小山工業高等専門学校研究紀要
第 43 号 (2010) 59－ 64

異材接合体の応力解析における精度向上の試み

山下　進*1, 川口　篤史*2, 古口日出男*3

A Study on Improvement of Accuracy for Stress Analysis in Bonded Structures

Susumu YAMASHITA, Atsushi KAWAGUCHI, Hideo KOGUCHI

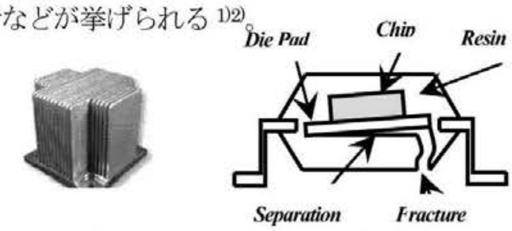
In many machine parts and electronic parts, junction of dissimilar material which utilized the properties is carried out. But, the concentration of stress is generated in the bonded interface. This causes the deterioration of strength, and reliability is lost. There is a stress analysis for three-dimensional bonded structures by finite element analysis based on eigenvalue problem as an example of a computational mechanics approach method of this problem. But when analyzing by this method, unstable distribution is appeared in the boundary part. In this study, to improve the calculation accuracy, try to increase the degree of element used for the analysis. And the improvement of accuracy was confirmed by some analytical models.

KEYWORDS: Bonded Structures, Finite Element Method, Improvement of Accuracy

1. はじめに

機械部品や電子部品の中には、材料の性能・機能の向上を目的とし、それぞれの材料特性の長所を活かし、異なる材料を接合して製造することがある。図１は異材接合された機械部品と電子部品の例である。

しかしながら、異材接合体の接合界面には、変形特性や熱特性の違いにより､応力集中が発生し、著しく強度低下を引き起こし、信頼性を失うことがある。このような問題を解決するための計算力学的なアプローチの例として、固有値問題に基づいた有限要素解析による３次元異材接合体の応力解析などが挙げられる [1)2)]。



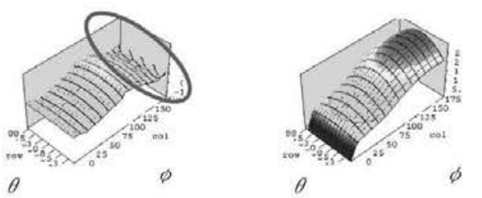
(a)ヒートシンク　(b)LSIパッケージ

図１　異材接合体の例

*1 機械工学科(Dept. of Mechanical Engineering), E-mail: syama@oyama-ct.ac.jp
*2 小山高専専攻科電子システム工学専攻修了生
*3 長岡技術科学大学機械系

この研究例では、接合体の応力特異性の強さや、接合界面角部付近の変位や応力特性を解析している。図2 (a) は、アルミニウムと銅の接合体に対する角部近傍の応力特性を示した図である。図からも明らかなように、多くの部分では連続的で、滑らかな分布を示しているが、境界付近 (図2 (a) の丸で囲んだ部分) において、分布が不連続で不安定な部分が観察される。図2 (b) は変位分布を示した図であるが、応力分布のような境界付近の変化は見られない。

そこで本研究では、境界付近の応力分布が不安定になる原因を明らかにし、その解決方法を検討することを目的としている。



(a)応力分布の計算例　(b)変位分布の計算例
図2　解析例

2. 定式化

3 次元異材接合体の接合界面角部付近の応力は、図 3 に示すような角部を原点(r=0)とした球座標を用いて式(1)のように表すことができる [1)2)]。ただし、角部における応力は特異状態にあると考える。

$$\sigma_{ij} \propto \frac{1}{r^{1-p}} = \frac{1}{r^{\lambda}} \tag{1}$$

ここで、σ_{ij}は応力成分、r は角部から任意の点までの距離、p は特異性パラメータ、λ(=1-p)は特異性オーダである。0<λ<1 では特異性が生じ、λ≦0 では消失する。

有限要素法による定式化を行うため、図4 に示すようなセレンディピティ族の2 次要素を用いて球の表面を要素分割する。図3 に示すようにそれぞれの要素の節点は点 O を原点とした球座標で表され、要素内の点(r, θ, ϕ)は次のように与えられる。

$$r = r_0\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^{\frac{1}{p}},\quad \theta = \sum_{i=1}^{8} H_i\theta_i,\quad \phi = \sum_{i=1}^{8} H_i\phi_i \tag{2}$$

ここで、r_0は球の半径、-1≦ α ≦1、θ_i, ϕ_iは節点 i の角度、H_iは内挿関数[注1)]である。

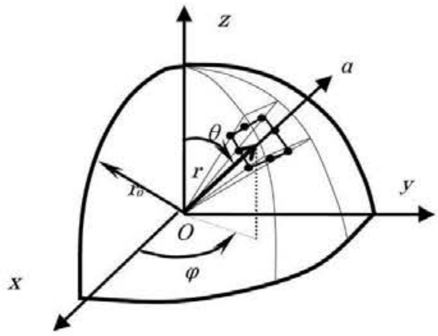


図3　球座標系

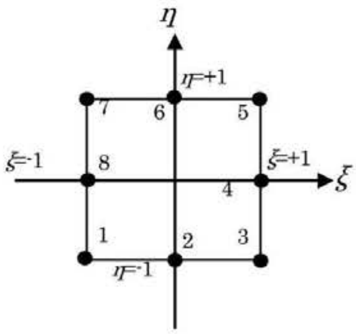


図4　セレンディピティ族の2次要素

次に、原点 O での変位を 0 とおくと、任意の内点 Q における r, θ, ϕ 方向の変位は、

$$u_i = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{p}\left[\sum_{j=1}^{8} H_j(\xi,\eta)u_{ij}\right] \quad (i=r,\ \theta,\ \phi) \tag{3}$$

で与えられる。ここで、 ξ, η は正規座標である。

さらに、応力は変位を用いると次式で求めることができる。

$$\{\sigma\} = \left\{\sigma_{rr}\sigma_{\theta\theta}\sigma_{\phi\phi}\sigma_{r\theta}\sigma_{r\phi}\sigma_{\theta\phi}\right\}^{t}$$

$$= [D]\frac{r^{p-1}}{r_0^{\ p}}\sum_{i=1}^{8}\{p[B_{ai}]+[B_{bi}]\}\{u_{ji}\} \quad (j=r,\ \theta,\ \phi) \tag{4}$$

式 (4) の$[B_{ai}]$と$[B_{bi}]$は、6 方向のひずみの成分をまとめたマトリクス、$[D]$は6×6 の応力—ひずみマトリクスを示している。

仮想仕事の原理に基づいて式を展開すると、最終的に特異性パラメータ p に対する次のような特性方程式が得られる。

$$\left(p^2[A]+p[B]+[C]\right)\{U\}=0 \qquad (5)$$

ここで、$[A], [B], [C]$ は内挿関数マトリクス、弾性マトリクスを含む行列、$\{U\}$ は各節点における変位ベクトルである。この計算過程、各行列の詳細は文献 1)に示されている。

また、式(5)を式(6)のように変形することで一般の固有値問題に帰着され、これを解くことにより p および λ の値を求めることができる。

$$\begin{bmatrix} -[A]^{-1}[B] & -[A]^{-1}[C] \\ I & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} V \\ U \end{Bmatrix} = p\begin{Bmatrix} V \\ U \end{Bmatrix} \qquad (6)$$

3．　数値計算例

3．1　解析モデル

境界付近での応力分布が不安定になる原因としてまず挙げられるのが、使用する要素の次数である。解析に使用しているセレンディピティ族の 2 次要素は 1 つの要素に 8 個の節点をもつ要素（図 4 参照）である。本研究では今まで使用していた 2 次要素ではなく、図 5 に示すような 3 次要素を使用することで問題を解決できるのではないかと考えた。

ここでは 2 つの解析モデル（model 1:標準モデル、model 2:埋め込みモデル）を設定し、2 次要素を使った場合の解析結果と 3 次要素を使った場合の解析結果を示し、境界付近における不安定性が改善されたかを示す。図 6(a),(b)の左図は解析に使用したモデルの形状を示し、右図はそれを θ-ϕ 平面に展開した要素分割図である。また表 1, 2 はそれぞれの解析に用いた材料の物性値である。

まず各モデルに対して特異性パラメータを計算し、その値を使って変位、応力分布を求めた。

3．2　解析結果と考察

それぞれの解析モデルに対する解析結果を図 7,8 に示す。図 7(a),(b)は model 1 において 2 次,3 次要素を使用した場合の r 方向の変位分布を示す。同様に図 7(c),(d)は r 方向、図 7(e),(f)は θ 方向、図 7(g),(h)は ϕ 方向の応力分布を示す。図 8(a),(b)は model 2 において 2 次, 3 次要素を使用した場合の r 方向の変位分布を示す。同様に図 8(c),(d)は r 方向、図 8(e),(f)は ϕ 方向の応力分布を示す。

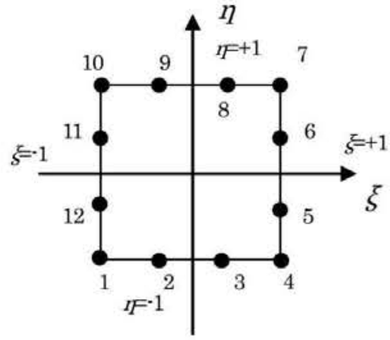


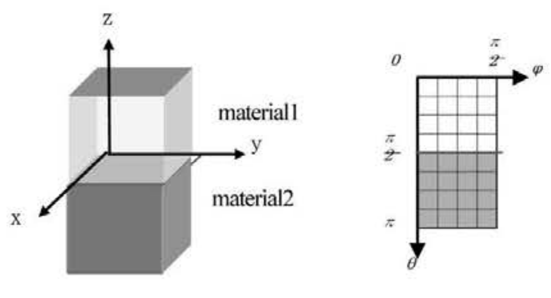
図 5　セレンディピティ族の 3 次要素

表 1　解析条件（model 1）

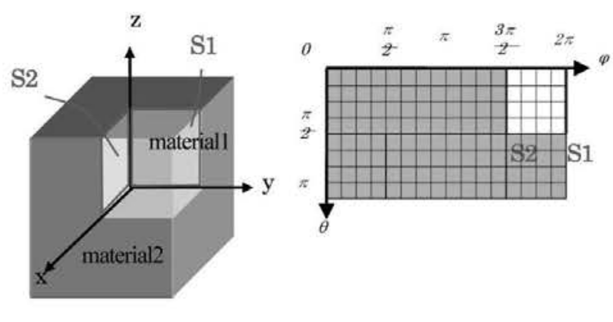
	材料	ヤング率	ポアソン比
材料 1	Al	69GPa	0.33
材料 2	Cu	122GPa	0.34

表 2　解析条件（model 2）

	材料	ヤング率	ポアソン比
材料 1	Al_2O_3	359GPa	0.20
材料 2	regin	4.93GPa	0.33



(a) model 1



(b) model 2

図 6　解析モデル

model 1 では、変位分布においては 2 次要素と 3 次要素でほぼ同様の解析結果を得ることができた。応力分布においても、境界部分以外の分布はほぼ同様な結果を得ることができ、なおかつ 2 次要素で見られた境界付近での不安定な分布が、3 次要素ではほぼ消えていることがわかる。

model 2 では、変位分布においてはほぼ同様の結果を得ることができた。応力分布をみると、まず図 8 (c), (e)（2 次要素）の θ＝1.125° で確認できる不安定な応力分布は図 8(d), (f)（3 次要素）でも確認でき、図 8 (c), (e) の ϕ＝1.125°, 358.875° で確認できる一か所値が大きくなっている応力分布は図 8(d), (f)では消失している。また、図 8(c)の(θ, ϕ)=(135, 240)付近で確認できる一か所値が大きくなっている応力分布は図 8(d)では値が小さくなっているのに対し、図 8(e)の(θ, ϕ)=(135, 240)付近で確認できる一か所値が大きくなっている応力分布は図 8(f)でもそのまま残るような結果となった。

このように model 2 に関しては、境界付近で多少改善が観察できたものの、改善できていない部分もあるということがわかった。

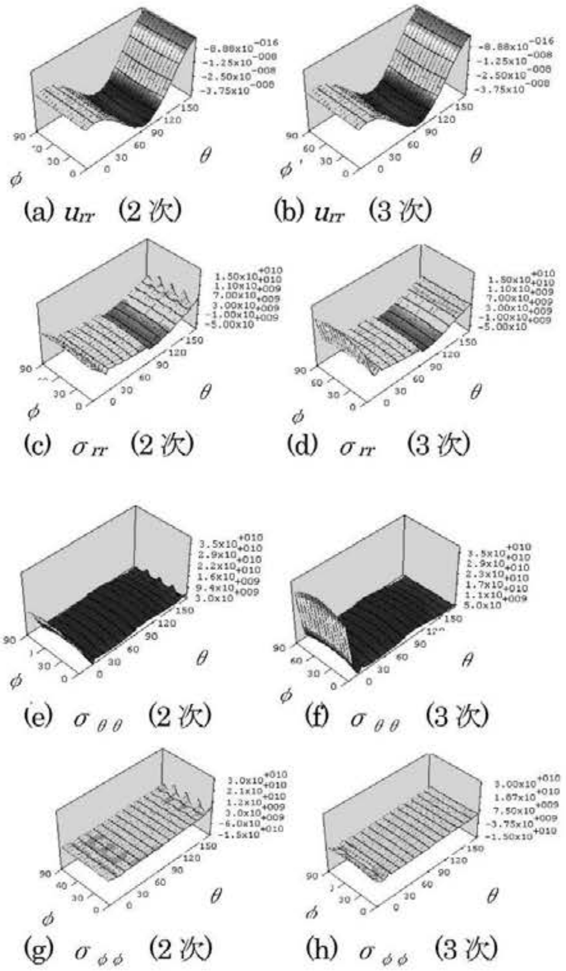
4．解析精度に関する検討

4．1　検討方法

前節では解析に用いる内挿関数の次数を上げることによって、境界付近での精度の向上を試みた。しかし、この解析方法は球の表面を θ- ϕ 平面に展開しており、このことによって、球の頂点に複数の節点が存在することになってしまい、要素分割上の矛盾が生じる。そこで、図 6(a), (b)の要素分割図の θ＝0, 180° における ϕ の値をすべて 0° に変更することにより解析結果にどのような影響を与えるかを調べた。

4．2　解析結果と考察

それぞれの解析モデルにおける解析結果を図 9,10 に示す。　図 9(a),(b)は model 1 に対する 2 次、3 次要素を使用した場合の r 方向の変位分布を示す。同様に図 9(c),(d)は r 方向の応力分布を示し、図 9(e),(f)は θ 方向の応力分布を示す。図 10(a),(b)は model 2 に対する 2 次、3 次要素を使用した場合の r 方向の変位分布、図 10(c),(d)は r 方向の応力分布、図 10(e),(f)は θ 方向の応力分布を示す。



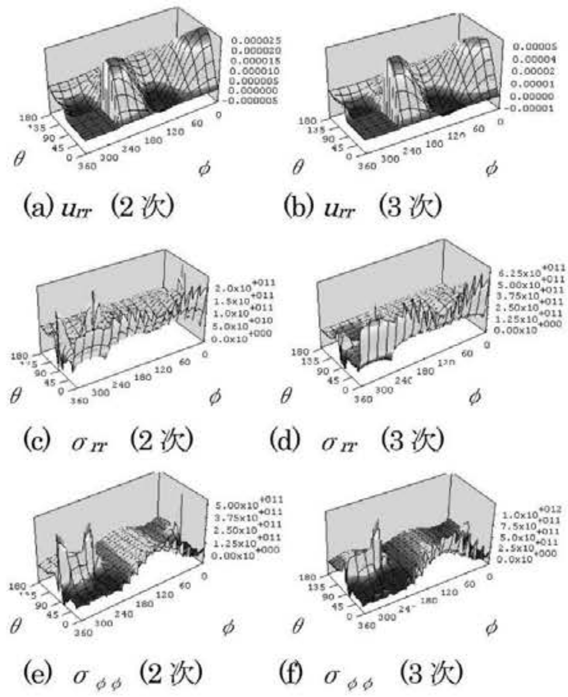
(a) u_{rr} (2 次)　(b) u_{rr} (3 次)

(c) σ_{rr} (2 次)　(d) σ_{rr} (3 次)

(e) $\sigma_{\theta\theta}$ (2 次)　(f) $\sigma_{\theta\theta}$ (3 次)

(g) $\sigma_{\phi\phi}$ (2 次)　(h) $\sigma_{\phi\phi}$ (3 次)

図 7　解析結果(model 1)



(a) u_{rr} (2 次)　(b) u_{rr} (3 次)

(c) σ_{rr} (2 次)　(d) σ_{rr} (3 次)

(e) $\sigma_{\phi\phi}$ (2 次)　(f) $\sigma_{\phi\phi}$ (3 次)

図 8　解析結果(model 2)

model 1 の場合、変位分布においては、2次、3次ともに座標を変える前と同様の解析結果を得ることができた。応力分布においては、図9 (c) ～(f)の θ＝1.125°，178.875° 付近において同じような傾向をもつ結果を得た。

model 2 の場合、model 1 と同様に変位分布においては、2次、3次ともに座標を変える前と変わらない解析結果を得ることができた。応力分布においては、図10(c),(d)の θ＝178.875° において座標を変える前に対して滑らか分布に見えるが、ϕ＝0° に向かうにしたがって応力が低くなっていくという傾向が見られた。

5. おわりに

本研究では、内挿関数の次数や要素分割上の矛盾点が解析結果にどのような影響を与えるかを 2 つの解析モデルを設定し調べてきた。

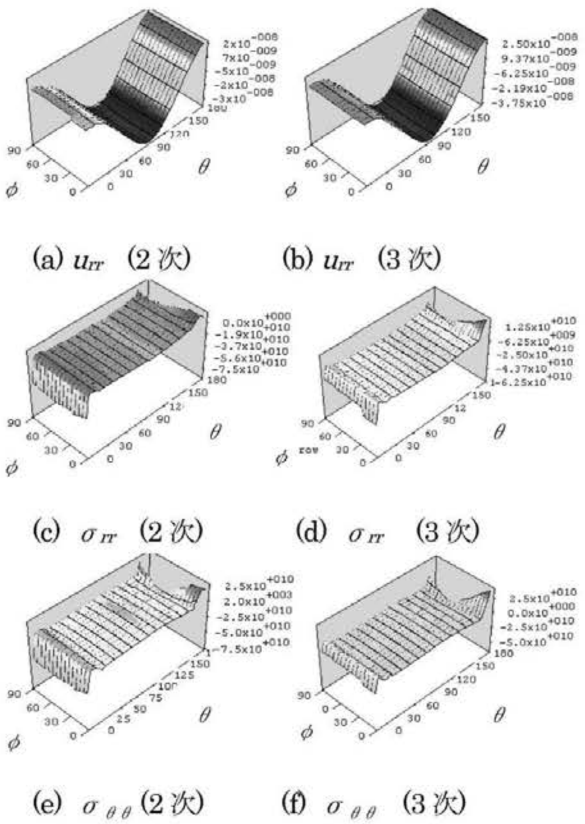
まず、解析に用いる内挿関数の次数を上げるというアプローチで境界付近での精度を上げることを試みたが、model 1 では3次要素を使用することで、2 次要素を使用していたときに見られたような境界付近での不安定な応力分布が見られなくなり、安定した応力分布を得ることができた。しかし model 2 では、3次要素を使用することによって改善できるであろうと予想していた部分が改善しきれなかった。

次に、球の表面を θ-ϕ 平面に展開することによって生じる要素分割上の矛盾が解析結果に及ぼす影響に着眼し、境界での座標を変更することで精度を向上することを試みた。model 1 では期待していたような滑らかな応力分布を得ることができなかったが、model 2 では座標を変える前には境界付近で不安定な分布を示していた部分が、座標を変えることによって、ϕ＝0° に向かうにしたがって応力が低くなっていくという傾向があるものの、滑らかな分布を得ることができた。

参考文献

1) 山下　進・古口日出男：3次元異材接合体角部近傍の熱応力解析, 日本機械学会第 13 回計算力学講演会講演論文集,pp361-362(2000)

2) 川口篤史・山下　進・古口日出男：異材接合体の応力特異解析における精度向上に関する研究, 日本機械学会関東支部第16期総会講演会講演論文集, pp477-478(2010)

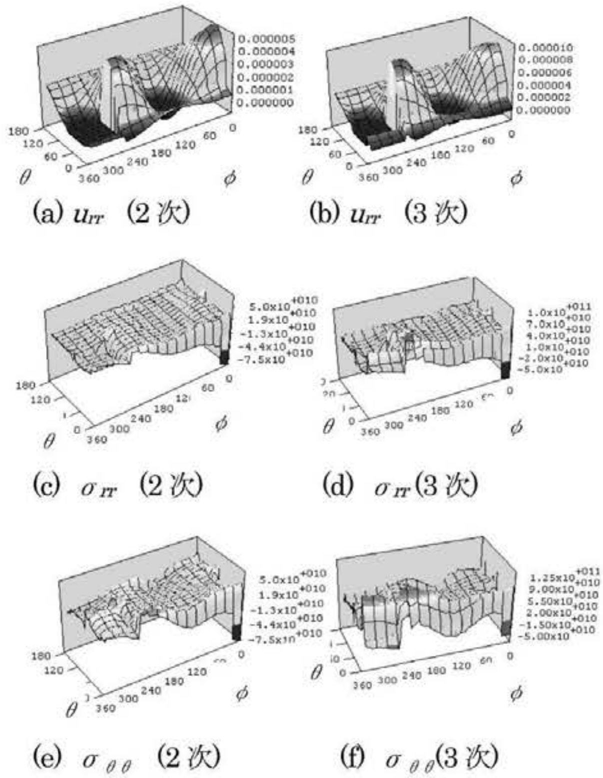


(a) u_{rr} (2次)　(b) u_{rr} (3次)

(c) σ_{rr} (2次)　(d) σ_{rr} (3次)

(e) $\sigma_{\theta\theta}$ (2次)　(f) $\sigma_{\theta\theta}$ (3次)

図9　解析結果(model 1)



(a) u_{rr} (2次)　(b) u_{rr} (3次)

(c) σ_{rr} (2次)　(d) σ_{rr}(3次)

(e) $\sigma_{\theta\theta}$ (2次)　(f) $\sigma_{\theta\theta}$(3次)

図10　解析結果(model 2)

注記

注 1）セレンディピティ族の内挿関数の具体的な表現

［2 次要素］

節点 i における座標を（ξ_i, η_i）とすると内挿関数は図 11 において

i=1,3,5,7 のとき

$$H_i = \frac{1}{4}(1+\xi\ \xi_i)(1+\eta\ \eta_i)(1-\xi\ \xi_i-\eta\ \eta_i) \tag{7}$$

i=2,6 のとき

$$H_i = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta\ \eta_i) \tag{8}$$

i=4,8 のとき

$$H_i = \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1+\xi\ \xi_i) \tag{9}$$

［3 次要素］

節点 i における座標を（ξ_i, η_i）とすると内挿関数は図 12 において

長方形隅の節点

$$H_i = \frac{1}{32}(1+\xi\ \xi_i)(1+\eta\ \eta_i)\left[-10+9\left(\xi^2+\eta^2\right)\right] \tag{10}$$

辺上の節点

$\xi_i=\pm 1$, $\eta_i=\pm 1/3$

$$H_i = \frac{9}{32}(1-\eta\ \eta_i)(1-\xi^2)\left(1-9\xi\ \xi_i\right) \tag{11}$$

$\xi_i=\pm 1/3$, $\eta_i=\pm 1$

$$H_i = \frac{9}{32}(1+\xi\ \xi_i)(1-\eta^2)\left(1+9\eta\ \eta_i\right) \tag{12}$$

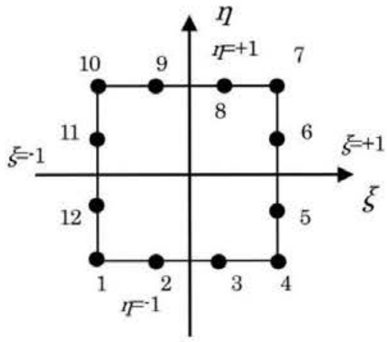


図 11　セレンディピティ族の 2 次要素

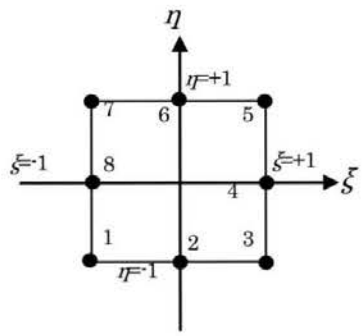


図 12　セレンディピティ族の 3 次要素

［受理年月日　　2010 年 9 月 30 日］