

3層構造物の鉛直減衰振動の挙動に関する研究

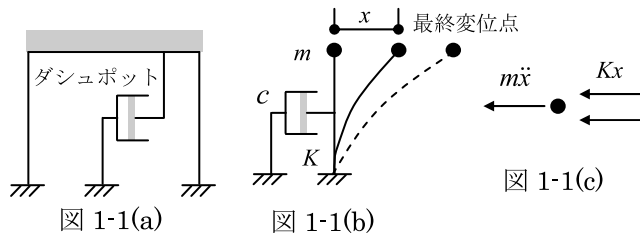
Damping vibration of vertical-spring for 3rd story

山本 嘉孝, 甘利 未来*

Yoshitaka YAMAMOTO, Miki AMARI

〔1〕 はじめに

自由振動は地震が起きて建築構造物が揺れれば、地震が収まった後でも永遠に揺れつづけることである。実際は地震が止まって数秒後に揺れが収まる。これは揺れに対して抵抗する力が建物、地盤やその他に存在することを示している。それは部材内の変形による歪エネルギー、熱エネルギーへの変換や降伏による吸収が考えられる。また無限に広がる地盤が揺れのエネルギーを吸収してしまう散逸減衰がある。しかし、バネも振動させれば何れ振動が収まる。当然バネにもそれを減衰する機能が備わっていると考えられる。一般的に建物の減衰を表すには図1-1(a)のようにダシュポットを設けて考える。図1-1(b)のように建物が揺れている、その一瞬をとらえると、図1-1(c)のように静的な状態に置きかえられる。モデル化すると図2のようになる。ダシュポットの性能を表すCは減衰係数(kg・sec/cm)で、減衰力は変形の数値に比例する。



〔2〕 3層減衰振動系

上端が固定された二本のばねが図2に示してある。この系の鉛直方向の振動について検証してみる。平衡状態では

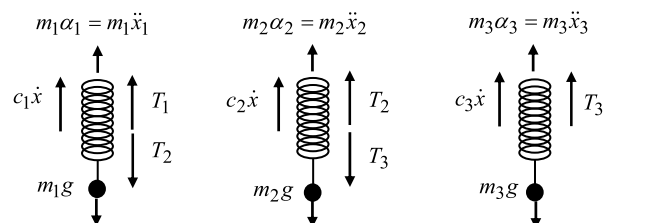


図 2-1 運動系 1 図 2-2 運動系 2 図 2-3 運動系 3

〔3〕 3層減衰振動系の基本条件

上端が固定された二本のばねが図2に示してある。この系の鉛直方向の振動について検証すると平衡状態では

$$T_1 = m_1 g + T_2 - C_1 \dot{x}_1 \quad (1)$$

$$T_2 = m_2 g + T_3 - C_2 \dot{x}_2 \quad (2)$$

$$T_3 = m_3 g - C_3 \dot{x}_3 \quad (3)$$

なる。フックの法則から

$$T_1 = \lambda_1 \delta_1 \quad (4)$$

$$T_2 = \lambda_2 \delta_2 \quad (5)$$

$$T_3 = \lambda_3 \delta_3 \quad (6)$$

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$: バネ定数

l_1, l_2, l_3 : バネの元の長さ

$\delta_1, \delta_2, \delta_3$: 平衡状態での伸び

この系が運動中で、

x_1, x_2, x_3 : 平衡状態からの質点の変位

T_1, T_2, T_3 : バネが物体を引き上げる力

$m_1 \alpha_1, m_2 \alpha_2, m_3 \alpha_3$: 物体の慣性力で元に戻ろうとする力

$m_1 g, m_2 g, m_3 g$: 物体が重力に引かれる力

m_1, m_2, m_3 : 質量

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$: 運動するときの加速度

C_1, C_2, C_3 : バネの減衰定数 (kg・sec/cm)

図2-2、図2-3、図2-4から

$$m_1 \ddot{x}_1 = m_1 g + T_2 - T_1 - C_1 \dot{x}_1 \quad (7)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = m_2 g - T_2 + T_3 - C_2 \dot{x}_2 \quad (8)$$

$$m_3 \ddot{x}_3 = m_3 g - T_3 - C_3 \dot{x}_3 \quad (9)$$

ここで、バネの伸び量と張力 T_1, T_2, T_3 の関係は、次式のようになる。

$$T_1 = \lambda_1 (\delta_1 + x_1) \quad (10)$$

$$T_2 = \lambda_2 (\delta_2 + x_2 - x_1) \quad (11)$$

$$T_3 = \lambda_3 (\delta_3 + x_3 - x_2) \quad (12)$$

(1), (4), (7), (10)式から、

$m_1 \ddot{x}_1 = (m_1 g + \lambda_2 \delta_2 - \lambda_1 \delta_1) - \lambda_1 x_1 + \lambda_2 (x_2 - x_1)$ が得られ、右辺第一項は(1)式と(5)式から、

$m_1 g - \lambda_1 \delta_1 + \lambda_2 \delta_2 = 0$ だから

$$\ddot{x}_1 = -\left[\frac{1}{m_1}(\lambda_1 + \lambda_2)\right]x_1 + \left(\frac{1}{m_1}\lambda_2\right)x_2 - \frac{1}{m_1}C_1\dot{x}_1 \quad (13)$$

となる。同様に(2)、(5)、(8)、(11)式から、

$$m_2\ddot{x} = (m_2 g - \lambda_2 \delta_2 + \lambda_3 \delta_3) + \lambda_2 x_1 - (\lambda_2 + \lambda_3)x_2 + \lambda_3 x_3$$

が得られ、右辺第一項は(2)式、(5)式と(6)式から、

$$m_2 g - \lambda_2 \delta_2 + \lambda_3 \delta_3 = 0 \text{ だから}$$

$$\ddot{x}_2 = \left(\frac{\lambda_2}{m_2}\right)x_1 - \frac{1}{m_2}(\lambda_2 + \lambda_3)x_2 + \left(\frac{\lambda_3}{m_2}\right)x_3 - \frac{1}{m_2}C_2\dot{x}_2 \quad (14)$$

となる。同様に(3)、(6)、(9)、(12)式から、

$$m_3\ddot{x}_3 = (m_3 g - \lambda_3 \delta_3) - \lambda_3(x_3 - x_2) \text{ が得られ、右辺第一項は(3)式と(6)式から、 } m_3 g - \lambda_3 \delta_3 = 0 \text{ だから}$$

$$\ddot{x}_3 = \left(\frac{\lambda_3}{m_3}\right)x_2 - \left(\frac{\lambda_3}{m_3}\right)x_3 - \frac{1}{m_3}C_3\dot{x}_3 \quad (15)$$

となる。微分方程式を分かり易いように変数表示を変えらる

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\left[\frac{1}{m_1}(\lambda_1 + \lambda_2)\right] \cdot x + \left(\frac{\lambda_2}{m_1}\right) \cdot y - \frac{1}{m_1}C_1 \frac{dx}{dt} \quad (16)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \left(\frac{\lambda_2}{m_2}\right) \cdot x - \frac{1}{m_2}(\lambda_2 + \lambda_3) \cdot y + \left(\frac{\lambda_3}{m_2}\right) \cdot z - \frac{1}{m_2}C_2 \frac{dy}{dt} \quad (17)$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \left(\frac{\lambda_3}{m_3}\right) \cdot y - \left(\frac{\lambda_3}{m_3}\right) \cdot z - \frac{1}{m_3} \frac{dz}{dt} \quad (18)$$

$$\text{で、 } a = \left(\frac{\lambda_1}{m_1}\right)、b = \left(\frac{\lambda_2}{m_1}\right)、c = \left(\frac{\lambda_2}{m_2}\right)、d = \left(\frac{\lambda_3}{m_2}\right)、$$

$$e = \left(\frac{\lambda_3}{m_3}\right) \text{ と置くと}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -(a+b)x + by - \frac{C_1}{m_1} \frac{dx}{dt} \quad (19)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = cx - (c+d)y + dz - \frac{C_2}{m_2} \frac{dy}{dt} \quad (20)$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = ey - ez - \frac{C_3}{m_3} \frac{dz}{dt} \quad (21)$$

となる。ここで、代数計算を単純化するために、

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda、m_1 = m_2 = m_3 = m \text{ とすれば}$$

$$k = \lambda/m、f = C_i/m \text{ と置けば、(13)、(14)と(15)}$$

式は

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + f \frac{dx}{dt} = -2kx + ky \quad (22)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + f \frac{dy}{dt} = kx - 2ky + kz \quad (23)$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + f \frac{dz}{dt} = ky - kz \quad (24)$$

$$D = \frac{d}{dt} \text{ と置けば、(22)式から、}$$

$$D^2 x + Df x = -2kx + ky \text{ より } ky = D^2 x + Df x + 2kx$$

$$y = \frac{1}{k} D^2 x + \frac{1}{k} Df x + 2x \quad (25)$$

$$(23) \text{式から、 } D^2 y + Df y = kx - 2ky + kz、\text{ より}$$

$$kz = D^2 y + Df y - kx + 2ky = \frac{D^4 x}{k} + \frac{D^3 f x}{k} + 2D^2 x$$

$$+ \frac{D^3 f x}{k} + \frac{D^2 f^2 x}{k} + 2Df x - kx + 2D^2 x + 2Df x + 4kx$$

$$= \frac{D^4 x}{k} + \frac{2D^3 f x}{k} + D^2 \left(4 + \frac{f^2}{k}\right) x + 4Df x + 3kx$$

$$z = \frac{D^4 x}{k^2} + \frac{2D^3 f x}{k^2} + D^2 \left(\frac{4}{k} + \frac{f^2}{k^2}\right) x + \frac{4Df x}{k} + 3x \quad (26)$$

となり、これらの式を(24)式に代入すると

$$D^2 z + fDz - ky + kz$$

$$= \frac{D^6 x}{k^2} + \frac{2D^5 f x}{k^2} + D^4 \left(\frac{4}{k} + \frac{f^2}{k^2}\right) x + \frac{4D^3 f x}{k} + 3D^2 x$$

$$+ \frac{D^5 f x}{k^2} + \frac{2D^4 f^2 x}{k^2} + D^3 \left(\frac{4f}{k} + \frac{f^3}{k^2}\right) x + \frac{4D^2 f^2 x}{k}$$

$$+ 3Df x - D^2 x - Df x - 2kx + \frac{D^4 x}{k} + \frac{2D^3 f x}{k}$$

$$+ D^2 \left(4 + \frac{f^2}{k}\right) x + 4Df x + 3kx$$

$$= \frac{D^6 x}{k^2} + \frac{3D^5 f x}{k^2} + D^4 \left(\frac{5}{k} + \frac{3f^2}{k^2}\right) x + D^3 \left(\frac{10f}{k} + \frac{f^3}{k^2}\right) x$$

$$+ D^2 \left(6 + \frac{5f^2}{k}\right) x + 6Df x + kx$$

$$= \frac{1}{k^2} \left\{ D^6 + 3D^5 f + D^4 (5k + 3f^2) + D^3 (10fk + f^3) \right\} x = 0 \quad (27)$$

が得られる。

〔4〕具体例

具体的な数値で計算してみると、 $\lambda = 10t/cm$ 、 $m = 5t$ とすると $k = \lambda/m$ より $k = 2$ となる。また $h = 300cm$ として $C = 0.3t \cdot sec/cm$ とすると、 $f = C/m$ から $f = 0.06$ を得る。これらを諸式に代入すれば

$$D^6 + 0.18D^5 + 10.01D^4 + 1.204D^3 + 24.036D^2 + 1.44D + 8 = 0$$

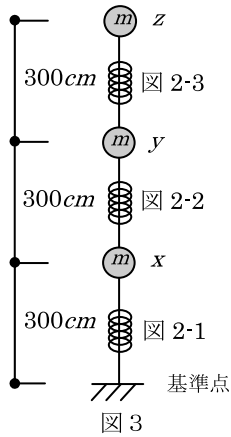
を得る。 D について求めると、

$$D_1 = -0.03000 + 0.62867i, \quad D_2 = -0.02939 + 2.54785i$$

$$D_3 = -0.30656 + 1.76334i, \quad D_4 = -0.02995 - 0.62867i$$

$$D_5 = -0.02939 - 2.54785i, \quad D_6 = +0.03066 - 1.76345i$$

となる。よって、(27) 式の一般解を求めると、各層の質点 m_i の相対変位、速度と加速度は次式のようにになる。



$$\begin{aligned} x = & e^{-0.03000t} \{C_1 \cos(0.62867t) + C_2 \sin(0.62867t)\} \\ & + e^{-0.02939t} \{C_3 \cos(2.54785t) + C_4 \sin(2.54785t)\} \\ & + e^{-0.30656t} \{C_5 \cos(1.76334t) + C_6 \sin(1.76334t)\} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} = & e^{-0.03000t} \begin{Bmatrix} -0.62867 \cdot C_1 \cdot \sin(0.62867t) \\ +0.62867 \cdot C_2 \cdot \cos(0.62867t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.02939t} \begin{Bmatrix} -2.54785 \cdot C_3 \cdot \sin(2.54785t) \\ +2.54785 \cdot C_4 \cdot \cos(2.54785t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.30656t} \begin{Bmatrix} -1.76334 \cdot C_5 \cdot \sin(1.76334t) \\ +1.76334 \cdot C_6 \cdot \cos(1.76334t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.03000t} \begin{Bmatrix} -0.03000 \cdot C_1 \cdot \cos(0.62867t) \\ -0.03000 \cdot C_2 \cdot \sin(0.62867t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.02939t} \begin{Bmatrix} -0.02939 \cdot C_3 \cdot \cos(2.54785t) \\ -0.02939 \cdot C_4 \cdot \sin(2.54785t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.30656t} \begin{Bmatrix} -0.30656 \cdot C_5 \cdot \cos(1.76334t) \\ -0.30656 \cdot C_6 \cdot \sin(1.76334t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} = & e^{-0.03000t} \begin{Bmatrix} -0.39433 \cdot C_1 \cdot \cos(0.62867t) \\ -0.39433 \cdot C_2 \cdot \sin(0.62867t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.02939t} \begin{Bmatrix} -6.49068 \cdot C_3 \cdot \cos(2.54785t) \\ -6.49068 \cdot C_4 \cdot \sin(2.54785t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.30656t} \begin{Bmatrix} -3.01539 \cdot C_5 \cdot \cos(1.76334t) \\ -3.01539 \cdot C_6 \cdot \sin(1.76334t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.03000t} \begin{Bmatrix} +0.03772 \cdot C_1 \sin(0.62867t) \\ -0.03772 \cdot C_2 \cos(0.62867t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.02939t} \begin{Bmatrix} +0.14976 \cdot C_3 \sin(2.54785t) \\ -0.14976 \cdot C_4 \cos(2.54785t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.30656t} \begin{Bmatrix} +1.08114 \cdot C_5 \sin(1.76334t) \\ -1.08114 \cdot C_6 \cos(1.76334t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (30)$$

$D = \frac{d}{dt}$ であるので、(25)式と(26)式を再掲示すると、

$$\begin{aligned} y = & \frac{1}{k} D^2 x + \frac{1}{k} D f x + 2x = \frac{1}{k} \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{f}{k} \cdot \frac{dx}{dt} + 2x \\ = & 0.5 \times \frac{d^2 x}{dt^2} + 0.03 \times \frac{dx}{dt} + 2x \\ = & e^{-0.03000t} \begin{Bmatrix} +1.80104 \cdot C_1 \cdot \cos(0.62867t) \\ +1.80104 \cdot C_2 \cdot \sin(0.62867t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.02939t} \begin{Bmatrix} -1.24622 \cdot C_3 \cdot \cos(2.54785t) \\ -1.24622 \cdot C_4 \cdot \sin(2.54785t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.30656t} \begin{Bmatrix} +0.48311 \cdot C_5 \cdot \cos(1.76334t) \\ +0.48311 \cdot C_6 \cdot \sin(1.76334t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.03000t} \begin{Bmatrix} -0.00000 \cdot C_1 \sin(0.62867t) \\ +0.00000 \cdot C_2 \cos(0.62867t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.02939t} \begin{Bmatrix} -0.00156 \cdot C_3 \sin(2.54785t) \\ +0.00156 \cdot C_4 \cos(2.54785t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.30656t} \begin{Bmatrix} +0.48767 \cdot C_5 \sin(1.76334t) \\ -0.48767 \cdot C_6 \cos(1.76334t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} = & e^{-0.03000t} \begin{Bmatrix} -0.05403 \cdot C_1 \cdot \cos(0.62867t) \\ -0.05403 \cdot C_2 \cdot \sin(0.62867t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.02939t} \begin{Bmatrix} +0.03266 \cdot C_3 \cdot \cos(2.54785t) \\ -0.03266 \cdot C_4 \cdot \sin(2.54785t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.30656t} \begin{Bmatrix} +0.71183 \cdot C_5 \cdot \cos(1.76334t) \\ +0.71183 \cdot C_6 \cdot \sin(1.76334t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.03000t} \begin{Bmatrix} -1.13226 \cdot C_1 \sin(0.62867t) \\ +1.13226 \cdot C_2 \cos(0.62867t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.02939t} \begin{Bmatrix} +3.17523 \cdot C_3 \sin(2.54785t) \\ -3.17523 \cdot C_4 \cos(2.54785t) \end{Bmatrix} \\ & + e^{-0.30656t} \begin{Bmatrix} -1.00139 \cdot C_5 \sin(1.76334t) \\ +1.00139 \cdot C_6 \cos(1.76334t) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 y}{dt^2} = & e^{-0.03000t} \left\{ \begin{aligned} & -0.71020 \cdot C_1 \cdot \cos(0.62867t) \\ & -0.71020 \cdot C_2 \cdot \sin(0.62867t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.02939t} \left\{ \begin{aligned} & -8.08905 \cdot C_3 \cdot \cos(2.54785t) \\ & +8.09097 \cdot C_4 \cdot \sin(2.54785t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.30656t} \left\{ \begin{aligned} & -1.98401 \cdot C_5 \cdot \cos(1.76334t) \\ & +1.98401 \cdot C_6 \cdot \sin(1.76334t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.03000t} \left\{ \begin{aligned} & +0.06794 \cdot C_1 \sin(0.62867t) \\ & -0.06794 \cdot C_2 \cos(0.62867t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.02939t} \left\{ \begin{aligned} & -0.17653 \cdot C_3 \sin(2.54785t) \\ & -0.17653 \cdot C_4 \cos(2.54785t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.30656t} \left\{ \begin{aligned} & -0.94821 \cdot C_5 \sin(1.76334t) \\ & +0.94821 \cdot C_6 \cos(1.76334t) \end{aligned} \right\}
\end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned}
z = & 0.25 \times \frac{d^4 x}{dt^4} + 0.03 \times \frac{d^3 x}{dt^3} + 2 \times \frac{d^2 x}{dt^2} + 0.12 \frac{dx}{dt} + 3x \\
= & e^{-0.03000t} \left\{ \begin{aligned} & -0.00003 \cdot C_1 \cdot \sin(0.62867t) \\ & +0.00003 \cdot C_2 \cdot \cos(0.62867t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.02939t} \left\{ \begin{aligned} & +0.06537 \cdot C_3 \cdot \sin(2.54785t) \\ & -0.06537 \cdot C_4 \cdot \cos(2.54785t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.30656t} \left\{ \begin{aligned} & +0.42936 \cdot C_5 \cdot \sin(1.76334t) \\ & -0.42936 \cdot C_6 \cdot \cos(1.76334t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.03000t} \left\{ \begin{aligned} & +2.24750 \cdot C_1 \cos(0.62867t) \\ & +2.24750 \cdot C_2 \sin(0.62867t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.02939t} \left\{ \begin{aligned} & +0.55950 \cdot C_3 \cos(2.54785t) \\ & +0.55950 \cdot C_4 \sin(2.54785t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.30656t} \left\{ \begin{aligned} & -0.85829 \cdot C_5 \cos(1.76334t) \\ & -0.85829 \cdot C_6 \sin(1.76334t) \end{aligned} \right\}
\end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned}
\frac{dz}{dt} = & e^{-0.03000t} \left\{ \begin{aligned} & -1.41294 \cdot C_1 \cdot \sin(0.62867t) \\ & +1.41294 \cdot C_2 \cdot \cos(0.62867t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.02939t} \left\{ \begin{aligned} & -1.42744 \cdot C_3 \cdot \sin(2.54785t) \\ & +1.42744 \cdot C_4 \cdot \cos(2.54785t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.30656t} \left\{ \begin{aligned} & +1.38184 \cdot C_5 \cdot \sin(1.76334t) \\ & -1.38184 \cdot C_6 \cdot \cos(1.76334t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.03000t} \left\{ \begin{aligned} & +0.06745 \cdot C_1 \cos(0.62867t) \\ & +0.06745 \cdot C_2 \sin(0.62867t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.02939t} \left\{ \begin{aligned} & +0.15011 \cdot C_3 \cos(2.54785t) \\ & +0.15011 \cdot C_4 \sin(2.54785t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.30656t} \left\{ \begin{aligned} & +1.02023 \cdot C_5 \cos(1.76334t) \\ & +1.02023 \cdot C_6 \sin(1.76334t) \end{aligned} \right\} \\
\frac{d^2 z}{dt^2} = & e^{-0.03000t} \left\{ \begin{aligned} & -0.00001 \cdot C_1 \cdot \sin(0.62867t) \\ & +0.00001 \cdot C_2 \cdot \cos(0.62867t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.02939t} \left\{ \begin{aligned} & -0.34051 \cdot C_3 \cdot \sin(2.54785t) \\ & +0.34051 \cdot C_4 \cdot \cos(2.54785t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.30656t} \left\{ \begin{aligned} & -2.22258 \cdot C_5 \cdot \sin(1.76334t) \\ & +2.22258 \cdot C_6 \cdot \cos(1.76334t) \end{aligned} \right\}
\end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned}
& + e^{-0.03000t} \left\{ \begin{aligned} & -0.89029 \cdot C_1 \cos(0.62867t) \\ & -0.89029 \cdot C_2 \sin(0.62867t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.02939t} \left\{ \begin{aligned} & -3.64131 \cdot C_3 \cos(2.54785t) \\ & -3.64131 \cdot C_4 \sin(2.54785t) \end{aligned} \right\} \\
& + e^{-0.30656t} \left\{ \begin{aligned} & +2.12389 \cdot C_5 \cos(1.76334t) \\ & +2.19389 \cdot C_6 \sin(1.76334t) \end{aligned} \right\}
\end{aligned} \quad (36)$$

図3で $h=300\text{cm}$ とすれば、 $t=0$ のとき、 $x=300\text{cm}$ 、 $y=600\text{cm}$ 、 $z=900\text{cm}$ となるから

$$\frac{dx}{dt} = 0, \quad \frac{dy}{dt} = 0, \quad \frac{dz}{dt} = 0, \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = 0, \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = 0,$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = 0 \text{ である。} (28)\text{式、}(31)\text{式と}(34)\text{式から}$$

$$x = C_1 + C_3 + C_5 = 300 \quad (37)$$

$$\begin{aligned}
y = & +1.801C_1 - 0 \cdot C_2 + 1.246C_3 \\
& + 0.001C_4 + 0.483C_5 - 0.488C_6 = 600
\end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned}
z = & +2.248C_1 + 0.560C_3 - 0.065C_4 \\
& - 0.858C_5 - 0.429C_6 = 900
\end{aligned} \quad (39)$$

(29)式、(32)式と(35)式から

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} = & -0.030C_1 + 0.629C_2 - 0.029C_3 \\
& + 2.548C_4 - 0.307C_5 + 1.763C_6 = 0
\end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned}
\frac{dy}{dt} = & -0.054C_1 + 1.132C_2 + 0.033C_3 \\
& - 3.175C_4 + 0.712C_5 + 1.001C_6 = 0
\end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned}
\frac{dz}{dt} = & +0.067C_1 + 1.413C_2 + 0.150C_3 \\
& + 1.427C_4 + 1.020C_5 - 1.382C_6 = 0
\end{aligned} \quad (42)$$

(37)式から(42)式を連立で解くと C_i が得られる。

(30)式、(35)式と(39)式から

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 x}{dt^2} = & -0.39C_1 - 0.04C_2 - 6.49C_3 \\
& - 0.15C_4 - 3.02C_5 - 1.08C_6 = 0
\end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 y}{dt^2} = & -0.71C_1 - 0.0C_2 - 8.09C_3 \\
& - 0.01C_4 - 1.98C_5 + 1.56C_6 = 0
\end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 z}{dt^2} = & +0.08C_1 - 0.89C_2 - 0.34C_3 \\
& - 3.05C_4 - 2.22C_5 - 2.42C_6 = 0
\end{aligned} \quad (48)$$

となり、境界条件から、6個の C_i を得る。これら

を(28)式から(36)式に代入して得られた結果が図4-1、図4-2、図4-3である。

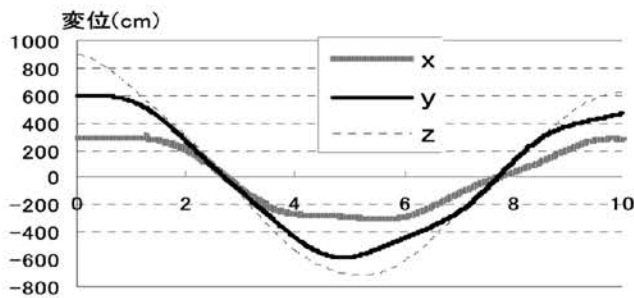


図4-1 質点の変位(減衰) 時間t(s)

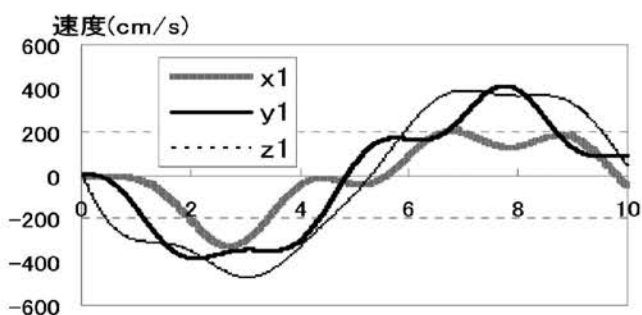


図4-2 質点の速度(減衰) 時間t(s)

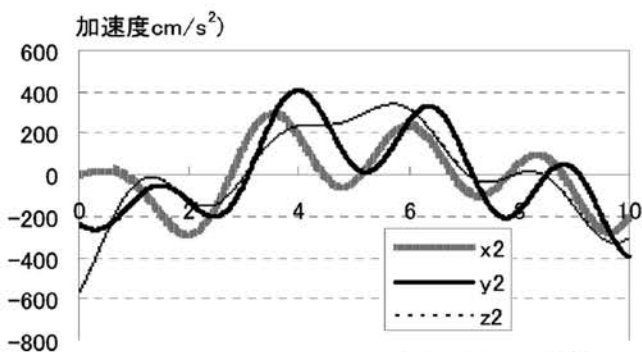


図4-3 質点の加速度(減衰) 時間t(s)

次に定数を変えてみる、 $\lambda = 10t/cm$ 、 $m = 5t$ とすると $k = \lambda/m$ より $k = 2$ となる。また $h = 300cm$ として $C = 0.1t \cdot sec/cm$ とすると、 $f = C/m$ から $f = 0.02$ となり、図5-1となる。

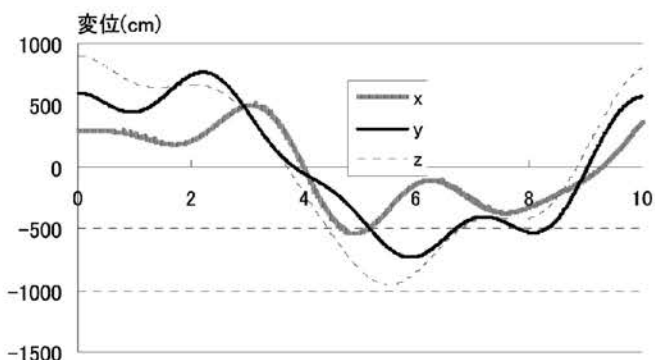


図5-1 質点の変位(減衰) 時間t(s)

$\lambda = 10t/cm$ 、 $m = 5t$ とすると $k = \lambda/m$ より $k = 2$ となる。また $h = 300cm$ として $C = 0.3t \cdot sec/cm$ とすると、 $f = C/m$ から $f = 0.06$ となり、図6-1となる。

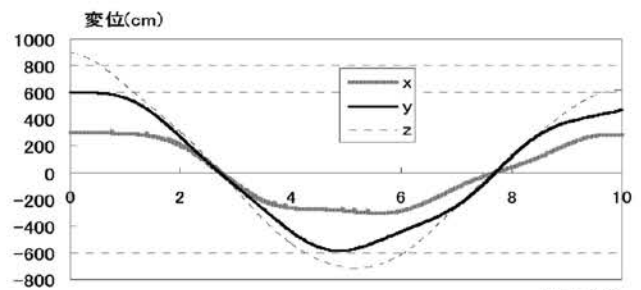


図6-1 質点の変位(減衰) 時間t(s)

〔5〕 おわりに

最下階の柱に及ぼす鉛直応力の諸要素はその柱の変形とそれに連なる質量の速度と加速度が考えられる。柱の応力が最大になるのは、各質点が下向きに作用し、同時間に生じるなら簡単に計算できる。しかし、図4-1、図4-2、図4-3から分かるように、変位、速度と加速度の最大値が生じる時刻には時間差がある。しかも最下階の柱が最大応力を受けるときの時刻とその値を求めるのは簡単ではない。時間を細分化してその時刻ごとに1階柱にかかる応力を計算すればその最大応力と時刻が分かる。また2階、3階の柱の最大応力はそれぞれ時刻により異なることは明らかである。最後に本校玉木先生のご指導に謝辞。

【参考文献】

- 1) チィモシェンコ、材料力学、東京図書
- 2) 志賀敏男、構造物の振動、共立出版
- 3) 小野・加藤 応用弾性学の基礎 コロナ

小山工業高等専門学校 建築学科
E-mail : yamayosi@oyama-ct.ac.jp

「受理年月日 2009年9月29日」

