

ジャイロ効果による自律2輪車の製作

笠原 雅人*, 大瀧 雅人**

Production of autonomous two-wheeled vehicle with gyroscopic effect

Masato Kasahara, Masato Otaki

An unstable system like bicycle will be immediately stabilized, if man rides and it runs. It is difficult to make it stand straight mechanically. It is proposed that the autonomous two-wheeled vehicle using the gyroscope effect is designed and it aims at manufacturing the two-wheeled vehicle which can stabilize and stand straight with a simple structure.

キーワード: ジャイロ効果, 二輪車

Keywords: gyroidal effect, two-wheeled vehicle

1. 緒 論

自輪車のような不安定な二輪車は人間が乗って走ればすぐに安定するが、機械的に直立させることは困難である。

本研究ではジャイロ効果を用いた自律二輪車を設計し、より簡易な構造でかつ安定して直立できる二輪車を製作することを目的とする。

2. ジャイロ

〈2・1〉 ジャイロ効果 ジャイロとは一軸まわりに回転対称な物体を対称軸まわりに大きな旋回角速度で回転しているものである。ジャイロには特殊な性質が生じる。ジャイロ効果の性質は以下のようなものがある。

〈2・1・1〉 定方向性 ジャイロの軸が全方向に自由に動けるように枠で支えたとき、そのジャイロが重心で支えられており、かつ外部からトルクが働いていない場合はジャイロの固定軸は一定の方向を向き続ける。オイラーの運動方程式より剛体の回転運動を表す式は

$$\begin{aligned} I_{\xi} \frac{d\omega_{\xi}}{dt} - (I_{\eta} - I_{\zeta})\omega_{\eta}\omega_{\zeta} &= N_{\xi} \\ I_{\eta} \frac{d\omega_{\eta}}{dt} - (I_{\zeta} - I_{\xi})\omega_{\zeta}\omega_{\xi} &= N_{\eta} \dots \dots \dots (1) \\ I_{\zeta} \frac{d\omega_{\zeta}}{dt} - (I_{\xi} - I_{\eta})\omega_{\xi}\omega_{\eta} &= N_{\zeta} \end{aligned}$$

となる。ここで座標軸は慣性主軸の方向と同じ方向とし、 $I_{\xi}, I_{\eta}, I_{\zeta}$ は主慣性モーメント、 $\omega_{\xi}, \omega_{\eta}, \omega_{\zeta}$ は各軸まわりの角速度成分、 $N_{\xi}, N_{\eta}, N_{\zeta}$ はそれぞれの軸に対応するモーメントである。ここで運動エネルギー T は

$$T = \frac{1}{2}(I_{\xi}\omega_{\xi}^2 + I_{\eta}\omega_{\eta}^2 + I_{\zeta}\omega_{\zeta}^2) \dots \dots \dots (2)$$

となる。これより

$$\frac{dT}{dt} = \omega \cdot N \dots \dots \dots (3)$$

を得る。この式は単位時間あたりにモーメント N がなす仕事を表している。ここでモーメント $N = 0$ の場合には回転体の総角運動量ベクトル L は $L = \text{const}$ vector, 運動エネルギー T は $T = \text{const}$ となり角運動量及びエネルギー保存則を得る。これより回転体の軸は外部から力が加わることがない限り軸の向きや角運動量は変化しない。

〈2・1・2〉 歳差運動 ジャイロの回転軸に外部からトルクを働かせた時、回転軸はトルクの軸の方向（トルクの向きと回転軸）に軸を旋回させるように動くことである。ジャイロの旋回角運動量を H , トルクを N とすると、その時の旋回角速度を μ とすると

$$\mu = \frac{N}{H} \dots \dots \dots (4)$$

で表される。ベクトルで見るとこの H, N, μ は右手系をなしており、(1) 式はベクトル表現をすると

$$\mu \times H = N \dots \dots \dots (5)$$

となる。このようなトルクと歳差運動の関係をジャイロ現象と呼ぶことがある。力の関係を Fig.2 に示す。

〈2・1・3〉 ジャイロモーメント ジャイロの回転軸に直角に μ の角速度で強制的に歳差運動させると外部に対して $N_G = \mu H$ のモーメントが働く。 N_G はジャイロモーメントと呼ばれ、 H, N_G, μ は右手系をなしている。この N_G はジャイロが歳差運動するために加えたトルク N の反作用である。力の関係を Fig.3 に示す。

3. 運動方程式

〈3・1〉 車体の運動方程式 条件として

- 車輪は直線上に 2 つ並んでおり不安定である。

* 小山工業高等専門学校 電子制御工学科
(Dept. of Innovative Electrical and Electronic Engineering)
** 小山工業高等専門学校 電子制御工学科 卒業生
(Graduate of Electronic Control Engineering)

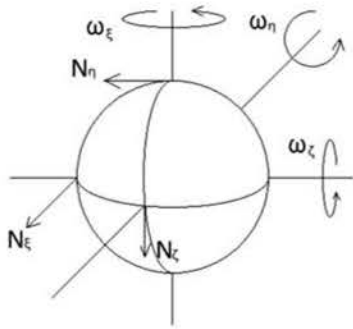


Fig. 1. ジャイロ二輪車のモデル図

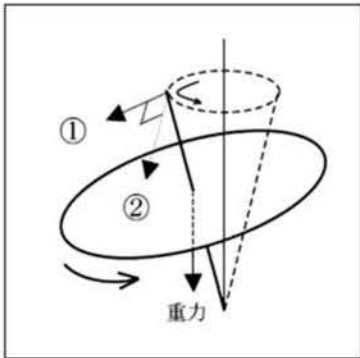


Fig. 2. 歳差運動

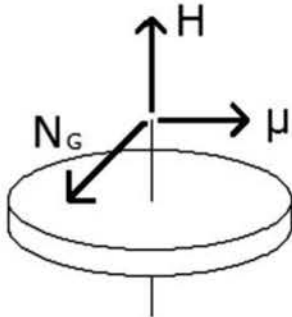


Fig. 3. ジャイロモーメント

- 車体の重心、ジャイロの重心は車輪の接地点から垂直線上にあるとする。
- ジャイロは車体上部に付いている。
- ジャイロの旋回角運動量ベクトル H が上下方向に向くように回転している。

とした。車体のモデル図を Fig.4 に示し、それをもとに運動方程式を考えていく。ここで車体の質量を M 、車体の重心を G 、地面との接触点を O 、車体の傾きを θ 、点 O から重心 G までの距離を L 、車体に働く慣性モーメントを I とし、ジャイロの質量を m 、ジャイロの重心 G' 、ジャイロの旋回角運動量を H 、ジャイロの支持軸を $A-A'$ 、ジャイロの前後方向への傾きを ϕ 支持軸からジャイロの重心までの距離を l 、支持軸周りの慣性モーメントを i とする。ここで接地点 O まわりの回転運動を考える。車体の傾きによる角

運動量は $I\dot{\theta} + H\dot{\phi}$ である。ここで第 1 項は車体の傾きによって生じる角運動量で、第 2 項はジャイロモーメントによる項である。一方で O 点周りのモーメントは $MgL \sin \theta$ である。この 2 つより

$$I\ddot{\theta} + H\dot{\phi} = MgL \sin \theta \dots \dots \dots (6)$$

が成り立つ。次にジャイロの支持軸周りの回転運動を考える。支持軸周りの角運動量の水平左右方向成分は $i\dot{\phi} + H\theta$ である。ここで第 1 項はジャイロの傾きによって生じる角運動量で、第 2 項はジャイロモーメントによる項である。一方で重力によるモーメントは $mgl \sin \phi$ である。これによって

$$i\ddot{\phi} - H\dot{\theta} = mgl \sin \phi \dots \dots \dots (7)$$

が成り立つ。ここで右辺の外力によるモーメントの項には θ による運動によって G' に作用する遠心力の項がある。遠心力は回転軸からの距離と質量と角速度の 2 乗の積で定義されている。また、 θ による角速度は $\dot{\theta}$ であるので (7) 式は、接地点 O からジャイロの重心 G' までの距離を r 、接地点 O まわりのジャイロの重心の慣性モーメントを i_{θ} とすると

$$i\ddot{\phi} - H\dot{\theta} = mgl \sin \phi + i_{\theta}r\dot{\theta}^2 \dots \dots \dots (8)$$

となる。ここでジャイロの旋回角運動量 H は非常に大きい量であり、車体及びジャイロ本体の振動はゆっくりとしたものだと仮定する。つまりは、遠心力の項にある $\dot{\theta}^2$ を無視する。さらに角加速度成分も十分に小さくなるので省略する。これらの式は非線形微分方程式ため、厳密解を求めることは困難である。そこで傾き θ 、 ϕ が微小だと仮定し、それぞれ $\sin \theta$ 、 $\sin \phi$ を θ 、 ϕ に近似して (6)、(7) 式は

$$H\dot{\phi} = MgL\theta \dots \dots \dots (9)$$

$$H\dot{\theta} = -mgl\phi \dots \dots \dots (10)$$

とすることができる。(9) 式を θ についてまとめ、(10) に代入すると

$$\frac{H^2}{mgl}\ddot{\theta} = MgL\theta \dots \dots \dots (11)$$

となる。この 2 階微分方程式の解は

$$\theta = a \cos \omega t + b \sin \omega t \dots \dots \dots (12)$$

となる。ここで車体は揺れていることから $\theta = a \cos \omega t$ とする。これを (9) 式に代入してやると、 $\dot{\theta} = -a\omega \sin \omega t$ となり、

$$-H a \omega \sin \omega t = -mgl\phi \dots \dots \dots (13)$$

となり、これを ϕ ついてまとめると

$$\phi = a \sqrt{\frac{ML}{ml}} \sin \omega t \dots \dots \dots (14)$$

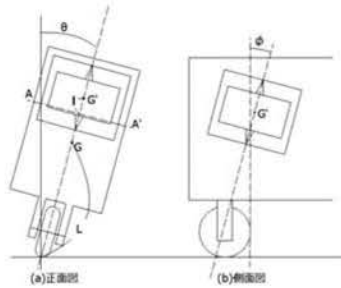


Fig. 4. ジャイロ二輪車のモデル図

となる。よって車体の傾きの運動方程式は

$$\theta = a \cos \omega t \dots\dots\dots (15)$$

$$\phi = a \sqrt{\frac{ML}{ml}} \sin \omega t \dots\dots\dots (16)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{MgL}{H} \frac{mgl}{H}} \dots\dots\dots (17)$$

となる。ここで a とは小さな任意定数である。このことから車体は転倒しないで微小の横揺れを行い、ジャイロは車体から見れば縦横比が $\sqrt{\frac{ML}{ml}}$ で楕円を描くように旋回する事がわかる。

4. 車体の設計

〈4・1〉 車体シャーシについて 車体シャーシには十分に軽く、また丈夫で加工しやすい合板の木材を用いた。タイヤを取り付けるために前後部分を切り込みを入れた。ジャイロを固定するための支えとしてタミヤ製のユニバーサルプレートを用いた。このプレートは5mmの等間隔で直径3mmの穴が開けてあるので、ジャイロの位置を調整することが容易である。よってこのプレートを半分に切り、同梱されているマウントを用いてシャーシに対して垂直に立たせた。しかし樹脂製であるため少々柔らかく、簡単に歪んでしまうのでジャイロの枠に力が加わってしまいジャイロの枠の回転を阻害してしまう。これを解決するためにプラスチック製の棒を用いてジャイロの枠に当たらず、かつ枠の支持軸の直下になるような位置に突っ張り棒として取り付け付けた。ジャイロの傾きが90度に近づいていくとジャイロモーメントは小さくなってしまい、車体は不安定になり倒れてしまう。つまり傾きが90度に近づいたときは倒れるときなので支持軸の直下に突っ張り棒を取り付けても問題はないと考えた。

〈4・2〉 電源、動力について ジャイロを回転させるモーターとしてマブチモーターのRE-140RAを用いた。円盤を回転させるために必要なトルクを十分に持っており、かつその中で比較的小型で軽量なものを選択した。また電源を入れても回転は徐々に加速してから定速回転になるので、十分に加速時間を取る必要がある。車体を前進させる装置としてタミヤ製クランクギアボックスを用いた。ギア比は同梱の説明書に乗っている「中速」(58.2:1)とした。動力伝達としてタミヤ製のチェーン & スプロケットセットを用

いた。電源として単4アルカリ乾電池を4本用いた。車体の大きさを考えるとあまり大きな容量の電池を積むことが難しいのでこのサイズにした。ジャイロは回転速度が必要なので2本を直列にして接続した。また前進用のギアボックスには2本を並列に接続した。

〈4・3〉 ジャイロ部分について ジャイロを支える枠には軽くて強度のある2mmのアルミ板と1mmのコの字型のアルミ板を用いた。より強いモーメントが働くようにモーターを上部に取り付けるようにした。ジャイロの枠と車体をなめらかに接続するために、金属製の円柱に樹脂製の円筒のベアリングを挟むことでなめらかな回転をすることができるようにした。ジャイロ本体となる円盤にはシャーシと同じ合板の木材を円形に切り出し、同じ半径の部分に等角度で12個の穴をあけ、そこに釣具のガン玉と呼ばれる鉛製の重りをその穴に固定した。

〈4・4〉 テスト走行 以上の節で示したように二輪車を設計して走行させた結果、ある程度の距離をまっすぐ走行した後、徐々に車体の傾きが大きくなるように振れだして倒れてしまった。このことは考察で詳しく示すが、半永続的に直立するはずであるが倒れてしまうので走行距離で評価することにした。

5. 走行試験

〈5・1〉 試験方法 完成した実験機を用いて試験項目を以下の2つとして走行試験を行った。1つはジャイロモーメントの強さはジャイロの旋回角運動量に依存しているのでジャイロとして用いた回転円盤の質量を変化させることでジャイロモーメントの大きさを変え、それによる走行距離の変化と車体の状態を調べた。もう1つは運動方程式によって導かれた振幅と車体の傾く周期の式より、接地点から車体の重心までの距離 L が変化すると、車体の振幅、つまり傾きの大きさと周期が変化する事が導かれたため、それを確かめるために L を変化させた場合の走行距離の変化と車体の状態を調べた。

〈5・2〉 試験結果

〈5・2・1〉 角運動量の差 ジャイロに用いた円盤の質量を変えるために、円盤についている鉛の重りの数を12個の場合と6個の場合で実験機を走行させ、走行距離を測定した。結果を表1にまとめる。結果より質量が大きい、つまりジャイロの旋回角運動量が大きくジャイロモーメントがより強く働く場合のほうが長い距離を走ることが確認できた。また角運動量が小さい場合では車体の傾きに対してジャイロは12個の場合と同じように傾いていたが、12個の場合と違って体勢を持ち直そうとしても振幅はすぐに大きくなり倒れてしまった。

〈5・2・2〉 L の差 接地点 O から重心までの距離 L を変化させるためにタイヤの位置を付け替える方法を取り、それぞれ走行させて走行距離を測定した。結果を表2にまとめる。結果より L が小さい場合のほうがより長い距離を走ることが確認できた。また L が大きい場合のでは車体の

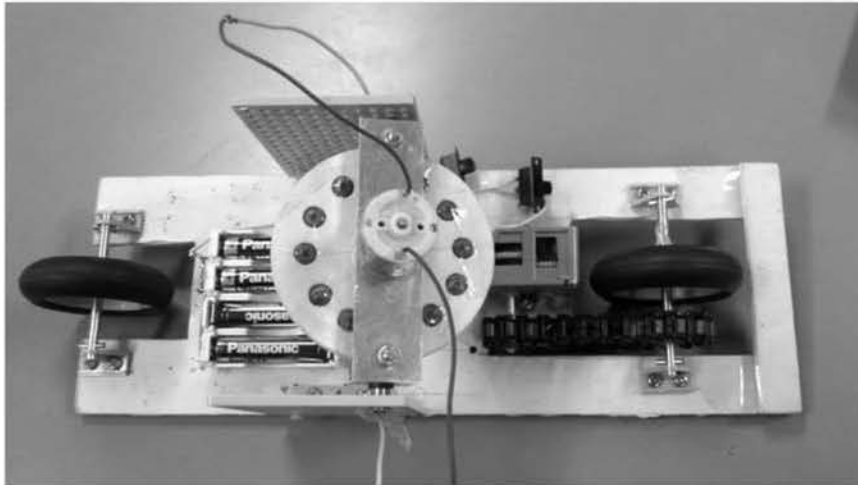


Fig. 5. ジャイロ二輪車のモデル

Table 1. 旋回角運動量による走行距離の変化

	重りが 6 個 [m]	重りが 12 個 [m]
1 回目	1.00	3.50
2 回目	0.43	1.85
3 回目	0.65	5.19
4 回目	0.83	3.42
5 回目	0.73	2.41
平均	0.73	3.27

Table 2. L による走行距離の変化

	12 個 (L が小)[m]	12 個 (L が大)
1 回目	3.50	1.45
2 回目	1.85	1.32
3 回目	5.19	1.20
4 回目	3.42	0.96
5 回目	2.41	0.74
平均	3.27	1.15

傾きに対してジャイロの枠が大きく傾き、ジャイロの傾きはすぐに大きくなってしまった。

〈5・3〉 試験結果について

〈5・3・1〉 角運動量の差 試験結果よりジャイロの旋回角運動量が小さい場合には走行距離が短くなることがわかった。ジャイロモーメントにより車体の傾きに応じてジャイロも傾きはじめる。ジャイロモーメントは旋回角運動量に依存しているので十分に大きい場合はジャイロモーメントは十分に大きくなるので車体はある程度の時間は揺れながらも倒れることはない。しかし角運動量が小さい場合、車体の傾きによって生じた重力によるモーメントに対抗できるほどのジャイロモーメントが生じず、振幅は早い段階から大きくなっていくので車体も倒れてしまう。

〈5・3・2〉 L の差 試験結果よりジャイロの接地点 O から重心までの距離 L が大きい場合には走行距離が短くなることがわかった。運動方程式より L が大きい場合はジャイロの傾きが大きくなる事がわかってる。ジャイロモーメントはジャイロの傾きが大きくなるほど自身の傾きを水平に戻すための力が必要になってしまうので総エネルギー

量は変化しないはずなので車体を戻す力は弱くなってしまふ。走行している状態を見ると車体の傾きに対してジャイロは L が小さい場合よりも大きく傾くことが確認できた。つまり車体の傾きが小さくてもジャイロの傾きが大きくなりすぎてしまい、車体の傾きに対抗するジャイロモーメントは小さくなるので車体は倒れてしまう。

〈5・4〉 自律できない問題点

〈5・4・1〉 ジャイロの位置と枠 ジャイロの位置は現在は運動方程式をたてる上で前提として車体上部に付いているとしている。運動方程式よりジャイロの重さと支持軸から重心までの距離と、車体の重さと接地点からの車体の重心までの距離によって車体及びジャイロの傾きの比が決まる。運動方程式を立てる際に近似した $\sin \theta$, $\sin \phi$ は車体とジャイロの傾き θ, ϕ が大きくなりすぎると、運動方程式の前提を逸脱してしまうため倒れてしまうと考えられる。

〈5・4・2〉 回転円盤の質量 円盤の質量は角運動量に直接関わってくる。モーターの仕様が許す限りより重くすることが可能である。しかしジャイロ部分は車体上部についているのであまり重くし過ぎると重力によるモーメントも大きくなってしまい、ジャイロモーメントによる抗力が不足してしまう。しかしあまりに軽くしすぎると角運動量が不足してしまう。車体の重量とモーターの回転速度を鑑みて最適に動作する質量を見つけ出す必要がある。

6. おわりに

ジャイロ効果を利用した自律二輪車を作製した。ある程度の時間であれば直立したまま前進することができたが、いずれ倒れてしまう。考察に書いたような新たな改善点も見つかったので、更に改良する必要がある。

参考文献

東京大学応用物理学教室 編, "力学", 東京大学出版会 (1960)

【受理年月日 2013年 9月30日】