

非線形き裂力学と第ゼロ節点法の関係

Relations of Non-Linear Crack Mechanics and Crack Tip Stress Method

川村 壮司
Takashi KAWAMURA

1. はじめに

機械や構造物の破壊には、き裂が関与していることが多い。よって、き裂を有する部材の破壊を予測することはきわめて重要である。

非線形き裂力学は、西谷によって提案された大規模降伏条件下で有効な強度評価パラメータである。また、第ゼロ節点法も西谷によって提案された小規模降伏条件下で有効な強度評価パラメータである。第ゼロ節点法は、非線形き裂力学を側面から支持するために提案された。それは、FEMによるき裂先端の値を利用することへの抵抗を減らすためである。

そこで本論文は、非線形き裂力学と第ゼロ節点法の関係について、両者の関係を明らかにした。

2. 非線形き裂力学

非線形き裂力学は、FEM解析により得られた解を利用して、試験片の強さから実物の強さを予測するものである。

図1は、非線形き裂力学と線形き裂力学の概念を模式的に示したものである。

非線形き裂力学について図1を用いて二次元問題のモードI型き裂材を例にとり説明する。以下、き裂先端を原点とする。

試験片(1)と実物(2)において、FEM解析で求められるき裂先端第ゼロ節点のy方向の塑性ひずみ値 $\varepsilon_{p_{y0}}$ が両者で等しいとき、弾塑性応力場が等しくなり、したがって試験片と実物で同一現象が生じることを保証するものである。すなわち、非線形き裂力学は $\varepsilon_{p_{y0}}$ を厳しさの尺度

とするものである。

一方、線形き裂力学は、試験片(1)と実物(2)において、応力拡大係数 K_I が両者で等しいとき、き裂先端付近の弾性応力場が等しくなり、さらにレスポンスの等価性により弾塑性応力場も等しくなり、したがって試験片と実物で同一現象が生じることを保証するものである。すなわち、線形き裂力学は応力拡大係数 K_I を厳しさの尺度とするものである。

3. 第ゼロ節点法

第ゼロ節点法は、線形き裂力学により有効性の実証されている応力拡大係数を求める一手法である。先ほどの図1で説明したとおり、第ゼロ節点法は、応力拡大係数を利用するが、求める手法がユニークで、き裂先端の値は本来、無限大になるが、FEMでは有限な値で求まるにも関わらず、その値を利用するからである。

西谷は、FEM解析で得られたき裂先端の値が、き裂の力学的状態を表していると考えた。それは、先に研究していた非線形き裂力学が弾性も含めて有効であることを実証してきたからである。この第ゼロ節点法は、非線形き裂力学の考え方をサポートするように様々なき裂を有する弾性問題に適用され、その有用性を実証している。

第ゼロ節点法を図1の説明と同じになるように解説するなら、試験片(1)と実物(2)において、FEM解析で得られたき裂先端の応力値 $\sigma_{y0, FEM}$ が比例すると考え、厳密解がわかっている問題を利用して応力拡大係数を求める。その

応力拡大係数 K_I が両者で等しいとき、き裂先端付近の弾性応力場が等しくなり、さらにレスポンスの等価性により弾塑性応力場も等しくな

り、したがって試験片と実物で同一現象が生じることを保証するものである。

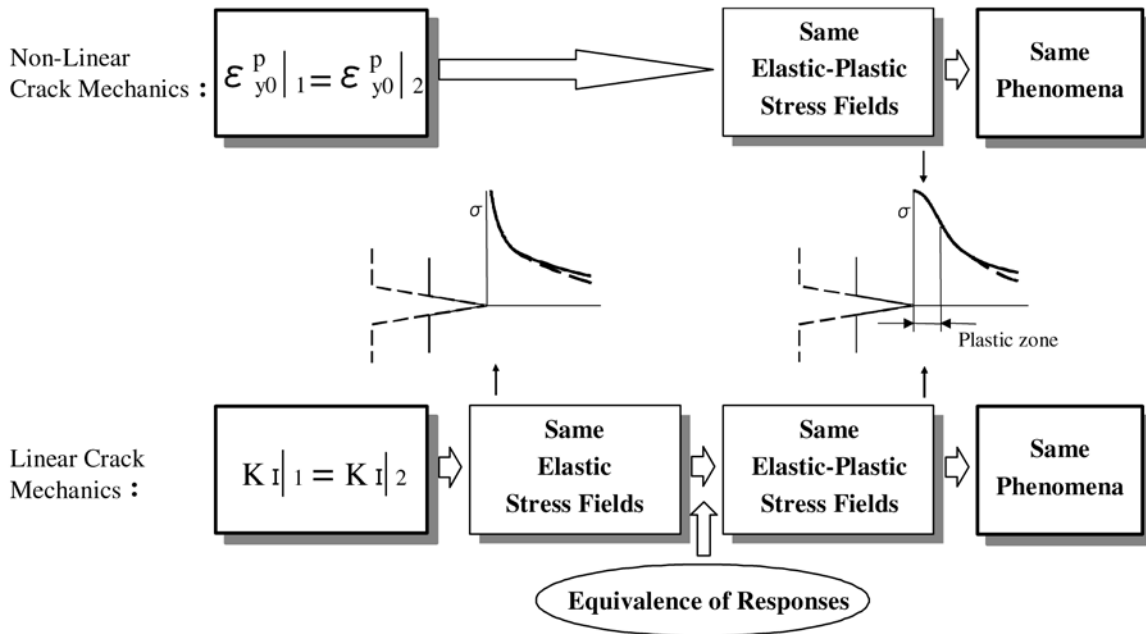


Fig.1 Non-Linear crack mechanics and Linear crack mechanics [1 : Specimen , 2 : Real Object].

4. 解析形状および解析条件

ここでは、非線形き裂力学と第ゼロ節点法の説明に使う形状および解析条件について述べる。

図2は、FEM解析で平面応力条件下に用いた、中央にき裂を有する帯板の形状と寸法を示している。また、寸法は図2に示すとおりである。なお、弾性解析および弾塑性解析の両方に用いた。

図3は、FEM解析で用いた解析形状に対する要素分割を示している。なお、計算対象領域は対称性を考慮して図2の細線を施した1/4の部分に該当している。これも、弾性解析および弾塑性解析の両方に用いた。

図4は、図3におけるAの部分の詳細について示したものである。

非線形き裂力学の解析では、以下の条件を用いた。

解析条件について述べる。加工硬化特性としては、線形硬化則に基づく真応力—対数塑性ひずみ線図(図4)を用いた。本解析で用いた応力—ひずみ関係に関する定数は、降伏応力

$\sigma_Y=358\text{MPa}$ 、ヤング率 $E=70.6\text{GPa}$ 、 $H=d\sigma/d\epsilon=1.24\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.33$ である。非線形方程式の解法はニュートン・ラプソン法による増分法を用い、大変形の定式化ではアップデート・ラグランジェ法を用いた。

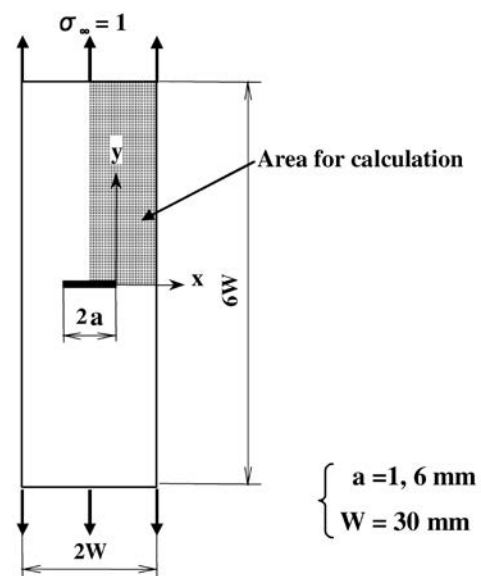


Fig.2 Treated problems.

また非線形き裂力学の解析では、荷重増分を各試験片でき裂先端の相当塑性ひずみ ε_{eq0}^p が等しくなるように設定した。これは、FEM 解析における相対誤差を揃えるためである。

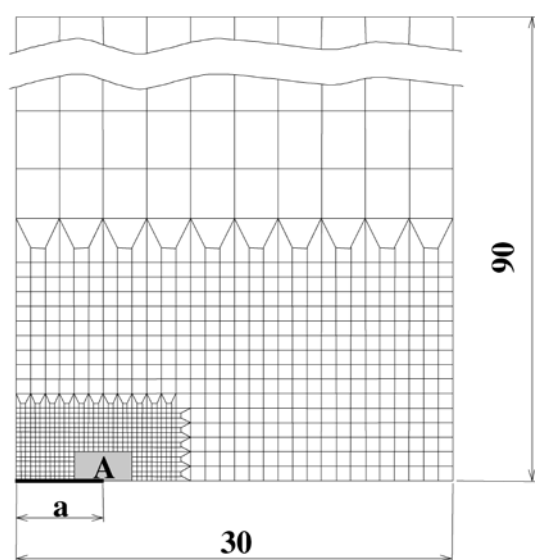


Fig.3 FEM mesh pattern.

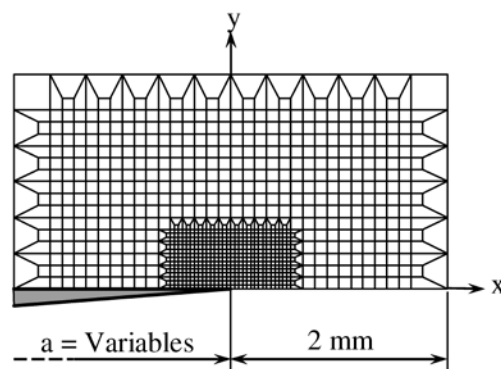


Fig.4 Part A in Fig.3.

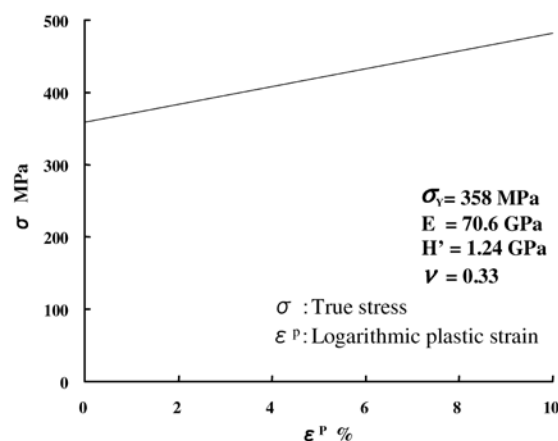


Fig.5 True stress logarithmic plastic strain diagram used in FEM analysis.

5. 非線形き裂力学と第ゼロ節点法の関係

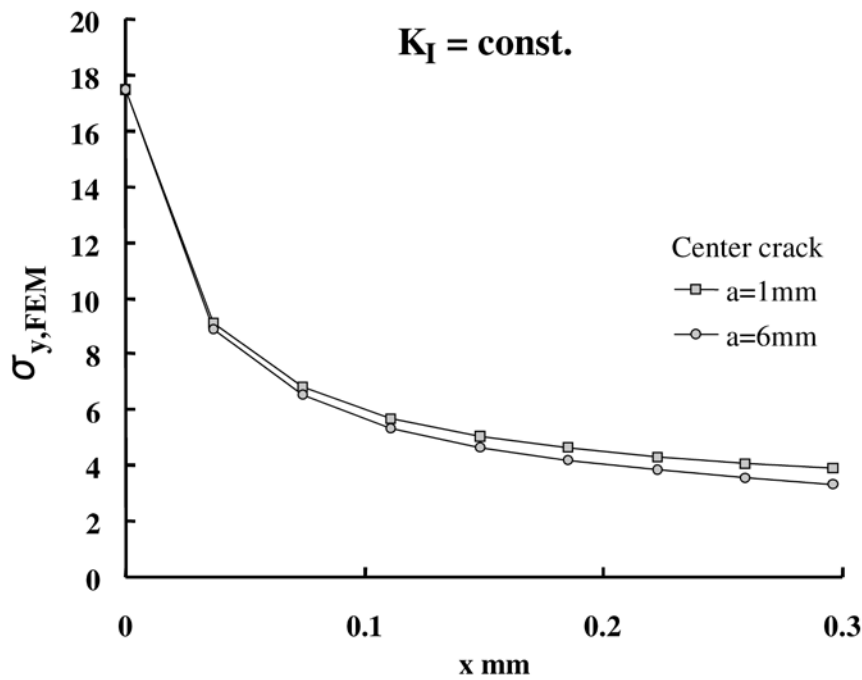
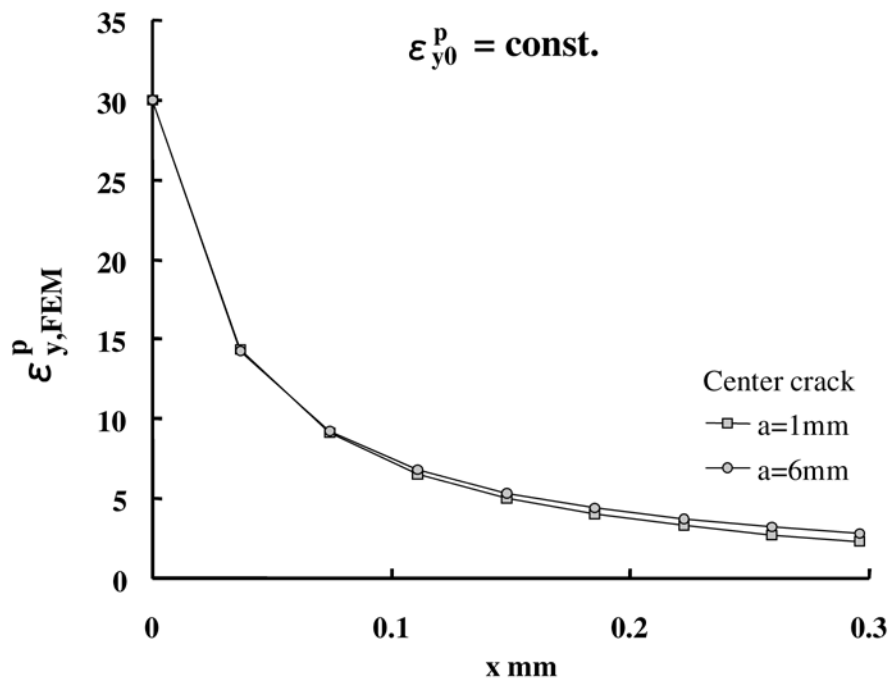
ここでは、非線形き裂力学および第ゼロ節点法による破壊の予測がどのような根拠に基づいているかについて述べる。

5-1 非線形き裂力学

非線形き裂力学に用いる破壊強度評価パラメータである ε_{y0}^p を試験片と実物で揃えると、図6に示すようになる。これからわかるように、中央き裂材のき裂長さが異なる二つの試験片において解析を行った結果、二つの試験片で、き裂先端近傍の塑性ひずみ分布は、よく一致している。これは、形状が異なる二つの試験片で、 ε_{y0}^p が厳しさの尺度となる結果を表している。

5-2 第ゼロ節点法

次に、第ゼロ節点法は、破壊強度評価パラメータである K_I (応力拡大係数) を試験片と実物で揃えると、図7に示すようになる。これからわかるように、中央き裂材のき裂長さが異なる二つの試験片において解析を行った結果、二つの試験片で、き裂先端近傍の応力分布は、よく一致している。これは、形状が異なる二つの試験片で、 K_I が厳しさの尺度となる結果を表している。よって、図7は、理論的な結果と同じ結果がFEM解析によっても得られているということである。すなわち、第ゼロ節点法は、き裂先端の応力値を利用するものであるが、FEMでも、その得られた数値を利用して求めた K_I の精度は十分であるといえる。

Fig.6 Stress distribution ($K_I=\text{const.}$).Fig.7 Stress distribution ($\varepsilon_{y0}^p=\text{const.}$).

6. おわりに

本論文では、非線形き裂力学と第ゼロ節点法の関係について明らかにした。これにより、非線形き裂力学が線形き裂力学の拡張であることがわかりやすくなった。また、FEMによる解析で試験片と実物において同一現象を保証しても十分であることが証明された。

非線形き裂力学と第ゼロ節点法は、共にFEM解析により得た数値を利用している点であるが、特に第ゼロ節点法は、本来無限大となるべき応力値を利用しているのが特徴である。

「受理年月日 2007年9月28日」