

FEMによる破壊力学の計算

Calculation of fracture mechanics by FEM

川村 壮司

Takashi KAWAMURA

1. はじめに

破壊力学は、き裂材には応力拡大係数、切欠き材には応力集中係数を代表とするパラメータを用いて、破壊の予測を行うものである。その応力拡大係数および応力集中係数を求めるためには、FEM（有限要素法）およびBEM（境界要素法）、BFM（体積力法）などの数値解析を利用する方法がある。

数値解析を利用する場合、操作方法の習得はもちろんのこと、問題に対する計算結果の妥当性についても理解しておく必要がある。

本論文では、FEM（ANSYS）を用いて、破壊力学の予測を行う場合、応力拡大係数の特性を利用して相似要素にした結果から注意点について述べる。なお、ここで示す方法は、第ゼロ節点法を用いる場合の注意点ともなる。

2. 破壊力学の概念

本来の破壊力学は、き裂材および切欠き材の二つを取り扱わなければならない。

Irwinによって提案されたときは、き裂を有する材料の破壊の予測を行うことができる学問であった。しかし、切欠きを有する材料の破壊の予測は取り残されたままになっていた。よって、本来であるならば、線形き裂力学と呼ばれるものである。それは、その後、切欠きを有する材料の破壊の予測は、西谷によって提案された線形切欠き力学で行うことができることが多くの研究成果から実証されているからである。西谷は、

この線形切欠き力学の発見により、線形き裂力学および線形切欠き力学という二つの呼び方で使い分けている。

線形き裂力学および線形切欠き力学について説明する。

図1は、線形き裂力学および線形切欠き力学の概念を模式的に示したものである。

二次元問題のモードI型き裂材を例にとって線形き裂力学について説明する。以下、き裂先端を原点とする。

線形き裂力学は、試験片(1)と実物(2)において、応力拡大係数 K_I が両者で等しいとき、き裂先端付近の弾性応力場が等しくなり、さらにレスポンスの等価性により弾塑性応力場も等しくなり、したがって試験片と実物で同一現象が生じることを保証するものである。すなわち、線形き裂力学は応力拡大係数 K_I を厳しさの尺度とするものである。

切欠きを有する材料の破壊予測には、二つのパラメータが必要となる。

線形切欠き力学も同様に、試験片(1)と実物(2)において、切欠きの最大応力と切欠き半径が両者で等しいとき、切欠き先端付近の弾性応力場が等しくなり、さらにレスポンスの等価性により弾塑性応力場も等しくなり、したがって試験片と実物で同一現象が生じることを保証するものである。すなわち、線形切欠き力学は最大応力と切欠き半径という二つのパラメータを厳しさの尺度とするものである。

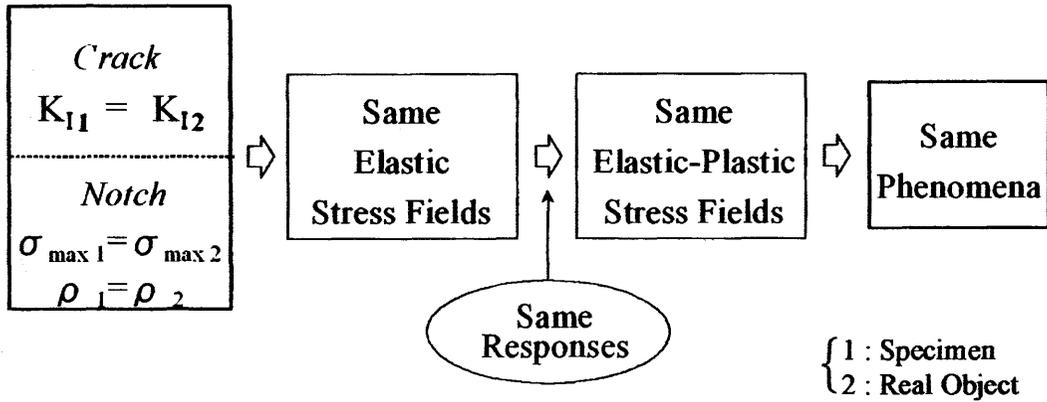


Fig.1 Linear crack mechanics and linear notch mechanics.

3. 解析条件

図2は、平面応力条件下の解析に用いた形状と寸法を示している。形状は中央にき裂を有する帯板である。また、寸法は図2に示すとおりである。これより、試験片に相当するものがき裂長さ $a = 2 \text{ mm}$ のとき、板幅 $W = 10 \text{ mm}$ である。また、実物に相当するものがき裂長さ $a = 6 \text{ mm}$ のとき、板幅 $W = 60 \text{ mm}$ である。

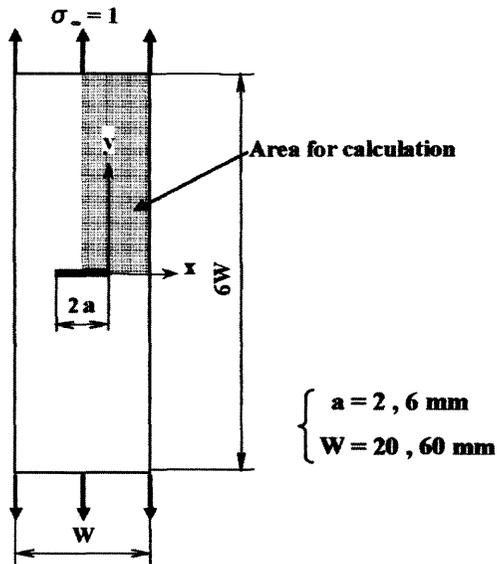


Fig.2 Treated problems.

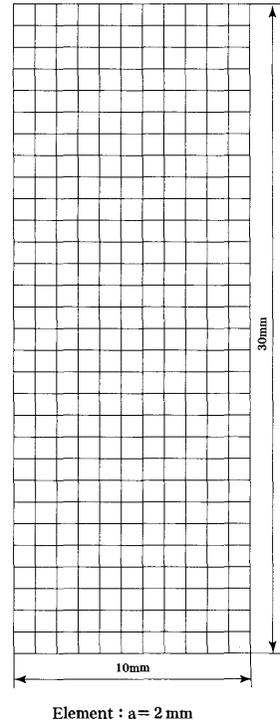


Fig.3 FEM mesh pattern ($a = 2 \text{ mm}$).

材料は、軟鋼（ヤング率 $E=210\text{GPa}$ ，ポアソン比 $\nu=0.3$ ）とした。

弾性解析の際には、平面応力条件下を仮定した。

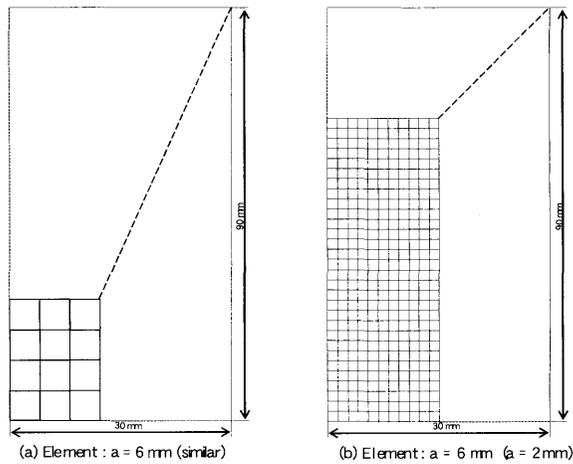


Fig.4 FEM mesh pattern ($a = 6$ mm).

図3は、本解析に用いた試験片に相当する形状に対する要素分割を示している。要素分割をした際、四角形要素の一边が1mmになるようにしたものである。なお、計算対象領域は対称性を考慮して図2の細線を施した1/4の部分に該当している。

図4は、本解析に用いた実物に相当する形状に対する要素分割を示している。要素分割をした際、(a)四角形要素の一边が試験片に対して相似になるようにしたものと(b)四角形要素の一边が試験片と同じ要素長さ1mmになるようにしたものである。なお、計算対象領域は対称性を考慮して図2の細線を施した1/4の部分に該当している。

4. FEMによる解析

本論文では、FEMによって、試験片に相当する形状を計算し、その後、実物に相当する形状を計算する。このとき、実物に相当する形状側で、要素分割を二種類にしている。この比較より、一見良さそうに見える計算結果が実はき裂先端近傍の状態を忠実に表していないことを証明する。

4.1 試験片の計算

FEMによる破壊力学の計算で、試験片に相当する形状の計算は、普段行っている要素分割方法でよい。

図5は、得られた計算結果から、応力分布を示している。

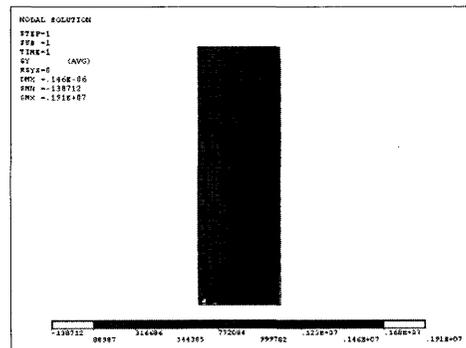


Fig.5 Stress distribution ($a = 2$ mm).

4.2 実物の計算

FEMによる破壊力学の計算を行い、その結果から予測をする場合、実物に相当する要素分割は、応力拡大係数の性質から、安易に考えやすい。すなわち、要素分割をした際、四角形要素の一边が試験片に対して相似になるようにしたものとすることである。

図6は、四角形要素の一边が試験片に対して相

似になるようにした計算結果の応力分布を示している。これより、試験片と同じ応力分布が得られていることがわかる。しかし、これは、単に形状が相似になった結果になったものである。

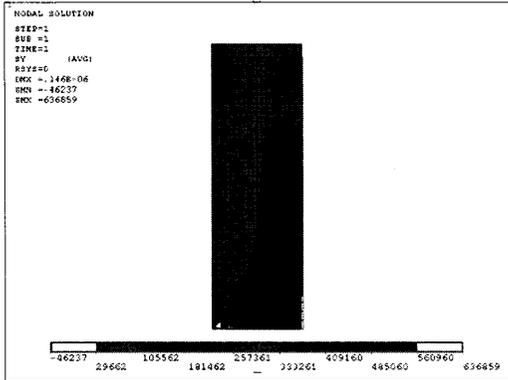


Fig.6 Stress distribution (a = 6 mm , similar).

西谷によれば、FEMを用いたき裂の応力解析では、試験片と実物によって要素分割を変化させない方がよい。そこで、四角形要素の一边が試験片と同じ要素長さ1mmになるようにして解析を行った。

図7は、四角形要素の一边が試験片と同じ要素長さ1mmになるようにした計算結果の応力分布を示している。これより、応力分布の形は、違ったものに見える。

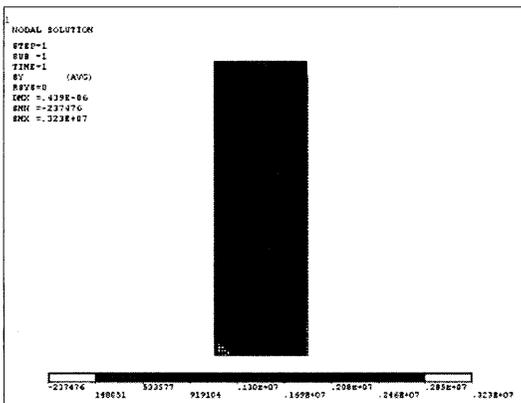


Fig.7 Stress distribution (a = 6 mm).

5. 第ゼロ節点法による検証

本来、き裂先端の応力値は無限大であるので、FEMによって計算された値のように、有限な値では得られない。しかし、西谷は物理的な直感からFEMによって求められた応力値でも、き裂の応力場を忠実に表していると考え、その有用性を実証している。

そこで、第ゼロ節点法を用いて、FEMによる試験片から実物の予測を行う場合、要素分割に注意する必要があることを検証する。

第ゼロ節点法による応力拡大係数の算出は、以下の式による。

$$F_{Lappr.} = \sigma_{y0.FEM} \times \sqrt{\frac{a^*}{a}} \times \frac{F_{LBEM}^*}{\sigma_{y0.FEM}^*}$$

表1は、き裂先端の応力値から応力拡大係数を求めた結果である。これより、試験片と実物で要素分割における一個の要素長さが同じ方がよい結果となっていることがわかる。

Table 1 Stress intensity factor F_I

		$\sigma_{y0.FEM}$	F_{LBEM}	$F_{I.FEM}$	誤差[%]
試験片	2	1.910.600	1.0246	1.0246	0.00
実物 (相似)	6	636860	1.0246	0.1972	80.76
実物 (a=2mm)	6	3232.300	1.0246	1.0008	2.33

* : $F_I = K_I \times \sigma_{\infty} \sqrt{\pi a}$

6. おわりに

第ゼロ節点法による検証から、FEMを用いて破壊力学の計算を行う際は、応力拡大係数の特性(き裂長さや形状に依存しないこと)に従って、計算しない方が好ましいことがわかった。なお、FEMのみで、き裂を有する部材について、計算を行い、従来法(応力外挿法など)のような手法で、予測を行う場合は、この限りでない。

「受理年月日 2005年9月30日」