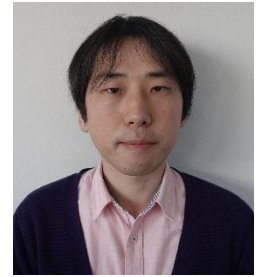


研究タイトル： アフィンファイ数多様体における消去問題



氏名：	長峰 孝典／Takanori Nagamine	E-mail：	t.nagamine14@oyama-ct.ac.jp
職名：	助教	学位：	博士(理学)
所属学会・協会：	日本数学会		
キーワード：	代数幾何学、アフィン代数幾何学、消去問題		
技術相談 提供可能技術：	<ul style="list-style-type: none"> ・ ・ ・ 		

研究内容：

【研究の背景】

私はアフィン代数多様体における「消去問題(Cancellation problem)」に取り組んでいる。消去問題とは、アフィン代数多様体 X と Y が、 $X \times \mathbb{A}^1 \cong Y \times \mathbb{A}^1$ をみたすとき $X \cong Y$ となるかを問う問題である。ただし、本稿を通して \mathbb{A}^n で n 次元のアフィン空間を表す。この問題は、1971年にD. Coleman氏とE. Enochs氏により提唱された。1989年にW. Danielewski氏は初めての反例を2次元の場合で与えた。さらに2014年にN. Gupta氏は、 $Y = \mathbb{A}^3$ の場合に反例を与えた。なお $Y = \mathbb{A}^n$ の場合はザリスキ型の消去問題と呼ばれ、N. Gupta氏の例はザリスキ型で初めての反例である。

近年では新たな反例構成を目指した研究が主流で、N. Gupta氏やA. Dubouloz氏らにより、高次元の場合でも反例が構成されている。しかしながら、応用のためには消去問題が成立する条件が明らかになる方が望ましい。たとえば、高次元の(アフィン)代数多様体を研究する際に、ファイブレーションによって低次元のものに分解して行う研究が活発である。消去問題の成立条件は、 \mathbb{A}^1 ファイブレーション、すなわち一般ファイバーが \mathbb{A}^1 であるアフィン代数多様体の研究へ寄与する。

【研究課題】

本研究は「どのような条件の下で消去問題は成立するか」という問いにもとづき行っている。前述の通り消去問題には反例があり、一般には成立しない。だからこそ消去問題が「いつ成立するか」を明らかにし、 \mathbb{A}^1 ファイブレーションの構造を持つ多様体の研究などへの応用に適した理論の構築が必要なのである。

本研究では上記の消去問題を一般化した問題を考える。それぞれの自然数 n ごとに、次の式をみたすアフィン代数多様体 X, Y はどのようなものかを調べる。

$$X \times \mathbb{A}^n \cong Y \times \mathbb{A}^n \Rightarrow X \cong Y$$

上式をみたすアフィン代数多様体を「 n 消去可能である」と呼ぶ。本研究の目的は、体 k 上のアフィン代数多様体がどのようなときに n 消去可能となるかを明らかにし、その k 同型類を決定することである。そのために n 消去可能性が判定できる新しい不変量の構成を目指し研究を行う。本研究は、一般ファイバーが \mathbb{A}^n であるアフィン代数多様体の構造解明へ寄与する。また、本研究で構成する新たな不変量は、射影空間や代数的トーラスに関する消去問題など、種々の消去問題解決のための新たな道具にもなる。

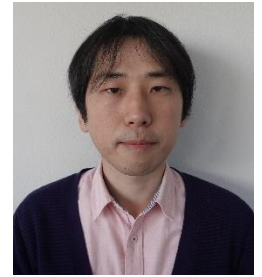
researchmap: <https://researchmap.jp/tnagamine>

研究紀要:-

提供可能な設備・機器：

名称・型番(メーカー)	

Cancellation problems for affine varieties



Name	Takanori Nagamine	E-mail	t.nagamine14@oyama-ct.ac.jp
Status	Assistant Professor		
Affiliations	National Institute of Technology, Oyama College		
Keywords	Algebraic geometry, Affine algebraic geometry, Cancellation problem		
Technical Support Skills	<ul style="list-style-type: none"> • • • 		

Research Contents

【Research background】

In this research, we consider the “Cancellation problem”. The Cancellation problem asks us whether the condition $X \times \mathbb{A}^1 \cong Y \times \mathbb{A}^1$ implies that $X \cong Y$ for affine algebraic varieties X and Y , where \mathbb{A}^n denotes an n -dimensional affine space. In 1972, D. Coleman and E. Enochs introduced this problem. In 1989, W. Danielewski gave the first counterexample of this problem in dimension two. In 2014, N. Gupta gave a counterexample of this problem when $Y = \mathbb{A}^3$. In the case where $Y = \mathbb{A}^n$, this problem is called “Zariski’s Cancellation problem”. Gupta’s example is the first counterexample of Zariski type. Recently, N. Gupta and A. Dubouloz gave counterexamples in the higher dimensional cases. However, for application, the conditions for affine algebraic varieties to be satisfied the cancellation property are required. For example, for the study higher dimensional (affine) algebraic varieties, it is effective that the method of decomposing them into lower dimensional cases by using fibrations. Therefore, the affirmative answers to this problem contribute to the study of a variety whose has a structure of an \mathbb{A}^1 -fibration.

【Purpose of research】

The aim of this research is to determine the conditions for an affine algebraic variety satisfying the cancellation properties. As mentioned above, by existence of counterexamples, the Cancellation problem does not hold in general. For that reason, we should consider when this problem holds true. In this research, we shall generalize the original Cancellation problem and consider the following. Let X and Y be affine algebraic varieties satisfying

$$X \times \mathbb{A}^n \cong Y \times \mathbb{A}^n \Rightarrow X \cong Y.$$

Such varieties are called to be n -cancelable. We want to give the conditions for affine algebraic varieties to be n -cancelable and determine its isomorphism classes. For that purpose, we shall construct a new invariant which can imply the n -cancellation properties for affine algebraic varieties. This research contributes to the study of a variety whose has a structure of an \mathbb{A}^n -fibration, and cancellation problems for projective spaces and algebraic tori.

researchmap: <https://researchmap.jp/tnagamine>

研究紀要:-

Available Facilities and Equipment
