

破壊力学パラメータと要素分割の関係

川村 壮司*¹

Relations of a fracture mechanics parameter and the element division.

Takashi KAWAMURA

This paper is checked the element division and the relations of the error. The shape that I analyzed is three kinds. The result that a way of the element division was important to fracture mechanics. It is necessary to do distance of the element division finely to give analysis precision. Particularly, I am careful about a value of the crack tip when I use FEM.

KEYWORDS: Crack Tip Stress Method, FEM, BFM

1. はじめに

破壊力学パラメータである第ゼロ節点法や、応力外挿法、変位外挿法、体積法による数値解析による手法では要素分割をする必要がある。要素分割は、数値解析の解析精度を向上させる目的から、特殊な要素を提案するなどしているものもある。しかし、特殊な要素は使い方が複雑である。

そこで、BFM による厳密解の精度検証を行い、FEM による要素分割を 3 段階にして、各種破壊パラメータと厳密解との比較を行い精度等について調べる。

2. 線形き裂力学の原理

図 1 は、線形き裂力学の概念を模式的に示した

ものである。

線形き裂力学について図 1 を用いて二次元問題のモード I 型き裂材を例にとり説明する。以下、き裂先端を原点とする。

線形き裂力学は、試験片(1)と実物(2)において、応力拡大係数 K_I が両者で等しいとき、き裂先端付近の弾性応力場が等しくなり、さらにレスポンスの等価性により弾塑性応力場も等しくなり、したがって試験片と実物で同一現象が生じることを保証するものである。すなわち、線形き裂力学は応力拡大係数 K_I を厳しさの尺度とするものである。

3. 解析形状および解析条件

図 2 は、FEM 解析で平面応力条件下に用いた、中央にき裂を有する帯板の形状と寸法を示している。また、寸法は図 2 に示すとおりで板長を 180mm、き裂長さを 12mm とした。

*1 機械工学科(Dept. Mechanical Engineering), E-mail:t-kawamura@oyama-ct.ac.jp

図4は、FEM解析で用いた解析形状に対する要素分割を示している。要素分割は解析の精度に影響するき裂先端近傍を変化させた。そのき裂先端近傍の要素分割は最小になる部分を1/3mm, 1/9mm,

1/27mmの3種類とした。また、き裂先端近傍の最小要素サイズは図3に示す。なお、計算対象領域は対称性を考慮して図2の細線を施した1/4の部分に該当している。

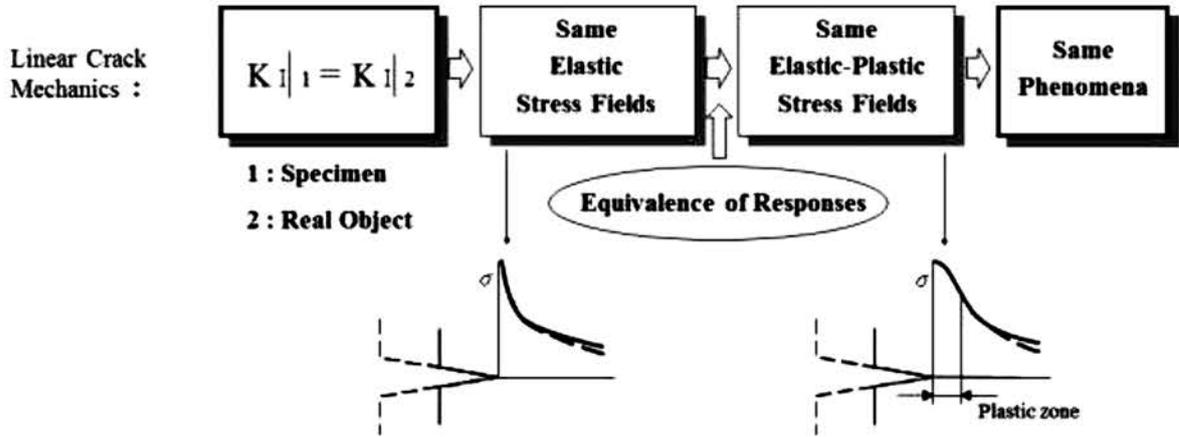


図1 線形き裂力学の原理

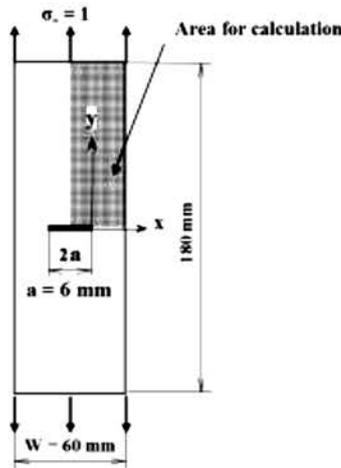


図2 計算形状および計算対象領域

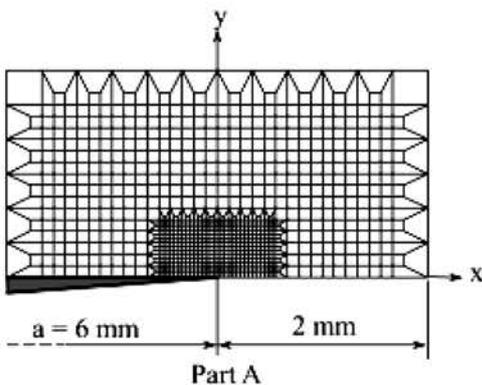


図3 計算対象領域の要素分割の細部

4. 要素分割による解析の誤差

ここでは、まず厳密解に使う体積法法の解析精度について要素分割数による影響を検証する。そして、要素分割による影響を調べるために、き裂先端近傍の要素分割の最小になる部分を1/3mm, 1/9mm, 1/27mmとした3種類にたいして、第ゼロ節点法、応力外挿法、変位外挿法を適用して解析精度に及ぼす影響について検討する。

表1 体積法と要素分割の誤差

分割数	F_I	誤差
4	1.02444	0.0146
6	1.02455	0.0039
8	1.02458	0.0010
10	1.02458	0.0010
12	1.02459	0.0000
14	1.02459	0.0000
16	1.02459	0.0000

表1は、体積法法による計算値と厳密解との誤差を示している。体積法法の計算結果と比較した厳密解は、Isidaによるものを使った。その結果、体積法法は、分割数が荒い状態でも解析精度の誤

差は0.001%しかなく、分割数を増やせば誤差はなくなるのがわかる。よって、体積法は厳密解として利用できる。なお、この後の厳密解は体積法によるものを用いており計算値が6桁まで収束した値である。

表2は、第ゼロ節点法・応力外挿法・変位外挿法による計算値と厳密解との誤差を示している。これよりわかるように、き裂先端近傍の要素分割を1/3mmとして計算した値は、第ゼロ節点法の厳密解との誤差は板幅が変化しても0.3%、応力外挿

法の厳密解との誤差は板幅が変化し1.5%~2.6%程度、変位外挿法の厳密解との誤差は板幅が変化し1.4%~1.8%程度となる。き裂先端近傍の要素分割を1/9mmとして計算した値は、第ゼロ節点法の厳密解との誤差は板幅が変化しても0.1%、応力外挿法の厳密解との誤差は板幅が変化し1.3%~2.3%程度、変位外挿法の厳密解との誤差は板幅が変化し1.4%~1.5%程度となる。き裂先端近傍の要素分割を1/27mmとして計算した値は、第ゼロ節点法の厳密解との誤差は板幅が変化しても0.05%、

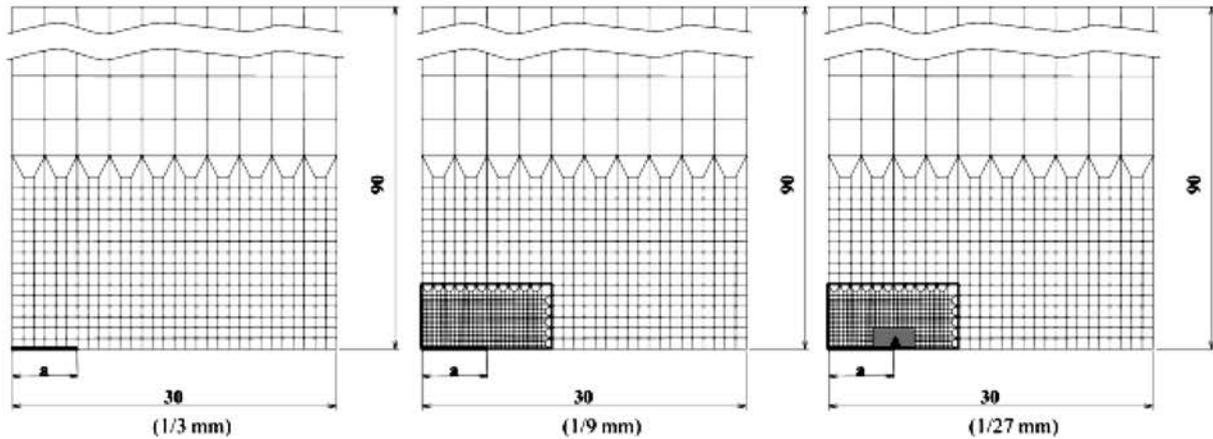


図4 計算対象領域の要素分割

表2 第ゼロ節点法・応力外挿法・変位外挿法による計算値と厳密解との誤差

要素分割による計算値1/3				要素分割による計算値1/9				要素分割による計算値1/27			
λ	C.T.S.M.	S.E.M.	D.E.M.	λ	C.T.S.M.	S.E.M.	D.E.M.	λ	C.T.S.M.	S.E.M.	D.E.M.
0.2	1.0246*	1.0088	1.0098	0.2	1.0246*	1.0388	1.0105	0.2	1.0246*	1.0374	1.0360
0.25	1.0388	1.0228	1.0238	0.25	1.0390	1.0534	1.0247	0.25	1.0391	1.0521	1.0506
0.4	1.1073	1.0915	1.0937	0.4	1.1086	1.1259	1.0944	0.4	1.1091	1.1231	1.1215
0.5	1.1825	1.2178	1.1642	0.5	1.1852	1.2144	1.1682	0.5	1.1860	1.2110	1.1998
*Standard for corrections				*Standard for corrections				*Standard for corrections			

要素分割による誤差1/3				要素分割による誤差1/9				要素分割による誤差1/27			
λ	C.T.S.M.	S.E.M.	D.E.M.	λ	C.T.S.M.	S.E.M.	D.E.M.	λ	C.T.S.M.	S.E.M.	D.E.M.
0.2	0.0%*	1.542%	1.444%	0.2	0.0%*	1.386%	1.376%	0.2	0.0%*	1.249%	1.113%
0.25	0.036%	1.578%	1.482%	0.25	0.015%	1.366%	1.395%	0.25	0.008%	1.241%	1.097%
0.4	0.186%	1.613%	1.415%	0.4	0.068%	1.487%	1.352%	0.4	0.026%	1.235%	1.091%
0.5	0.348%	2.629%	1.888%	0.5	0.118%	2.343%	1.551%	0.5	0.048%	2.056%	1.112%
*Standard for corrections				*Standard for corrections				*Standard for corrections			

表3 要素分割による計算値と厳密解との誤差

き裂先端からの距離	厳密解	要素分割別 無次元化応力			き裂先端からの距離	厳密解	要素分割別 誤差		
		1/3	1/9	1/27			1/3	1/9	1/27
6.00	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	6.00	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
6.33	0.73438	0.81549	0.74633	0.74920	6.33	0.73438	11.04479	1.62778	2.01876
6.67	0.62100	0.69535	0.63389	0.62571	6.67	0.62100	11.97306	2.07560	0.75904
7.00	0.55462	0.62642	0.56751	0.55919	7.00	0.55462	12.94518	2.32365	0.82371
7.33	0.50899	0.57723	0.51959	0.51141	7.33	0.50899	13.40760	2.08385	0.47662
7.67	0.47402	0.53915	0.49281	0.48482	7.67	0.47402	13.74126	3.96442	2.27880
8.00	0.44426	0.50651	0.45692	0.44923	8.00	0.44426	14.01304	2.84928	1.11993
8.33	0.41621	0.47574	0.42849	0.42108	8.33	0.41621	14.30477	2.95064	1.17071
8.67	0.38725	0.44390	0.39923	0.39216	8.67	0.38725	14.62742	3.09168	1.26688

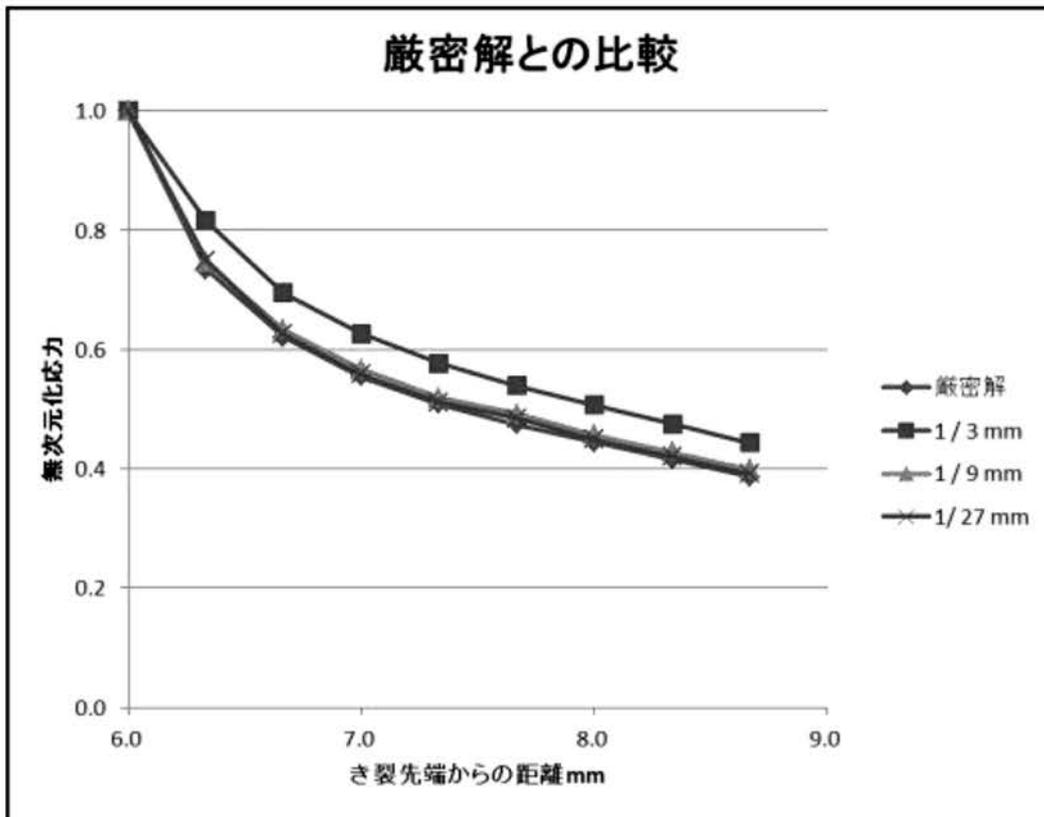


図5 き裂先端近傍の応力分布

応力外挿法の厳密解との誤差は板幅が変化し1.2%~2.0%程度、変位外挿法の厳密解との誤差は板幅が変化し1.1%程度となる。

表3は、第ゼロ節点法による計算値と厳密解との誤差を示している。

図5は、体積力法と第ゼロ節点法により求めた応力分布を示している。縦軸に無次元化応力、横軸にき裂先端からの距離をとっている。これより、体積力法から得られた厳密解の応力分布を基準にして考えると、要素分割1/3mmは、厳密解の応力分布とかなり離れているように見える。また、その誤差は、表3からも得られたように、き裂先端に近いほど11%もある。よって、要素分割1/3mmは、解析には向かない精度となっている。要素分割1/9mmは、厳密解の応力分布と比べたところ、ほぼ一致している。また、要素分割1/27mmもまた、厳密解の応力分布と比べたところ、ほぼ一致している。

これらの結果から、FEMによる要素分割は、要素分割1/9mm以下にすることはできないことがわかった。ただし、要素分割数を増やせば解析時間

が増えることを考えておく必要がある。

5. 今後の課題

体積力法は厳密解として簡易な要素分割でも十分な精度を有していることから、今後も弾性応力状態の解析で使用していく。

また、今後の有限要素法の解析では、切欠きを有する帯板の解析においても応力分布との解析誤差を評価する必要がある。弾性応力状態の解析は、弾塑性応力解析を行うための指針になるため、解析条件を変えながらデータをまとめておく必要がある。

【受理年月日 2014年 9月29日】