度50%は外乱が入る前の牛乳の入口温度20℃に対応した値だからである。つまり, 前の弁の開度(50%)より大きくしなければ, 下がった牛乳の温度110℃を上げることはできない。偏差が0でないからこそ, バルブを前より少し余分に開けて60%を保っているのである。逆に, バルブの開度を60%にしたからこそ, 偏差ははじめより減っているのである。このように, P動作では偏差を小さくする働きはあるが, 完全に0にする能力はない。一定の偏差をもったまま, 落ち着いてしまうのである。この目標温度とのずれ5℃をオフセットとよぶ。P動作では, オフセットを生ずることで, 外乱の入る前の目標温度120℃に近づけることができるのである。

(b) PI 動作

オフセットをなくすためには, 偏差があればその大きさに比例した速度で調節バルブを開いていく**I(積分)動作**が必要となる。つまり, 偏差が0にならないかぎり, 断固として調節バルブを開いて操作量を送り続けるという気合いのこもった制御動作である。

たとえば, 外乱が入って牛乳の出口温度が120℃から110℃に下がったとき, バルブは徐々に開いていくので牛乳の出口温度が上がり, 偏差は減ってくる。偏差が減るにつれて, バルブを開い

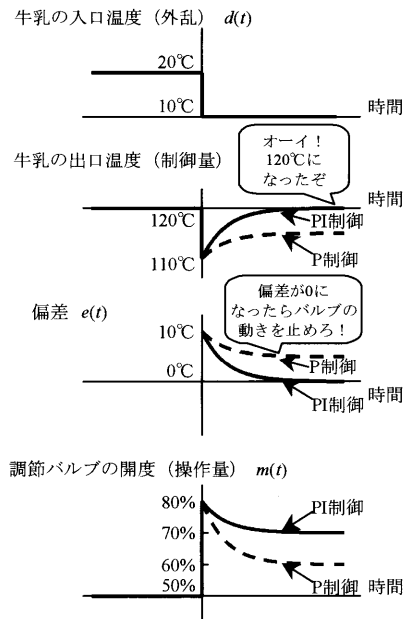


Fig. 7 PI制御

ていく速度は小さくなり, ついに偏差が0になると, バルブの動きも停止して, その開度が保たれる。つまり, 偏差が0でバルブが一定の開度で静止し, 牛乳の出口温度もちょうど目標温度の120℃に一致して平衡するわけである。

(3)式を微分すると, バルブを開いていく速度になるから

$$\frac{dm}{dt} = k_p \frac{de}{dt} + k_i e(t) \quad (6)$$

となり, 偏差 $e(t)$ が0でないかぎり, バルブはつねに開いていき, $e(t)$ が0になったときに停止する。逆にいうと, 定常状態が達成できれば, 偏差 $e(t)$ を0にすることができる。(Fig. 7)

八つあん「ご隠居, PI動作を調節バルブの開度(操作量)の観点から説明してもらえませんか?」

ご隠居「外乱 $d(t)$ である牛乳の温度が20℃から10℃に下がったのだから, 目標値120℃を保つには調節バルブを手動リセット量を50%より20%開けておかなければならない。つまり,

$$m(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + m_0$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 70% 0% 20% 50%

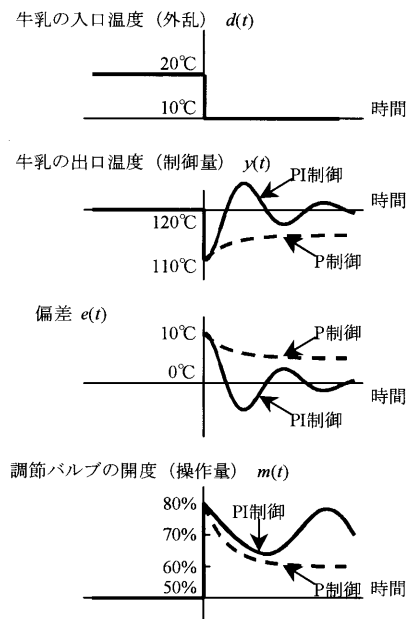


Fig. 8 PI制御

となって、調節バルブが 70% になって、目標値 120°C に到達するわけである」

熊さん「早い話が定常状態の操作量(手動リセット量)50%をI動作によって20%増やして70%にしたというわけですね?」

ご隠居「そうそう。どんな外乱があっても自動的に調節バルブの平衡位置が決まって、オフセットを除く作用を“リセット動作”(reset action)ともいう。“re”は再びという意味だから、手動リセット量を自動で決めなおすと考えてもよろしい。

I動作だけで偏差をなくそうとすると応答が非常に遅くなるので、通常P動作と一緒に、PI動作として制御に使われる。このとき偏差に応じた操作量をだすP動作が、偏差をなくすための主力となる。ところが、遅れやむだ時間が大きいプロセスでは、偏差がある間はバルブの開度が動き続けることになり、制御量は目標温度を大きく行き過ぎるオーバーシュートを生じる結果となる。I動作を入れると、オフセットはなくなるが、目標温度のまわりをいったりきたりするという振動性をもった安定性の悪い応答が生ずることもある(Fig. 8)」

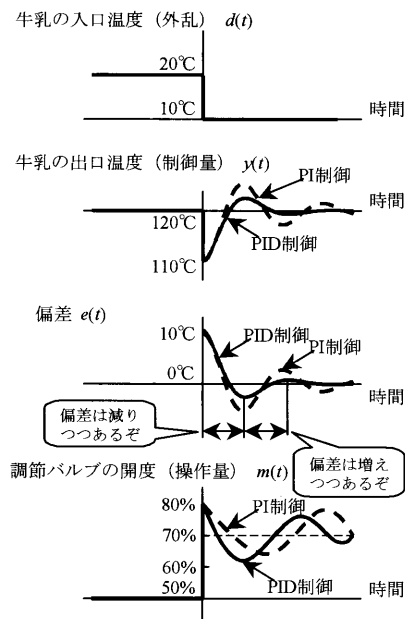


Fig. 9 PID制御

(c) PID 動作

I動作によって生じた振動をなくすためには、操作量 $m(t)$ を偏差の速さ de/dt に比例させる **D(微分)動作** が必要となる。D動作は、現在の偏差だけでなく、偏差が増しつあるか減りつあるかといった変化の傾向(速さ)に合わせた操作をしようとする。たとえば、株式投資の場合、現在の株価だけでなく、それが上がる傾向にあるか下がる傾向にあるかにも注目するのと同じである。

外乱が入って牛乳の出口温度が 120°C から 110°C に下がったとき、バルブが大きく開けて偏差が減ってくる。そして偏差が減少していくときにバルブの開度をだんだん絞っていく。I動作によって目標温度 120°C を大きくオーバーシュートして目標温度に近づいてくるとき、I動作によって目標温度の下に行き過ぎるのを、D動作によって偏差が減少するのを察知して、そしてバルブの開度を絞って目標温度に落ち着かせようとする。このように目標温度のまわりを大きく振動する応答をなるべく減衰させる(落ち着かせる)働きをもったのがD動作なのである。(Fig. 9 参照)

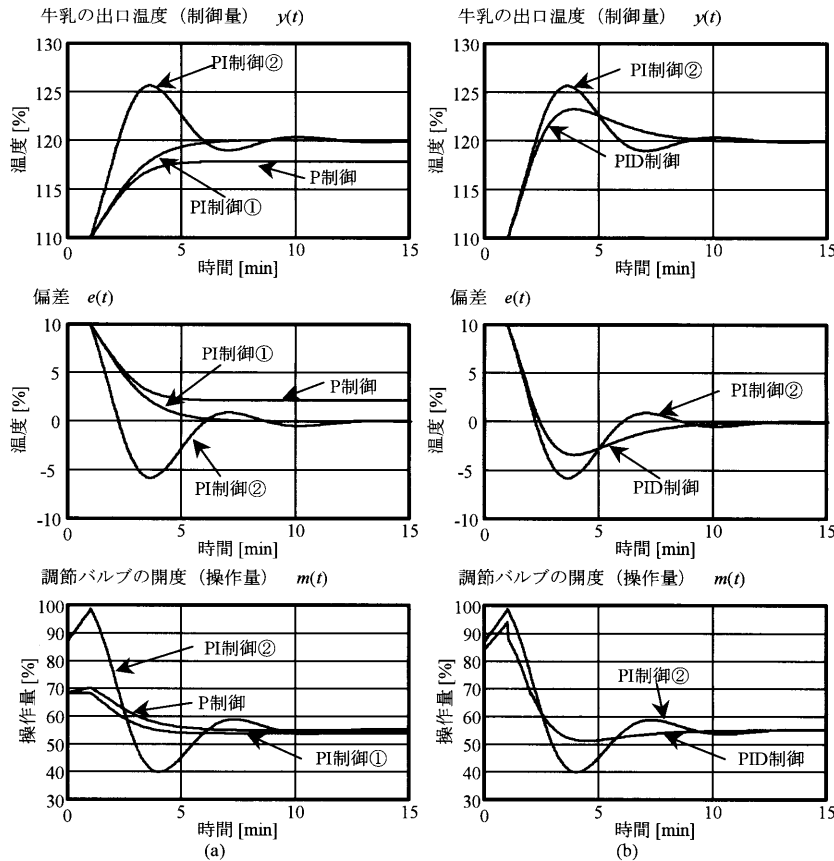


Fig. 10 PI, PID動作の応答

Fig.9 の $de/dt < 0$ の部分は, (4)式より

$$m(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de}{dt} + m_0 \quad (7)$$

において, 右辺の第1項も第2項も正であり, $e(t)$ が減少しているので第3項は負となり, $m(t)$ を減少させて大きくオーバーシュートさせない働きをしている. Fig. 9 の $de/dt > 0$ の部分も同様に, 第1項は負, 第2項は負ではないが正の小さな値である. $e(t)$ は増加しているので第3項は正となり, $m(t)$ を大きく増加させて大きくオーバーシュートさせない働きをしている.

このように, PID コントローラは, I 動作のオフセットをなくす働きと, D 動作の振動を抑える働きの長所をとり入れ, P 動作の偏差を小さくする働きを組み合わせた制御動作により, 安定で制

御精度のよい応答を実現することになる」

八つあん「ご隠居. 定性的な話はいくらか理解できたように思いますが, 数値例によるシミュレーションの例を示してもらえませんか?」

ご隠居「それでは, Fig. 6 から Fig. 9 までの根拠となったシミュレーション結果を示そう. プラントとして1次遅れ+むだ時間系(ゲイン定数: 1, 時定数: 10min, むだ時間: 1min)に対して, つぎの制御動作

P 動作 $k_p=3.67$

PI 動作(その1) $k_p=3.67, k_i=0.38$

PI 動作(その2) $k_p=7.36, k_i=2.30$

PID 動作 $k_p=6.80, k_i=1.95, k_d=1.65$

を実施した応答結果を Fig. 10 (a), (b)に示しておこう」

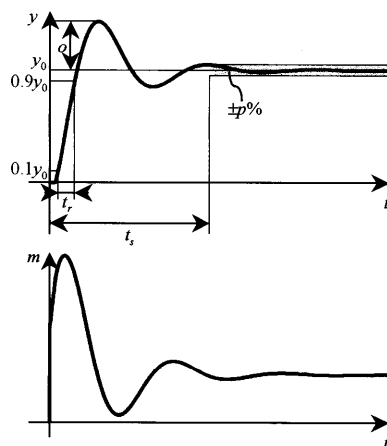


Fig. 11 目標値の変化に対するステップ応答

3. フィードバック制御系の特性

3.1 フィードバック制御系に要求される

制御性能

ご隠居「まず、フィードバック制御系に要求される制御性能にはつぎの3つがある。

- ① **速応性**・・・目標値が変化すれば、その変化に応じて制御量がどの程度速く目標値に追従するかという尺度。
- ② **減衰特性**・・・外乱を含めてなんらかの入力に変化があり、制御量が過渡的に変動するとき、その影響をどの程度速く減衰させて定常状態に落ち着かせることができるかという尺度。
- ③ **定常特性**・・・外からなんらかの外乱が加われば、すみやかにその影響を打ち消し、偏差をどの程度小さく、あるいは0にできるかという尺度」

八つあん「ご隠居。最近では“省エネルギーを考慮に入れた...”とか“快適性を考慮に入れた...”といった制御方式が脚光を浴びてますが、これらの概念は上述の制御性能に含めないんですかい？」

ご隠居「エネルギー消費をできるだけ最小にするように制御方式を考えることは重要なことであるが、最も基本的な要求仕様として上述の3つが

満足していれば、とりあえずは制御系の目的は達成され则认为てよい。

さて、この制御性能に対して、時間領域と周波数領域からいろいろな特性値が定義できる。まず、時間領域での定義から説明しよう。

制御系の過渡特性はステップ状の目標値に対する制御量(応答)から定量化される。ステップ応答が Fig. 11 のように与えられたとき、つぎの諸量が過渡特性を評価する目安となる。

・立ち上がり時間 (rise time) t_r

応答が最終値の10%から90%まで変化するのに要する時間。

・行き過ぎ量 (overshoot) σ

減衰性の悪いシステムでは、過渡応答が目標値を超えてしまうことがしばしばある。その最大値と最終値との差を最終値のパーセントで表した値をオーバーシュートという。システムによっては、オーバーシュートを絶対に避けなければならない場合がある。

・整定時間 (settling time) t_s

過渡応答が最終値の $\pm p\%$ 内に収束するまでの時間を整定時間という。速応性を時間領域で定義するときには、最もよく用いられる。 p の値は5%、または2%が用いられ、それぞれ5%整定時間または2%整定時間とよばれる。

2次おくれ系の整定時間 t_s は、減衰係数の値に依存し、減衰係数が小さ過ぎたり、大き過ぎても整定時間が長くなり、実際の制御系では、減衰係数が0.7から1.0の間に調整されている。2次おくれ系の減衰係数とこれらの指標との関連はÅström²⁾に詳しい」

熊さん「制御系の設計において、立ち上がり時間や整定時間の範囲を仕様に与えてコントローラのゲインを決めるわけですね？」

ご隠居「これらの特性値は相対的なもので、設計した結果、立ち上がり時間や整定時間が短くなったという程度で、逆に何秒以下にするという仕様のもとで設計するわけではないと思うが...

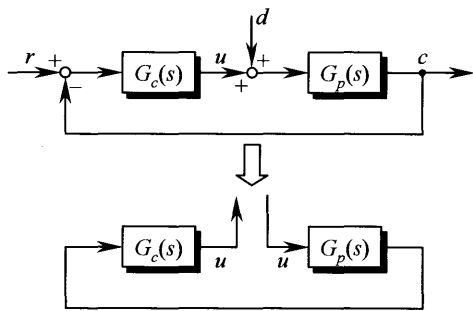


Fig. 12 閉ループ系と開ループ系

八つぁん「それでは、制御性能に関して周波数領域での定義について説明してくれませんか？」

ご隠居「周波数領域での速応性の尺度は、開ループおよび閉ループの周波数特性から定義される。 $G_p(s)$ をプラントの伝達関数、 $G_c(s)$ をコントローラの伝達関数としたとき、開ループ伝達関数 $G_o(s)$ つぎのように定義される。

$$G_o(s) = G_c(s)G_p(s) \quad (8)$$

閉ループ伝達関数 $G_n(s)$ はつぎのように定義される。

$$G_n(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} \quad (9)$$

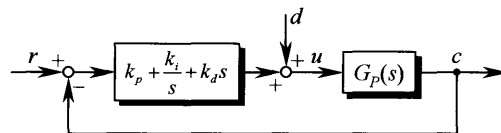
これは今までに何度もでてきたから問題ないだろう？」

熊さん「開ループ伝達関数の定義から、PID 方式と I-PD 方式についても導いてくれませんか？」

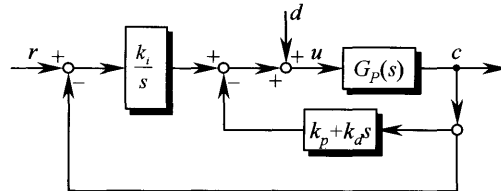
ご隠居「開ループの伝達関数というのは、プラントの入力端あるいは出力端でループを切断したときの一巡した伝達関数をいう。Fig. 12 に示すような閉ループ系が与えられたとき、プラントへの入力 u から、ぐるっと一巡してコントローラの出力 u までの伝達関数の積 $G_p(s)G_c(s)$ を開ループ伝達関数という。たとえば、Fig. 13 (a)に示す PID 方式の場合には、単純にかけ合わせて

$$G_o(s) = \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right) G_p(s) \quad (10)$$

でよいが、(b)に示す場合には、ブロック線図の等価変換によって書き直す必要がある(Fig. 14 参照). 結局、I-PD 方式の開ループ伝達関数も、単純にか



(a) PID方式



(b) I-PD方式

Fig. 13 PID制御系

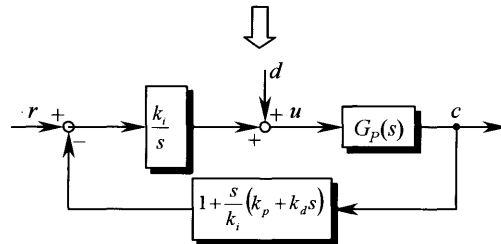
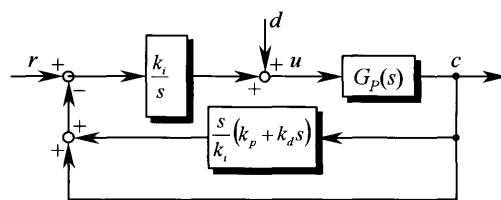


Fig. 14 ブロック線図の等価変換

け合わせて

$$\begin{aligned} G_o(s) &= \frac{k_i}{s} \left\{ 1 + \frac{k_i}{s} (k_p + k_d s) \right\} G_p(s) \\ &= \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right) G_p(s) \end{aligned} \quad (11)$$

となり、(10)式と同じ形式となる。

「受理年月日 2004 年9月30日」