小山工業高等専門学校研究紀要
第 43 号 (2010) 105－110

カオス時系列予測における予測機の改良の一考察

渡辺　達男*1

Consideration of Improvement of Forecast Machine in Chaos Time Series Forecast

Tatsuo WATANABE

This paper reports a little improvement in the forecast method that uses the Lorenz analogical method of the chaotic time series. The forecast point is calculated from the neighborhood point in the Lorenz analogical method. In that case, it is shown that it is a method of requesting the improved forecast point that uses the generalized internally dividing point, and there is a possibility that the prediction accuracy improves. It is easily shown whether there is a possibility that the prediction accuracy improves on what condition. Moreover, the forecast of the natural phenomenon shows that the improvement of some prediction accuracies is seen.

KEYWORDS： chaos, chaos time series, forecast, generalized internally dividing point

1. はじめに

自然界にはさまざまな現象が満ちあふれているが、その多くは予測が難しい。気象現象等は或る程度予測できているが、現実ではまだまだ正確な予測が難しく、時によって大きな被害をもたらす。また、地震等は現在でも予測が難しく、今後の予測技術の大きな向上が望まれる。

自然界の予測を行うことは人類の歴史と共に始まった大きな問題である。太古には占い等で予測や祈願をしたり、最近では地球温暖化による気象の変動が人類に大きな影響を及ぼすことが危惧されている。

自然界の多くの現象は１変数モデルに置き換えると、カオス時系列と近似的に考えられる。カオス時系列は簡単な規則に従うのにも関わらず、予測が困難な時系列である。カオスの性質上、長期予測が困難である原理的限界がある。しかし、さまざまな方法でカオス時系列予測の試みが行われている。

古くはLorenzによって、気象の予測に対する、Lorenzの類推法[1,2]が考えられた。それによると、時系列を任意の次元に区切り、空間に埋め込む。その埋め込まれた空間上の点として、時系列が扱われる。埋め込まれた空間の点はその点一つが時系列の変化のパターンを示しており、点を扱うことで、時系列パターンの類似性をもって予測を行おうとした。しかしLorenzの方法は単純すぎて、それだけでは予測精度があまり良いと言えない。

筆者は Lorenz の類推法に関していくつかの改良を加え、予測精度の向上を考察してきた[3-7]。特

*1 電子制御工学科(Dept. of Electronic Control Engineering), E-mail: watanabe@oyama-ct.ac.jp

に、空間次元や近傍点数に依存して予測精度が変化することを示し、最適予測のための次元数や近傍点数に関する提案をしてきた。しかし、まだまだ様々なパラーメタの任意性や、改良が考えられ、単純であるが、予測精度向上のための様々な方法が残されていると思われる。

この論文では、以前報告した Lorenz の類推法の改良に対して行い、予測点を計算する方法を改良し、その結果について報告することにする。

２章は予測機である、Lorenz の類推法の解説に、３章は実際に行った予測に、４章は考察に、５章はまとめに当てられる。

２．予測機（Lorenz の類推法）について

E.N.Lorenz は、1969 年、類推法（the method of analogues)と呼ばれる手法を提案した [1,2]。

今、１次元時系列 x(0),x(1),…,x(t) を要素に持った m 次元ベクトルを考えると、v(t)={x(t−m),x(t−m+1),…,x(t)}に対して、そのベクトル空間上で、今わかっている最後の点のベクトルの最近傍点の次の時系列ベクトルをもって、Lorenz は予測点(まだ知られていない次のベクトル)とした。これは今の時系列パターンと同じパターンを過去に見出し、過去のパターンが繰り返されるという仮定をもとに、その情報から予測を行うものである。

データにノイズが無い場合には非常に有効な予測手段であるが、ノイズの量が多いと、近傍点が果たして最も良い点であるかが問題となり、予測精度が悪くなる事が考えられる。しかし、最近傍点数を増やす事で、ノイズを低減させ、予測精度が向上する。複数の近傍点からどのように予測ベクトルを一つ決定するかにより、予測精度も変化する。もっとも一般的なのは複数のベクトルの加重平均を取ることである。すなわち、近傍点ベクトル $v(k_i)$、近傍点数 N、近傍点と最後の点のベクトルとの距離 d_i とすると、予測点ベクトル v(T) は、

$$v(T) = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_i v(k_i + 1)}{\sum_{i=1}^{M} d_i} \qquad (1)$$

で与えられる。

以前の論文では、2 個の近傍点を取り(N=2)、式（１）を用いて、予測点のベクトルを決定する方法を選択した [7]。しかしこの方法だと、本来、ベクトルに近い点ほど重みを持たせる必要があるのにも関わらず、ベクトルから遠い点に重みが持たせられることが考えられる。

そこで、この論文では、出来るだけ近い点が重みが増すように、距離の逆数の冪乗 s を取り、

$$v(T) = \frac{\sum_{i=1}^{N} (1/d_i)^s v(k_i + 1)}{\sum_{i=1}^{M} (1/d_i)^s} \qquad (2)$$

とした。ただし、s=1,2,・・・とする。

式（２）は、N=2 で線分の内分点の公式と一致する。従って、この式（２）は一般化された内分点を表している。s を大きくとると、より近くの点の寄与に大きな重みをつけることになると思われる。Lorenz の類推法では、他にも様々な重みの付け方が考えられている。例えば、距離の指数関数乗を重みにつける方法がある。すなわち、

$$v(T) = \frac{\sum_{i=1}^{N} \exp(1/d_i) v(k_i + 1)}{\sum_{i=1}^{M} \exp(1/d_i)} \qquad (3)$$

この方法はさらに重みを強くかける方法であるが、これらの方法は予測される時系列の種類により適切に選択される必要がある。

３．予測結果

予測は LogisticMap に対する予測、すなわち、

$$x_{n+1} = a x_n (1 - x_n) \qquad (4)$$

なる１次元時系列に対する予測を行った。LogisticMap は当初は生物の個体数の変動を表す式として提案された。なお、$a=3.8, x_0=0.5$ とした。

３．１ 式（２）のLorenz類推法による予測

式（1）、（2）でs=1として、式（4）でx_{10001}から予測した図を図１に示す。近傍点の数Nは２とした。また、次元mは２～５次元の平均とした。

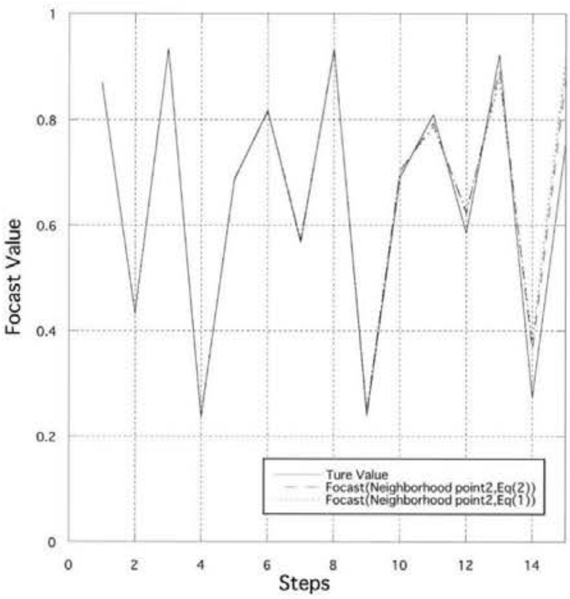

図１ Lorenzの類推法の改良による予測

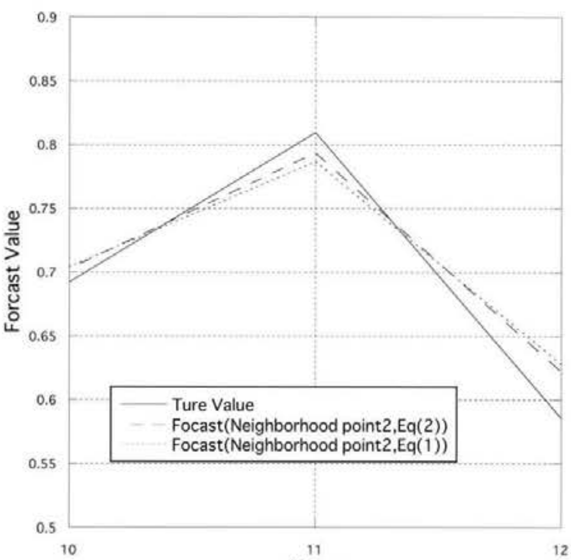

図２ 図１の拡大図

図１を見ると、Step=10 程度で少しずつ予測が悪くなる。わかりづらいので、拡大して図を図２に示す。図２を見ると、わずかだが、式（２）の方が予測が良くなっていることがわかる。図では詳細がわからないので、真の値と予測値の相関係数を計算した。結果を表１に示す。表には次元数m=2～5まで変化させ平均した値である。

表１ 予測値の相関係数

条件		相関係数
近傍点２個	式（1）	0.979
	式（2）	0.987
近傍点３個	式（1）	0.998
	式（2）	0.992

(Step=15まで、次元m=２～５までの平均)

表１より、近傍点２個では僅かだが式（２）で予測した値の方が相関係数は良くなっている。しかし、近傍点３個では式（１）の方が良くなっている。したがってもう少し調べてみることにする。

近傍点を N=２～６個まで変化させ、次元を m=２～１０まで変化させて２０ステップまで予測を行い、それらのすべての相関係数を平均した。その結果の表を表２に示す。

表２ 相関係数の平均

条件	相関係数平均
式（1）	0.680
式（2）	0.684

(N=2～6, m=2～10)

表２を見ると、僅かだが式（２）の方が値が高い。しかしその差は非常に少ない。

このことをさらにパラメータに応じてどう変わるか詳しく見るために、横軸を近傍点数 N、縦軸を次元mとして式（２）の相関係数が高い点をプロットした図を図３に示す。

図３で黒丸の点が式（２）の方が式（１）に比較して相関係数が高い点である。

図を見ると、近傍点数N=3 では次元を変えても良い予測は出来づらい。またN=2, 4 では次元を変えても良い予測ができる。また左上の部分と右下の部分の２つのコロニーに分かれているようにも見えて、その間には隙間があるように思われる。また、その形にはある一定の法則に従ったような形が見られる。少なくとも何らかの関係が在るようには思われる。

しかし、この図だけでは何か明白な特徴を読み取るには難しいように思われる。

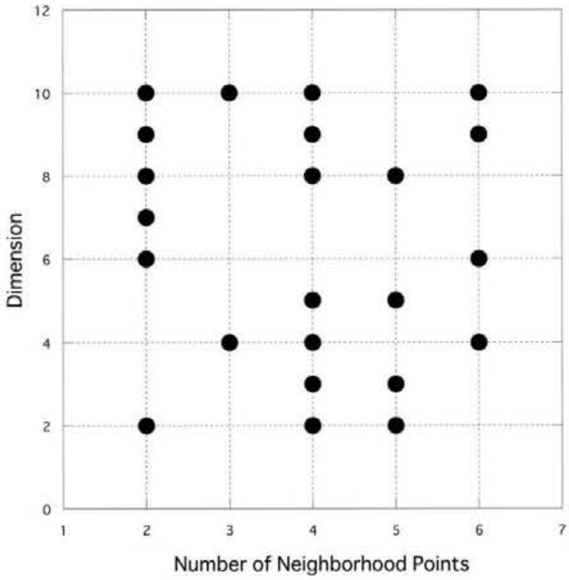

図３ 近傍点数と次元の関係

３．２ 台風の上陸数の予測

式（２）を用いて実際の自然現象を予測するとどうなるだろうか。

例として、日本への台風の上陸数[8]を予測してみた。

１９５１年からの各年の台風の上陸数を元に、１９８１年から５年間の予測を式（１）、式（２）で予測して比較してみた。

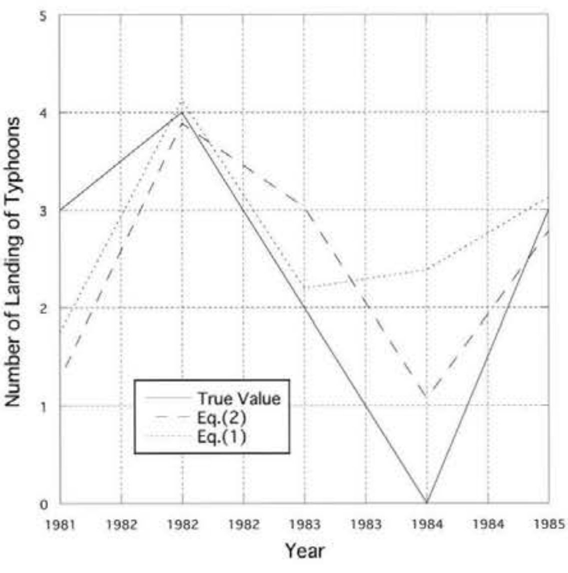

図４ 台風の上陸数の予測
(N=4, m=5)

表３ 相関係数の平均

条件	相関係数平均
式（1）	0.517
式（2）	0.668

結果を図４に示す。図を見ると、ほぼ、式（1）、式（2）とも傾向は予測しているように思われる。相関係数を求めると、表３のようになり、式（２）の方が予測がよい。

このように実際の系では式（２）を用いることにより、予測が良くなることがあった。しかし式（１）が良い場合もあり、特に長いステップを予測すると、式（１）の相関係数が良い場合も多かった。

４．考察

式（２）では、適切な重みをつけて新たな点を予測するはずであるが、それほど違いが見られなかった。しかし次元や近傍点数によっては予測が良かったり逆に悪かったりしている。この理由はなんであろうか。

まず、考えられるのは、LogisticMapの場合、相空間上の埋め込まれたベクトルの位置がアトラクタをなしており、非常に狭い空間に局在していることが考えられる。したがって、もし空間の近くの点が関与しているならば、その寄与は限られており、近くの点をことさら重み付けをしなくとも、近傍点の位置そのものが大きな寄与を与え、そのために予測にあまり関与しないことが考えられる。

しかし、この場合、次元や近傍点数によっては、ある特定の関与により、たまたま予測が良くなる可能性がある。しかしどのように関与するかは非常に複雑で、系により、異なることが予想される。

従って、この方法により、予測精度を上げるには、今のところ、カットアンドトライ方式で、あらかじめ与えられたデータを元に、良い予測を与える近傍点数N、次元数mをあらかじめ予測し、それにより、予測を行うことが必要に思われる。

５．まとめ

Lorenz の類推法の近傍点から予測点を求める方法には様々な方法があるが、本論文では内分点公式を一般化した式を提案し、幾つかの時系列の予測を行った。その結果、内分点公式は予想されたほどの予測精度の向上にはつながらなかったが、近傍点数や次元数を選択することにより、予測精度のある程度の向上も認められた。

カオス時系列予測には様々なバリエーションが考えられ、それらのどれを選択するかは、まだまだ考慮が必要であるように思われる。

参考文献

1)合原一幸編:カオス時系列の基礎と応用,産業図書(2000).

2)E.N.Lorenz:Jornal of the atomospheric science, Vol.20,p.130 (1963).

3)渡辺他:小山高専紀要,Vol38,pp.101-106(2006).

4)渡辺:小山高専紀要,Vol39,pp.107-112(2007).

5)渡辺:小山高専紀要,Vol40,pp.91-94(2008).

6)渡辺:小山高専紀要,Vol41,pp.117-122(2009).

7)渡辺:小山高専紀要,Vol42,pp.103-108(2010).

8)http://www.fukuoka-jma.go.jp/fukuoka/chosa/taifu/sekkin.html

[受理年月日 2010 年 9 月 29 日]